

# Selection methodology of mechanical drive system servomotor and transmission through transient power analysis

*Jesús Otero Yugat*

*Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad Politécnica de Cataluña.  
Avenida Diagonal, 647. Barcelona, España. [jesus.otero-yugat@upc.edu](mailto:jesus.otero-yugat@upc.edu)*

## Abstract

In many industrial processes, are increasingly mechanical drives to be made in a very short time, causing the driving force is used to speed up or slow down the inertia of the system, and not to provide the power required by the receptor. This paper presents a methodology for selecting the servomotor and transmission suitable for a conventional mechanical drive system. It has used a mapping analysis supported by diagrams P'-W, which relate the transient power system regarding its kinetic energy. As an illustration, a situation of industrial application is presented.

**Key words:** Mechanical drives, servomotor, transmission, P'-W diagrams, transient power.

## Metodología de selección del servomotor y transmisión de un sistema de accionamiento mecánico por medio del análisis de su potencia transitoria

### Resumen

En multitud de procesos industriales, son cada vez más frecuentes los accionamientos mecánicos que se deben efectuar en un tiempo muy breve, provocando que la fuerza motora se emplee para acelerar o desacelerar las inercias del sistema, y no para proporcionar la potencia requerida por el receptor. En el presente trabajo se presenta una metodología de selección del servomotor y de la transmisión adecuada para un sistema accionamiento mecánico convencional. Para ello, se ha utilizado un análisis gráfico apoyado en los diagramas P'-W, que relacionan la potencia transitoria del sistema con respecto a su energía cinética. A manera ilustrativa, se presenta una situación de aplicación industrial.

**Palabras clave:** Accionamientos mecánicos, servomotor, transmisión, diagramas P'-W, potencia transitoria.

### 1. Introducción

Las tecnologías modernas requieren de accionamientos mecánicos complejos, que deben realizar desplazamientos muy rápidos de piezas o herramientas entre dos posiciones de parada, provocando altas demandas y cargas dinámicas en el motor. En consecuencia, la óptima selección del actuador se basa en las características de di-

chas cargas, teniendo en cuenta que la relación de transmisión entre el motor y el receptor tiene efectos sobre la relación de velocidades, pero también sobre la disminución de las masas del sistema. Por consiguiente, la relación de transmisión es de igual forma un importante parámetro de diseño del accionamiento. De esta forma, el problema de selección se resume en determinar aquellos motores que cumplen con los requeri-

mientos de una aplicación específica, así como también la relación de transmisión adecuada del reductor entre el motor y el receptor. Algunos autores [1] sugieren una metodología basada en la consideración de una carga inercial pura, con el objetivo de calcular la relación de transmisión óptima, simplificando la duración del movimiento entre dos localizaciones distintas, para un sistema de accionamiento con límite de velocidad. No obstante, para definir la fiabilidad de una transmisión y de la combinación formada por el motor y la carga, se han realizado diversas investigaciones basadas en simulaciones asistidas por computador [2-4], que han permitido obtener un rango de relaciones de transmisión acorde con las necesidades de las aplicaciones industriales desarrolladas.

Al acoplar una transmisión entre el motor y el receptor, se presentan importantes cambios en la dinámica del actuador; en virtud de que una relación de transmisión grande, por ejemplo, disminuye la influencia de las demandas externas del receptor sobre el normal funcionamiento del motor. De igual forma, el motor debe girar a altas velocidades de rotación produciendo, además de un perjudicial estado vibratorio, aceleraciones mayores para un mismo desplazamiento de salida y pares de inercia superiores. Esta situación conlleva a la existencia de picos de potencia, analizados por diversos autores [5, 6], y que no representan un correcto criterio para la escogencia del motor. La existencia de transitorios con elevadas aceleraciones requiere que el sistema de accionamiento entregue la potencia exigida en un tiempo generalmente pequeño. En tal sentido, se ha establecido un procedimiento para estimar la relación de transmisión óptima [7], minimizando el tiempo consumido por el accionamiento para realizar el desplazamiento necesario.

El presente trabajo esboza una metodología de selección y diseño de un accionamiento mecánico, basada en la determinación de las características y propiedades del actuador y de la transmisión, estableciendo las estrategias y la programación de movimientos de diseño, considerando las demandas y cargas dinámicas de la aplicación, separando gráficamente las características del motor de las del receptor, y definiendo la relación de transmisión que permite reducir las inercias del sistema sin afectar negativamente la relación de velocidades.

## 2. Leyes de movimiento

A pesar de que en la programación final los movimientos a desarrollar por el sistema son variados y complejos, durante el diseño preliminar de la cadena de accionamiento se parte de dos estrategias básicas. La primera de ellas hace referencia al diagrama de velocidades triangular, empleado para desplazamientos pequeños del receptor en los que el motor no llega a la velocidad de saturación; mientras que la segunda se corresponde con un diagrama de velocidades trapezoidal, adecuado para desplazamientos grandes en los que el motor alcanza la velocidad de saturación. Si se tiene el caso en que se desee mover una carga una distancia  $d_D$ , o  $\theta_D$  si el movimiento es angular, durante un tiempo  $T$ , ambas leyes deben cumplir con la condición de que el área bajo la curva de velocidad debe ser igual al desplazamiento total, según lo expresado en la ecuación 1 y atendiendo a lo precisado en la Figura 1.

$$\int_0^T v(t)dt = d_D ; \int_0^T \omega(t)dt = \theta_D \quad (1)$$

Ambas estrategias pueden plantearse en función del factor de saturación  $\xi$ , o relación entre el tiempo  $T_2$  durante el cual el movimiento del sistema tiene velocidad constante, y el tiempo total de movimiento  $T$ . Por tanto, para  $\xi = 0$  se está en la estrategia del diagrama de velocidades triangular, mientras que  $\xi = 1$  es una situación inalcanzable, ya que significaría que las aceleraciones serían infinitas. Cualquier valor intermedio de este factor de saturación, corresponde a una ley de velocidades trapezoidales. Adicionalmente, si se considera que los tiempos de aceleración y desaceleración son iguales y equivalentes a  $T_1$ , los recorridos  $e_r$  de cada una de las secciones del movimiento, dependen del valor de la aceleración  $a_r$  y de la velocidad de régimen del receptor  $v_r$ , de acuerdo a lo formulado en las ecuación 2 [7].

$$T = 2T_1 + T_2 ; \quad T_1 = \frac{T}{2}(1 - \xi);$$

$$e_r = 2e_{r1} + e_{r2} = a_r \left( \frac{T}{2}(1 - \xi) \right)^2 + v_r T \xi \quad (2)$$

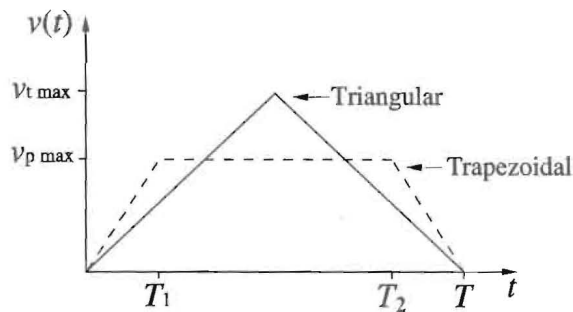


Figura 1. Leyes de movimiento triangular y trapezoidal.

De acuerdo a lo anterior, se obtienen las expresiones asociadas a la aceleración y a la velocidad de régimen en el receptor, mostradas en la ecuación 3. Se observa que en la medida que aumente el factor de saturación, más elevada será la aceleración y menor será la velocidad de régimen requerida por la carga.

$$v_r = \frac{2e_r}{T(1+\xi)}, \quad \alpha_r = \frac{2v_r}{T(1+\xi)} = \frac{4e_r}{T^2(1+\xi)} \quad (3)$$

### 3. Cadena de accionamiento. Formulación dinámica

En un accionamiento constituido por un motor y un receptor, con una transmisión que modifica la relación de velocidades entre estos dos ejes, se establece la ecuación dinámica a partir de las hipótesis de que la cadena cinemática es rígida, por lo que no existen pérdidas por disipa-

ción ni deformaciones significativas en el sentido de movimiento, con lo cual la potencia no se divide y se entrega a las sucesivas etapas de la cadena. La Figura 2 muestra la configuración de una cadena de accionamiento simple.

Para calcular la relación de transmisión óptima que reduzca el par solicitado por el motor para las condiciones establecidas por el sistema, se realiza un análisis de las potencias actuantes sobre el motor, la transmisión y el receptor, acorde con los pares que actúan en cada uno de los componentes de la cadena de accionamiento, de acuerdo a la Figura 3 y a la ecuación 4 para movimientos angulares.

$$\Gamma_m - \Gamma_e = J_m \alpha_m; \quad \Gamma_s - \Gamma_r = J_r \alpha_r \quad (4)$$

siendo  $J_m$  y  $J_r$  respectivamente las inercias del motor y de la carga,  $\Gamma_m$  y  $\Gamma_r$  son los torques presentes en el motor y en el receptor,  $\Gamma_e$  y  $\Gamma_s$  son los pares de fuerza a la entrada y a la salida de la transmisión, mientras que  $\alpha_m$  y  $\alpha_r$  son las aceleraciones angulares del motor y del receptor. Combinando ambas expresiones y simplificando términos, se obtiene la ecuación 5 representativa de la dinámica del sistema y del par requerido en el motor [7, 8], donde  $i$  es la relación de transmisión,  $\eta$  es el rendimiento de la transmisión, y  $\omega_m$  y  $\omega_r$  son las velocidades angulares del motor y del receptor.

$$\Gamma_m = \left( J_m + \frac{J_r}{i^2 \eta} \right) \alpha_m + \frac{\Gamma_r}{i \eta}; \quad i = \frac{\omega_m}{\omega_r} \quad (5)$$

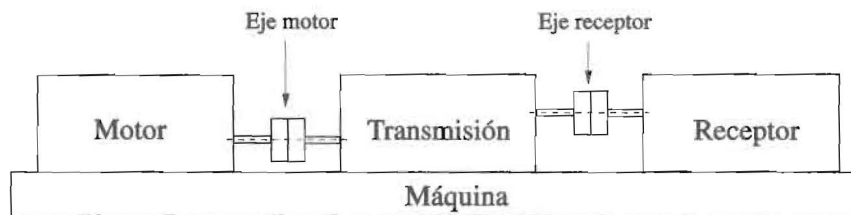


Figura 2. Cadena de accionamiento simple.

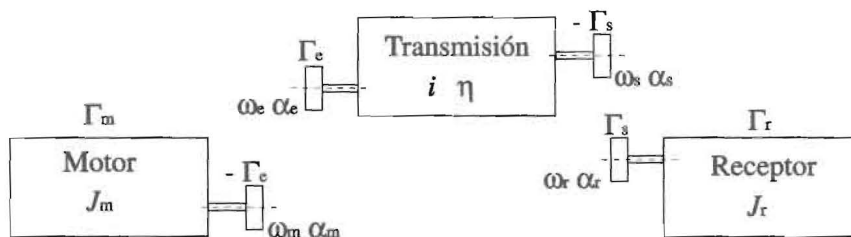


Figura 3. Momentos y velocidades de los elementos de la cadena de accionamiento.

#### 4. Estimación de la potencia transitoria

Los principales pares de fuerza en los movimientos ejecutados por el accionamiento mecánico, se derivan de las fuerzas inerciales, mientras que las fuerzas resistentes del receptor tienen valores menores; además, dado que el rendimiento de la transmisión es elevado, se puede considerar que las resistencias pasivas de la carga son nulas y que el rendimiento es unitario. Por otra parte, para optimizar el movimiento, debe minimizarse el tiempo o maximizarse la aceleración. Desde el punto de vista del proceso, reducir el tiempo no es una opción viable, en virtud de que se podrían producir notables sobrecargas en el sistema mecánico; por tanto si se toma en consideración la segunda alternativa, se determina la relación de transmisión de máxima aceleración o relación de transmisión óptima en vacío  $i_0$  para movimientos angulares [7, 8]:

$$\frac{d}{dt}(\alpha_r) = \frac{d}{dt} \left( \frac{\Gamma_m}{i^2 J_m + J_r} \right) = 0;$$

$$i_0 = \sqrt{\frac{J_r}{J_m}}; K = \frac{i}{i_0} \quad (6)$$

El parámetro adimensional  $K$  mide la relación de transmisión del sistema, tomando como referencia la relación óptima en vacío. Si el parámetro es menor a la unidad, la relación de transmisión  $i$  es menos reductora que  $i_0$ ; pero si este parámetro es mayor a la unidad, la relación de transmisión es más reductora que  $i_0$ . Introduciendo esta variable en las expresiones previamente expuestas, se ha hallado la ecuación 7 referida a la relación de las potencias transitorias y energía cinética doble del actuador y del receptor.

$$\frac{P'_m}{P'_r} = \left( K + \frac{1}{K} \right)^2 = \frac{\Gamma_m^2}{J_m J_r \alpha_r^2};$$

$$\frac{W_m}{W_r} = K^2 = \frac{J_r \omega_r^2}{J_m \omega_m^2} \quad (7)$$

#### 5. Diagramas P'-W

Considerando un punto representativo de los requerimientos del receptor, las relaciones de potencia transitoria y de energía cinética doble, originan la curva paramétrica en función de la

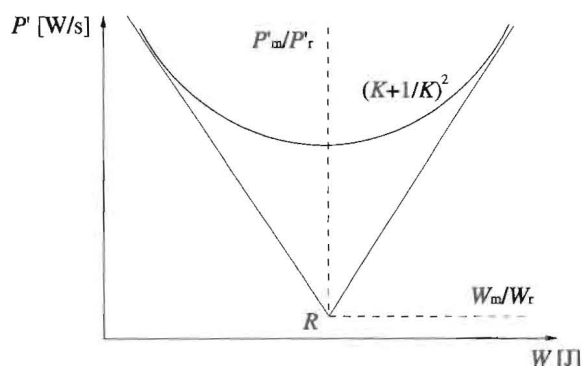


Figura 4. Representación de un diagrama P'-W.

variable  $K$  de los accionamientos tangenciales, o aquellas combinaciones de motor y transmisión que cumplen las condiciones mínimas necesarias, para mover el receptor con las condiciones cinemáticas requeridas. De esta forma se puede elaborar una representación gráfica en escala logarítmica, que permite seleccionar el motor y concretar la relación de la transmisión, tal como se esquematiza en la Figura 4, donde en la abscisa se presenta la energía cinética y en la ordenada la potencia transitoria [8, 9].

En dichos diagramas se representan las curvas características de diferentes motores así como también la curva de la carga provocada por el receptor, descartando aquellos actuadores que se ubiquen por debajo de la representación de la carga. La potencia transitoria máxima del motor y la máxima energía cinética, se calculan respectivamente con el par máximo y con la velocidad máxima, suministrados por medio de los catálogos del fabricante. En el caso del receptor, sus valores máximos de energía cinética doble  $W_r$  y de potencia transitoria  $P'_r$ , dependen de la ley de movimiento establecida, según la ecuación 8 para desplazamientos lineales.

$$P'_r = m_r \alpha_r^2 = \frac{16m_r e_r^2}{T^4(1+\xi)^2}; W_r = m_r v_r^2 = \frac{4m_r e_r^2}{T^2(1+\xi)^2} \quad (8)$$

#### 6. Aplicación industrial. Sistema de manipulación de carga

Para ilustrar el procedimiento de selección descrito, se ha considerado una situación de ejecución real, que ejemplifica la metodología a seguir. En la empresa SADECT S.A de Barcelona,

se dispone de un sistema de manipulación que efectúa desplazamientos de vaivén horizontales de  $e = 200$  mm. En los desplazamientos de ida mueve una carga de  $m_{\text{ida}} = 10$  kg, en un tiempo máximo de  $T_{\text{ida}} = 0,25$  s; y en los desplazamientos de regreso va sin carga en un tiempo máximo de  $T_{\text{regreso}} = 0,15$  s. La corredera con la pinza de sujeción de la carga tienen una masa de  $m_{\text{corredera}} = 2$  kg y para efectos de simplificación se ha despreciado el roce. Para el diseño de los accionamientos requeridos se ha empleado el método del diagrama P'-W basado en la utilización de las potencias transitorias, atendiendo a un diagrama de velocidades trapezoidal como ley de movimiento. Dado que el desplazamiento a realizar es significativo; según lo establecido por esta estrategia, cuando se inicia el movimiento a aceleración máxima, el motor alcanzará su velocidad de saturación antes de la mitad del recorrido a ejecutar.

En aras de diseñar una estrategia de movimiento que se adapte de manera adecuada a ambas situaciones, se ha considerado un factor de saturación  $\xi = 0,3$ ; por lo que es posible determinar el valor de la velocidad y la aceleración de régimen en la saturación del motor, requeridos por el receptor para las dos situaciones propuestas. Sobre la base de lo anterior, las estrategias a utilizar vendrían representadas por diagramas trapezoidales mostrados en las Figuras 5 y 6, definidos a partir de lo detallado en el apartado 2. Se puede observar que la velocidad de saturación es mayor en el caso del regreso que para la ida con carga. Ello se debe a que el tiempo de retorno es menor, por lo que las aceleraciones experimentadas son superiores a las presentes durante la ida.

Para representar en el diagrama P'-W los puntos que describen los movimientos de ida y regreso desarrollados, se ha obtenido en primer lugar la potencia transitoria y la energía cinética doble presente en el receptor, según la ecuación 8. En atención a este cálculo, se ha tenido en cuenta que durante el trayecto de ida, la corredera transporta la carga de 10 kg, mientras que durante el regreso, el sistema de manipulación no posee carga alguna. De acuerdo a estas premisas, se han obtenido las curvas de accionamiento tangencial tanto para la ida como para la vuelta, representadas en la Figura 7. Por su parte, la selección de los servomotores asociados al sistema, ha estado condicionada a la disponibilidad de ac-

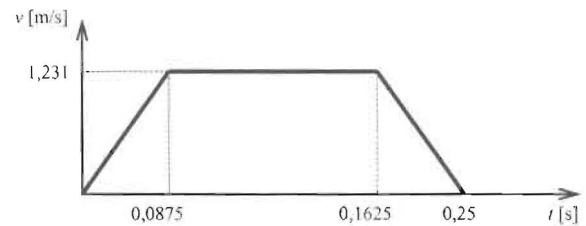


Figura 5. Diagrama de velocidades trapezoidal para el avance con carga.

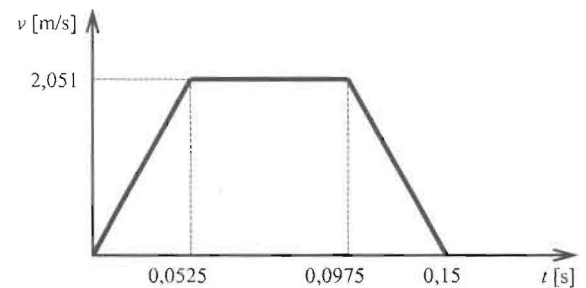


Figura 6. Diagrama de velocidades trapezoidal para el regreso sin carga.

tuadores en existencia para la realización del proyecto, cuyos parámetros de funcionamiento han sido tomados del catálogo Mavilor [10], y se aprecian en las Tablas 1 y 2.

Empleando los valores característicos de funcionamiento anteriormente tabulados, se ha calculado la potencia transitoria y la energía cinética doble para cada punto, para seguidamente representarlos en escala logarítmica con la finalidad de obtener sus respectivas curvas características en el diagrama P'-W. La Figura 8 muestra la inclusión de las mencionadas curvas, en las curvas de accionamientos tangenciales del receptor. Analizando el plano P'-W, se ha concluido que el motor MA 6, es el que mejor se ajusta a los requerimientos del sistema de manipulación para las dos situaciones en estudio, debido a que es el único que puede dar un nivel suficiente de potencia transitoria, tanto para la ida como para el regreso del sistema de manipulación. Por tanto, de entre los cuatro motores estudiados, el proceso de selección se decanta hacia el citado motor MA 6, fijando su velocidad de giro igual a  $1500 \text{ min}^{-1}$ .

Una vez seleccionado el servomotor, se ha calculado la relación de transmisión óptima, que permite escoger la transmisión de la cadena de

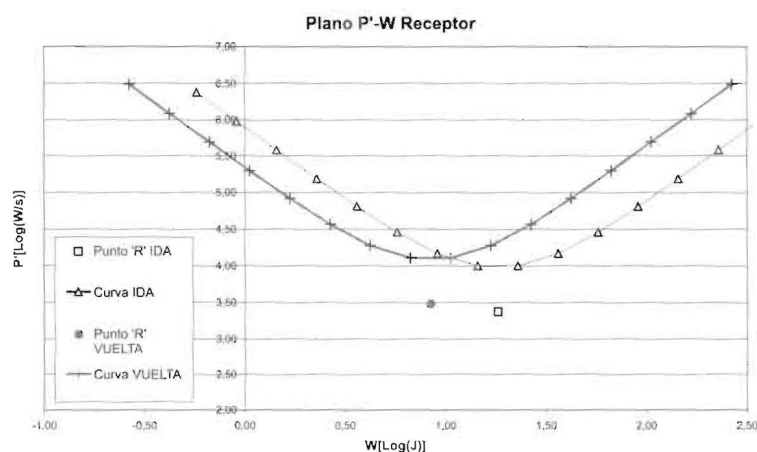


Figura 7. Curvas de accionamientos tangenciales y puntos del receptor en el diagrama P'-W.

Tabla 1  
Especificaciones de servomotores Mavilor

Motor 1 MA		Motor 2 MA	
$J_{m1}$ (kg m <sup>2</sup> ) 0,0002		$J_{m2}$ (kg m <sup>2</sup> ) 0,0005	
$M_1$ (N m)	$n_1$ (min <sup>-1</sup> )	$M_2$ (N m)	$n_2$ (min <sup>-1</sup> )
1,1	2000	2,4	1000
1,05	4000	2,3	2000
1	6000	2,2	3000
0,25	6500	0,5	3200

Tabla 2  
Especificaciones de servomotores Mavilor

Motor MA 3		Motor MA 6	
$J_{m3}$ (kg m <sup>2</sup> ) 0,000042		$J_{m4}$ (kg m <sup>2</sup> ) 0,0003	
$M_3$ (N m)	$n_3$ (min <sup>-1</sup> )	$M_4$ (N m)	$n_4$ (min <sup>-1</sup> )
1,07	500	3,9	250
1,05	1000	3,8	500
1,02	2000	3,7	1000
0,97	3000	3,6	1500
0,9	4000	3,6	2000
0,72	5000	3,5	2500
0,47	6000	3,4	3000
0,2	7000	3,4	3500
-	-	3,3	4000
-	-	1,4	5000

accionamiento. La relación de transmisión de máxima aceleración  $i_0$  se determina por medio de la ecuación 6, la cual permite obtener además la relación de transmisión  $i$  del sistema.

De acuerdo a los resultados obtenidos, se puede afirmar que en el punto de operación el motor posee una potencia transitoria adicional, que permite al servomotor vencer las resistencias pasivas que se generan en la transmisión y en la carga. Finalmente, considerando el valor de la relación de transmisión, se ha seleccionado un husillo de bolas de tres hileras de tipo SKF PGCL 16x5 R3 [11], adecuado para las características de carga del sistema y para la conversión de movimiento angular a movimiento lineal. La Figura 9 esquematiza la transmisión escogida, mien-

tras que la Tabla 3 recoge sus parámetros dimensionales y dinámicos más importantes.

### 7. Conclusiones

La selección de una cadena de accionamiento mecánico, involucra las condiciones de carga, la transmisión y el motor. El criterio de selección descrito, separa las características del receptor de las características del motor, y su representación gráfica facilita la selección exacta de la relación de transmisión del reductor.

La metodología expuesta es independiente de la curva de la carga requerida por el receptor y de los parámetros específicos del servomotor, permitiendo recolectar la información contenida

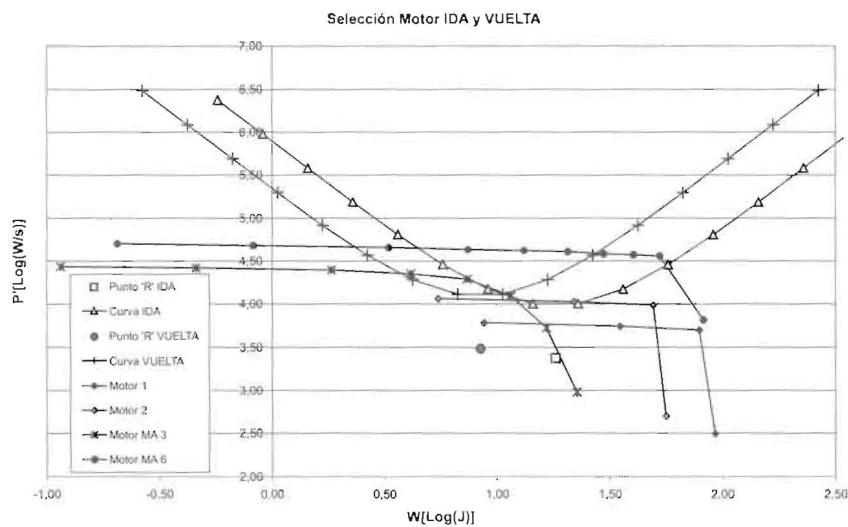


Figura 8. Curvas de los servomotores y del receptor en el diagrama P<sup>1</sup>-W.

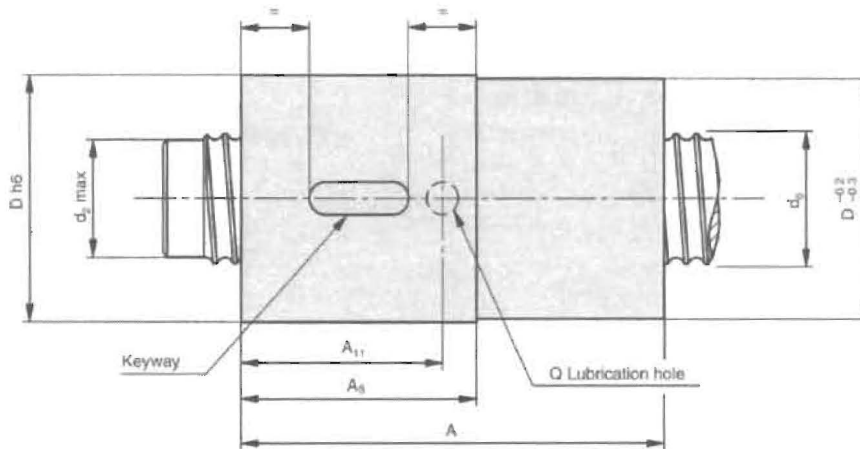


Figura 9. Husillo de bolas seleccionado.

Tabla 3  
Características del husillo de bolas seleccionado

C	9,7 kN	$d_0$	16 mm	A	73 mm
$C_0$	14,2 kN	P	5 mm	$A_S$	39,5 mm
$\Gamma$	0,05 Nm	$d_2$	15,2 mm	$A_{11}$	30,2 mm
Chaveta	4x2,5x14 mm	D	28 mm	Q	3 mm

en diversos catálogos de actuadores, y en particular la energía cinética y la potencia transitoria de cada motor.

Se ha estudiado una aplicación industrial concreta mediante la aplicación del procedimiento descrito, seleccionando un servomotor acorde con los requerimientos del sistema y un husillo de bolas comercial para la transmisión. A modo de sugerencia final, se propone analizar casos prácticos que incluyan leyes de movimiento triangular y diferentes configuraciones de movimiento trapezoidal.

### Referencias Bibliográficas

1. Pasch, K.A. and Seering, W.P.: "On the drive systems for high-performance machines". *Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design*, Vol. 106, (1984), 102-108.
2. Truong, S., Kieffer, J. and Zelinsky, A.: "A cable-driven pan-tilt mechanism for active vision". *Proceedings of the Australian Conference on Robotics and Automation*, Brisbane, Australia, (1999), 172-177.
3. Truong, H., Abdallah, S. Rougeaux, S. and Zelinsky, A.: "A novel mechanism for stereo active vision". *Proceedings of the Australian Conference on Robotics and Automation*, Melbourne, Australia, (2000).
4. Dupraz, J.P., Luescher, R. and Montillet, G.F.: "A hybrid drive merging a servo-controlled motor and a spring mechanism". *IEE transactions on power delivery*, Vol. 21(2), (2006), 640-645.
5. Vukobratovic, M.K. and Potkonjak, V.: "Applied dynamics and CAD of manipulation robots". Springer-Verlag, Berlín, 1985.
6. Djurovic, M.D. and Vukobratovic, M.K.: "A contribution to dynamic modeling of cooperative manipulation". *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 25(4), (1990), 407-415.
7. Riba, C.R.: "Selección de motores y transmisiones en el proyecto mecánico". Editorial CPDA, Barcelona, 1998.
8. Riba, C.R.: "Accionamientos rápidos". RETDIC Jornadas de la Universidad de Holguín, Cuba, (2003).
9. Cusimano, G.: "Optimization of the choice of the system electric drive-device transmission for mechatronic applications". *Mechanisms and Machine Theory*, No. 42, (2007), 48-65.
10. Mavilor Motors: "Mavilor Brushless Servo Motor MA Series". Barcelona, (2006).
11. Catálogo SKF: "Movimiento lineal: Guías y husillos de bolas y rodillos". (2008).

Recibido el 27 de Noviembre de 2008

En forma revisada el 28 de Diciembre de 2009