

Rev. Téc. Ing. Univ. Zulia. Vol. 36, Nº 3, 219 - 229, 2013

Procedure to take into account the constructive method of bored and cast in place small diameter piles in the reliability based design

Cristhian Mendoza¹, Alfonso M. Ramos², Renato P. da Cunha³, Arcesio Lizcano⁴

¹Dpto. Ingeniería Civil y Ambiental. Facultad de Tecnología. Posgrado en Geotecnia. Universidad de Brasilia. Brasilia, Brasil. ccmb80@aluno.unb.br. Campus Universitário Darcy Ribeiro, Brasília - CEP 70910-900 – Pre´dio SG-12. ²Instituto Geofísico. Facultad de Ingeniería. Pontificia Universidad Javeriana. Bogotá, Colombia. a-ramos@javeriana.edu.co. Cra 7 No 40-62. ³ Dpto. Ingeniería Civil y Ambiental. Facultad de Tecnología. Posgrado en Geotecnia. Universidad de Brasilia. Brasilia, Brasil. rpcunha@unb.br. Campus Universitário Darcy Ribeiro, Brasília - CEP 70910-900 – Pre´dio SG-12. ⁴ SRK Consulting. Vancouver, British Columbia, Canadá. alizcano@srk.com (anteriormente director grupo de investigación en estructuras y geotecnia de la Universidad de los Andes. Bogotá, Colombia).

Abstract

The standard practice of foundation engineering calculates the capacity of the pile regardless that the construction process can affect the geometric component of the bearing capacity. In this paper, we present a method for incorporating the method of construction in reliability based design of piles by mean of the random finite element method, which involves the inherent variability of soil geomechanical properties. Results are summarized as follow: a) a rational explanation to the safety factor for the design load is proposed, b) design charts for piles taking into account both, the effect of construction and the inherent uncertainty of soil, c) inputs needed for reliability-based design of piles.

Keywords: finite element method, Montecarlo simulations, elastoplasticity, piles.

Procedimiento para tener en cuenta el método constructivo de pilotes pre-excavados y vaciados *in situ* de pequeño diámetro en el diseño basado en confiabilidad

Resumen

En la práctica normal de ingeniería de cimentaciones se calcula la capacidad de carga del pilote sin tener en cuenta que el proceso constructivo puede afectar el componente geométrico de la ecuación de la capacidad portante. En este trabajo se presenta un procedimiento para incorporar el método constructivo en el diseño basado en confiabilidad de pilotes. Para lograrlo se utilizó el método de elementos finitos aleatorios donde se involucra la variabilidad inherente de las propiedades geomecánicas del suelo. Como resultados se presentan: a) una explicación racional al factor de seguridad que se debe aplicar para obtener la capacidad de carga de diseño para pilotes; b) cartas de diseño para pilotes que tienen en cuenta la afectación del método constructivo y la incertidumbre inherente del suelo; c) los insumos necesarios para el diseño basado en confiabilidad de pilotes.

Palabras clave: elementos finitos, Montecarlo, elastoplasticidad, pilotes.

1. Introducción

Los pilotes de pequeño diámetro pre-excavados y fundidos in situ tipo Anker son ampliamente usados en materiales arcillosos [1]. Tienen un diámetro de 13 cm y son perforados por rotación con un tubo de acero de punta cortante. La punta es refrigerada por la invección de una mezcla de agua-cemento o agua. Este pilote tiene por ventaja que el tubo de perforación sirve como refuerzo interno del pilote y tiene un alto rendimiento en construcción. Como desventaja se reconoce que en la etapa de construcción las paredes de la excavación tienden a cerrarse, lo que disminuye tanto el radio del pilote como la superficie de contacto entre el pilote-suelo y consecuentemente la capacidad de carga. Este trabajo pretende aportar a la práctica de la ingeniería de cimentaciones a través de un procedimiento para tener en cuenta los desplazamientos de las paredes de la excavación en la etapa de construcción. Dichos desplazamientos servirán como insumo para afectar el componente geométrico de la formulación convencional de capacidad portante. Adicionalmente, se tendrá en cuenta la influencia de la variabilidad inherente de los parámetros geomecánicos a través de la incorporación del carácter estocástico a los elementos finitos [2, 3, 4, 5].

2. Modelo constitutivo

El modelo constitutivo para la simulación en elementos finitos del comportamiento esfuerzo deformación del suelo es del tipo elastoplástico (Mohr-Coulomb). Los análisis se realizaron para una arcilla normalmente consolidada, por lo que se despreció el aporte de la cohesión efectiva. El modelo posee 4 parámetros. En el rango elástico, la relación entre el tensor de esfuerzos y deformaciones es de tipo lineal, y considera los parámetros módulo de Young y relación de Poisson [6]. Dicho comportamiento es válido hasta que la trayectoria de esfuerzos alcanza la envolvente de fluencia, momento en el que empiezan a generar deformaciones plásticas (Figura 1). La envolvente de fluencia está asociada a los otros dos parámetros del suelo (φ =ángulo de fricción del suelo, c=cohesión del suelo). Estos parámetros pueden obtenerse con ensayos triaxiales convencionales [7].

3. Modelo de elementos finitos

Se realizaron 4 modelos de elementos finitos usando el programa ABAQUS bajo la suposición de un horizonte homogéneo de suelo [8, 9] con profundidades de 12m, 20m, 40m y 60m. Las primeras tres profundidades son típicas de ejecución de los pilotes de pequeño diámetro y la última se realizó para observar el efecto de una mavor profundidad sin tener en cuenta el efectos de una inclinación excesiva de los tubos de perforación. Los modelos de elementos finitos tienen como objetivo simular el proceso de excavación previo a la fundición del pilote. La parametrización de la geometría del modelo se realizó en función de la longitud y diámetro del pilote. Se consideró una longitud adicional, igual a la mitad de la profundidad de la excavación y un ancho del modelo de 30 veces el diámetro del pilote (13 cm) [10] bajo condiciones axisimétricas de carga (Figura 2). Los elementos son del tipo CAX8P.



Figura 1. Esquema del modelo constitutivo elastoplástico de Mohr Coulomb usado en las simulaciones de elementos finitos.

Una vez creada la geometría, se aplicaron dos pasos de análisis: El paso de carga geoestática induce los esfuerzos a los que está sometido el suelo, generando una distribución lineal contra la profundidad (Figura 3a). Posteriormente se crea el paso de excavación. Este paso simula un proceso de pre-excavado por medio del apagado de los elementos delimitados.

4. Integración de los elementos finitos con el carácter estocástico del modelo constitutivo

Para capturar la incertidumbre inherente de las variables del modelo constitutivo en el análisis geomecánico por medio de elementos finitos, se usó el método de Montecarlo. Las simulaciones de Montecarlo son un proceso numérico de cálculo repetido de un operador matemático en la que variables dentro del operador son aleatorias. Los resultados numéricos de cada repetición del proceso numérico se pueden considerar como una muestra de la solución verdadera [11]. En este caso, el operador seleccionado fue el método de elementos finitos manera a través del cual se incluyó la incertidumbre inherente de los parámetros geomecánicos [12]. Para cada modelo de elementos finitos se realizaron 10000 ejecuciones, variando los parámetros del modelo constitutivo. Este número fue obtenido de un análisis previo de la variación de la media y la desviación estándar respecto al número de ejecuciones y tomado el número de ejecuciones en que estos parámetros son constantes. Las simulaciones de Montecarlo generan una serie que puede ser usada para estimar la distribución de probabilidad de las variables respuestas [13, 14]. Es importante aclarar que en este estudio se supone que cada realización es homogénea para el horizonte de suelo.







Figura 3. a. Esquema de esfuerzos iníciales en el modelo de elementos finitos. b. Pasos de análisis en el modelo.

5. Incertidumbre aleatoria de los parámetros del modelo constitutivo

La variabilidad en los parámetros del modelo constitutivo elastoplástico de Mohr Coulomb se introdujeron como se muestra en la Tabla 1.

Dado que las variables seleccionadas como aleatorias en la Tabla 1 no pueden tomar valores negativos, una alternativa frecuente es usar la distribución tipo log-normal para mapear variables geo-mecánicas y en varios trabajos se llegó a la conclusión que es la distribución que mejor se adapta a los resultados experimentales [2, 15, 16]. Los valores medios y el COV de las variables de la Tabla 1 son típicos de una arcilla blanda [17]. En [2, 18] proponen un COV igual a 0,25 y a 0,20 para el módulo de Young, respectivamente [19] reportan COV que varían entre 0,02 y 0,4 para el ángulo de fricción. Con base en las funciones de distribución teóricas, se procedió a la generación de los números aleatorios para cada parámetro (Tabla 1).

6. Capacidad portante para cimentaciones profundas

Los elementos finitos entregan los desplazamientos de las paredes de la excavación, que a su vez afectan el componente geométrico de la formulación clásica de la capacidad de carga. La capacidad de carga de un pilote está dada por la suma de la resistencia por punta y por fricción entre el suelo y el pilote (resistencia por fuste). En pilotes de pequeño diámetro y en suelo arcilloso, la capacidad de carga más importante es la que se desarrolla en el fuste [20]. La resistencia por fricción se obtiene de la formulación de Mohr-Coulomb por medio de la integración de la resistencia al corte en el área expuesta a la fricción. $t_a = c_a + \sigma_n \tan \varphi_a; f_{su} = \int_0^L C(c_a + k_s \sigma_v \tan \varphi_a) dz \quad (1)$

donde c_a es la adherencia pilote-suelo, $\sigma_n = k_s \sigma_v$ es el esfuerzo normal a la superficie del pilote, tan φ_a es el ángulo de fricción entre el suelo y el pilote, *C* es el perímetro y *L* la longitud del pilote, σ_v es el esfuerzo vertical y k_s es el coeficiente de empuje lateral. El componente geométrico de la capacidad por fuste del pilote se afectará con los desplazamientos de la excavación hallados por medio de los elementos finitos aleatorios.

7. Resultados

Los resultados de los análisis se presentan en dos ítems. 1. Análisis de la variabilidad de los desplazamientos de la excavación para las 4 profundidades de pilotes y 2. Influencia del proceso constructivo en la capacidad de carga del pilote.

7.1 Análisis del perfil de desplazamiento en la excavación

La Figura 4a presenta el valor medio del desplazamiento de la pared de la excavación para las cuatro profundidades. El perfil promedio se calculó haciendo la media aritmética de las 10000 ejecuciones. A mayor profundidad, el desplazamiento de la pared aumenta de forma no lineal. El desplazamiento promedio máximo se presenta en el fondo de la excavación, con valores que varían desde 1 cm, hasta casi 2,3 cm para longitudes de 12 m a 60 m respectivamente. La Figura 4b presenta el COV del desplazamiento para cada profundidad. Aunque la incertidumbre de los parámetros se mantiene constante con la profundidad (Tabla 1), el COV del desplazamiento disminuye con la misma. Dentro del primer metro, el COV disminuye abruptamente y tiende a estabilizarse a gran-

variables alcatorias seleccionadas en el modelo constitutivo clastopiastico								
Media	Coeficiente de variación (COV)	Función de distribución de probabilidad						
20	0,30	Lognormal						
1500	0,40	Lognormal						
0,4	0,40	Lognormal						
	Media 20 1500 0,4	MediaCoeficiente de variación (COV)200,3015000,400,40,40						

Tabla 1								
Variables aleatorias seleccionadas en el modelo constitutivo elastoplástico								



Figura 4. a. Perfil promedio de desplazamiento de las paredes de la excavación;b. Coeficiente de variación del desplazamiento en función de la profundidad;c. Porcentaje de disminución del radio de la excavación por el desplazamiento de la pared en función de la profundidad.

des profundidades. En la práctica, implica que la variabilidad inherente de las propiedades geomecánicas, tiene mayor impacto en la incertidumbre de los desplazamientos cerca de la superficie. Dicha situación se presenta debido a la falta de restricción de los nodos superficiales de los elementos finitos, lo que permite mayor variedad de desplazamientos. A manera de hipótesis, se podría explicar el anterior comportamiento diciendo que los esfuerzos en profundidad confinan el suelo de forma que limitan los desplazamientos, en tanto que en superficie los esfuerzos son bajos y el suelo tiene mayor libertad de movimiento. Las Figuras 4a y b muestran los parámetros estadísticos de una función de densidad de probabilidad de desplazamientos p(d/z) de la excavación condicionados a la profundidad Se supone que los estadísticos de la fdp son la media y la desviación estándar (por ejemplo normal o lognormal).

La Figura 4c, presenta la profundidad normalizada ($prof_i$ / prof max) versus el porcentaje de disminución del radio, debido al desplazamiento de la pared (diferencia entre el radio original (6,5 cm) y el desplazamiento de la pared divido por el radio original de la excavación). Se observa que cuando la profundidad es máxima, el porcentaje de disminución del radio es mayor y a su vez se ve reflejado en una disminución de la capacidad de carga del pilote.

7.2 Influencia de los desplazamientos de la excavación en la capacidad de carga

Al análisis de elementos finitos aleatorio, se integró con la formulación convencional de capacidad portante (Ecuación 1), usando como puente dos aspectos: 1) los desplazamientos de la pared de la excavación que afectan el componente geométrico de la formulación de la capacidad portante (diámetro del pilote). 2) la variable aleatoria ángulo de fricción tomada del modelo constitutivo (Tabla 1) en el análisis de elementos finitos, se usó como insumo para el cálculo de la capacidad portante. La Figura 5 presenta las funciones de distribución empírica acumulada de la capacidad de carga por fuste que fueron obtenidas.

En la Figura 5, se observa que la mediana de la capacidad de carga aumenta con la profundidad del pilote. La Tabla 2 muestra la capacidad de carga por fuste promedio y la desviación estándar obtenida de las funciones de distribución empírica. Se calcula la capacidad de carga determinística tomando los valores medios del horizonte de suelo, mostrados en la Tabla 1. Esta última es la manera convencional de cálculo, donde no se tiene en cuenta la influencia del proceso constructivo (diámetro del pilote constante d = 13 cm). Adicionalmente se determina el porcentaje de pérdida de la capacidad de carga por fuste teniendo en cuenta la



Figura 5. Función de distribución empírica acumulada de la capacidad de carga por fuste para diferentes profundidades. Mediana de la capacidad de carga.

Tabla 2 Capacidad de carga media y determinística para pilotes de pequeño diámetro (diámetro 13 cm).

Profundid ad pilote [m]	Cap Carga promedio por fuste [Ton]	Desviación estándar σ_R	Cap Carga fuste + Desv [Ton]	Cap Carga fuste - Desv [Ton]	Cap Carga fuste [Ton] determinística	Pérdida de capacidad de carga por fuste [%]
12	$\frac{\mu_R}{4.58}$	0.52	5.11	4.07	10.37	55.76
20	12,34	1,91	14,25	10,43	28,80	57,14
40	44,21	7,30	51,51	36,91	115,20	61,62
60	93,23	13,13	106,37	80,10	259,21	64,03

afectación del radio del pilote debido al proceso constructivo. En la Figura 4c se observó que el porcentaje de disminución promedio del radio del pilote, debido a los desplazamientos generados por el proceso constructivo (excavación), presenta valores máximos de 20% para la profundidad de 20 metros y de 37% para la profundidad de 60 metros. Estos porcentajes de disminución no se reflejan directamente en la pérdida de capacidad de carga por fuste, que están entre 53 y 62% de la capacidad de carga sin tener en cuenta el proceso constructivo (Tabla 2).

Los valores estadísticos de la Tabla 2 permiten estimar la probabilidad de falla para pilotes a diferentes profundidades. Para tal fin se pueden establecer los siguientes supuestos: a) las funciones de densidad de probabilidad empíricas, mostradas en la Figura 5 se ajustan a una variable aleatoria, que se distribuye de forma Gaussiana con parámetros, media de la variable resistencia R, μ_R y desviación estándar de R, σ_R (basado en la prueba K-S con un nivel de significancia del 5%). b) se conoce del diseño estructural la solicitación S con valor medio $\mu_{\rm S}\,$ y desviación estándar σ_{s} . c) La variable aleatorias S se distribuye también de forma gaussiana y d) hay independencia estadística entre R y S. Para que no se presente la falla, se necesita que R sea mayor a S, (R > S). Es decir que R - S > 0. La probabilidad de falla se definiría como la probabilidad que R - S sea menor que cero (P(R - S) < 0). Se puede derivar una función de densidad de probabilidad teórica gaussiana, con media (R S) R S y desviación estándar (RS) R2 S2.

Por lo que se puede calcular la probabilidad de falla $P(R - S < 0) = \Phi(\mu_{(R-S)}, \sigma_{(R-S)}, 0)$, donde Φ es la función de distribución de probabilidad gaussiana [11]. En este caso, se puede evaluar la probabilidad de falla del pilote integrando la influencia del proceso constructivo. Probabilidades de falla para pilotes con funciones de densidad de tipo normal y lognormal han sido propuestas también por [21, 22].

7.3 Análisis de la influencia de la variabilidad de los parámetros del modelo constitutivo en la capacidad portante

Las simulaciones de Montecarlo de la excavación previa al llenado con mezcla de agua cemento del pilote, permite visualizar el parámetro geomecánico que tiene mayor influencia en la disminución de la capacidad de carga por fuste en un pilote de pequeño diámetro, debido a la disminución de radio por el cerramiento de la excavación. Para tal fin, se presenta la Figura 6, donde se relaciona la capacidad de carga por fuste en función del desplazamiento máximo de la pared de la excavación. En esa figura, se observa que cuanto más se cierra la excavación para el pilote, la capacidad de carga será menor. La capacidad de carga por fuste está afectada por los diferentes parámetros geomecánicos, sin embargo, es importante saber cuál de esos parámetros tiene mayor influencia en la capacidad de carga. Para lo anterior, se muestra el rango de valores de los tres parámetros que se consideraron aleatorios (ángulo de fricción, Relación de Poisson, Módulo de Young), y su relación con la capacidad de carga.

La Figura 6 muestra una clara agrupación de los datos en función del ángulo de fricción. Éste es el parámetro que tiene la mayor incidencia en la capacidad de carga por fuste. Se observa además que la banda de menor capacidad de carga está relacionada con valores menores de ángulo de fricción y consecuentemente con mayores desplazamientos. Por otro lado, la relación de Poisson no presenta una relación clara con la capacidad portante. Se observa también que los menores valores de Módulo de Young están asociados con los desplazamientos máximos. Sin embargo, dicha relación no es totalmente clara. La Figura 6 permite compatibilizar la capacidad de carga, que es una formulación basada en plasticidad perfecta, con la disminución de la capacidad de carga debido al proceso constructivo de un pilote de pequeño diámetro.



Figura 6. Relación entre desplazamiento máximo y la capacidad de carga por fuste para diferentes longitudes de pilote.

7.4 Ábacos de diseño para pilotes de pequeño diámetro con influencia del método constructivo

Es evidente que existe una relación directa entre el ángulo de fricción y la capacidad de carga por fuste como se observa en la Figura 7, ya que a menor ángulo de fricción, se presentan mayores desplazamientos en la pared de la excavación lo que se traduce en una menor capacidad de carga.

En la Figura 7 se presenta además la capacidad de carga sin tener en cuenta el método constructivo (capacidad de carga determinística). Al tener en cuenta la variabilidad inherente de los parámetros geomecánicos y el proceso constructivo, la capacidad de carga disminuye. Los análisis geotécnicos tradicionales usan el factor de seguridad (FS) para dividir la capacidad de carga y entregar la de diseño. El análisis de la capacidad de carga determinista sobrepasa en un factor que varía desde 2 hasta 3 el promedio de las realizaciones aleatorias (Figura 8a). Dicho factor se puede entender como el FS que se le debe aplicar al análisis determinístico para tener en cuenta la incertidumbre aleatoria de las propiedades del suelo y el proceso constructivo. El FS se impone debido, entre otros, a la incertidumbre aleatoria (parámetros geomecánicos) y a la incertidumbre epistémica (limitaciones de los modelos). En este artículo se entrega un rango de valores de FS basado tanto en la cuantificación de la incertidumbre de los parámetros como en las deficiencias en el modelo debido al proceso constructivo. Lo anterior permite dar una explicación racional al FS. Por otro lado, en la Figura 7 fue presentada una propuesta de ábacos de diseño de pilotes de 13 cm de diámetro. En el mejor conocimiento de los autores, esta es la primera vez que se presenta un ábaco de diseño, donde se incluyen la incertidumbre y la influencia del método constructivo.

La Figura 8b presenta el COV de la capacidad portante en función del ángulo de fricción. El valor medio de una función de distribución de probabilidad se puede leer de la Figura 7 y el COV de la Figura 8b por lo que se obtiene la probabilidad de ocurrencia de la capacidad de carga condicionada a un ángulo de fricción. La capacidad de carga se obtiene incluyendo la inferencia que pueda tener el método constructivo de un pilote



Figura 7. Ábacos de diseño para pilotes pre-excavados. Comparación con la capacidad de carga determinística sin tener en cuenta el método constructivo.



Figura 8. a) Factor de seguridad que se debe aplicar al cálculo de la capacidad de carga por fuste para obtener una probabilidad de ocurrencia del 50%. b) coeficiente de variación de la capacidad de carga en función del ángulo de fricción para diferentes longitudes de pilote.

pre-excavado y vaciado *in situ* de pequeño diámetro. Es decir, las Figuras 7 y 8b entregan las bases fundamentales para la realización de estudios de confiabilidad de pilotes de pequeño diámetro pre-excavados y vaciados *in situ*.

8. Conclusiones

Se propone un procedimiento para estimar la probabilidad de falla de un pilote integrado con la influencia del proceso constructivo, por lo tanto, se entregan las bases para el diseño basado en confiabilidad de pilotes de pequeño diámetro excavados y vaciados *in situ.*

Se encuentra que la aplicación de un FS entre dos y tres al análisis de carga para pilotes preexcavados y vaciados *in situ*, es capaz de cubrir la influencia de la variabilidad de los parámetros geomecánicos y la disminución de la capacidad de carga por el proceso constructivo. Por lo anterior, se da una explicación racional al FS que se debe aplicar para obtener la capacidad de carga de diseño.

El parámetro geomecánico del modelo elastoplástico de Mohr Coulomb que tiene mayor incidencia en la capacidad de carga, a través del desplazamiento de las paredes de la perforación es el ángulo de fricción.

Se presenta un procedimiento para la generación de ábacos de diseño para pilotes de pequeño diámetro preexcavados y vaciados *in situ* que tienen en cuenta la influencia de la variabilidad de los parámetros del suelo y el método constructivo.

Agradecimientos

El primer y tercer autor agradecen a la empresa SOLOTRAT, al grupo de investigación en fundaciones, ensayos de campo y estructuras de contención de la Universidad de Brasilia (GPFees) por el soporte técnico en el desarrollo de la presente investigación y al consejo nacional de desarrollo científico y tecnológico (CNPq) por el apoyo financiero. El segundo autor agradece a la Pontificia Universidad Javeriana por el soporte económico a la presente investigación con el proyecto 00004711 – Estudio experimental de la licuación por flujo. Los autores agradecen al MOX de la Universidad de Los Andes - Bogotá - por el soporte computacional para la realización del presente proyecto.

Referencias bibliográficas

- Mendoza C. C.; Ruge J., Cunha, R. P. y A. Lizcano: "Comportamiento mecánico de excavaciones de pequeño diámetro para suelo estructurado "pilote Alluvial Anker". 14a Conferencia Panamericana de Mecánica de Suelos e Ingeniería Geotécnica, Canadá, 2011.
- 2. Papaioannou, I. and D. Straub.: "Reliability updating in geotechnical engineering including spatial variability of soil". Computers and Geotechnics, Vol. 42 (2012) 44–51.
- 3. Fellin, W.; King J., Kirsch, A. and M. Oberguggenberger: "Uncertainty modelling and sensitivity analysis of tunnel face stabil-

ity". Structural Safety, Vol. 32 (2010) 402-410.

- Baroth, J. and Y. Malecot: "Probabilistic analysis of the inverse analysis of an excavation problem". Computers and Geotechnics, Vol. 37 (2010) 391-398.
- Kamruzzaman, M. and L. Lye: "Probabilistic Analysis of Laterally Loaded Pile-Soil System using Monte Carlo Simulation". Proceedings of the Eighth (2008) ISOPE Pacific/Asia Offshore Mechanics Symposium, Thailand, 2008.
- Gasparre, A.: "Advanced Laboratory Characterization of London Clay". Thesis for the degree of doctor of philosophy, Imperial College, London, 2005.
- Desai, C. S. and H. J. Siriwardane: "Constitutive Laws for Engineering Materials With Emphasis on Geologic Materials". Prentice-Hall, USA, 1984.
- Tandjiria, V., Teh, C., Low, B.: "Reliability analysis of laterally loaded piles using response surface methods". Structural Safety, Vol. 22 (2000) 335-355.
- 9. Cherubini, C.: "Probabilistic approach to the design of anchored sheet pile walls". Computers and Geotechnics, Vol. 26 (2000) 309-330.
- Helwany, S.: "Applied Soil Mechanics with ABAQUS Applications". John Wiley and Sons, Inc., USA, 2007.
- Ang, A. and W. Tang: "Probability concepts in engineering", John Wiley and Sons, Inc., USA, 2007.
- Sentz, K. and S. Ferson: "Probabilistic bounding analysis in the Quantification of Margins and Uncertainties". Reliability Engineering and System Safety, Vol. 96 (2011) 1126-1136.
- Harahap, I. and C. Wong: "Soil parameters and bearing capacity derived from responses of drilled shaft socketed into rock". Proceedings of International Conference of Construction and Building Technology, Vol. E, No. 32 (2008) 391-402.

- Prada, L.F.; Ramos, A., Solaque, D. y B. Caicedo: "Confiabilidad aplicada al diseño geotécnico de un mutro de contención". Obras y Proyectos, Vol. 2, No. 9 (2011) 49-58.
- 15. Griffiths, D.; Fenton, G. and D. Tveten: "Probabilistic passive earth pressure analysis by the Random Finite Element Method. Prediction, analysis and design in geomechanical applications". Proceedings of the Eleventh International Conference on Computer Methods and Advances in Geomechanics, Italy, Vol. 4 (2005) 235.
- Huang, J.; Griffiths, D. and G. Fenton: "Probabilistic Analysis of Coupled Soil Consolidation". Journal of geotechnical and geo-environmental engineering, Vol. 136, No. 3 (2010) 417-430.
- Lambe, W. and R. Whitman: "Mecánica De Suelos", Limusa, México, 1998.
- 18. Kuo, Y.; Jaksa, M., Kaggwa, W., Fenton, G., Griffiths, D. and J. Goldsworthy: "Probabilistic analysis of multi-layered soil effects on shallow foundation settlement". Proceedings in 9 th Australia-New Zealand Conference on Geomechanics 9thAuckland, New Zealand, 2004.
- Baecher, G. and J. Christian: "Reliability and statistics in geotechnical Engineering", John Wiley and Sons Ltda., England, 2003.
- 20. Poulos H. G. and E. H. Davis: "Pile foundation analysis and design", John Wiley and Sons, New York, 1980.
- 21. Haldar, S. and S. Babu: "Effect of soil spatial variability on the response of laterally loaded pile in undrained clay". Computer and Geotechnics, Vol. 35 (2008) 537-547.
- 22. Niandou, H. and D. Breysse: "Reliability analysis of a piled raft accounting for soil horizontal variability". Computers and Geotechnics, Vol. 34 (2007) 71-80.

Recibido el 10 de Agosto de 2012 En forma revisada el 23 de Septiembre de 2013