

# Multi-type ant colony system for solving the multiple traveling salesman problem

Yasel José Costa Salas<sup>1\*</sup>, René Abreu Ledón<sup>1</sup>, Norge Isaiás Coello Machado<sup>2</sup>, Ann Nowé<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Ingeniería Industrial, <sup>2</sup>Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas (Cuba). Teléfono: 053-42-281448.

<sup>3</sup>Departamento de Ciencia de la Computación, Vrije Universiteit Brussel (Bélgica).  
\*[yaselcs@uclv.edu.cu](mailto:yaselcs@uclv.edu.cu), [rabreu@uclv.edu.cu](mailto:rabreu@uclv.edu.cu), [norgec@uclv.edu.cu](mailto:norgec@uclv.edu.cu), [ann.nowe@vub.ac.be](mailto:ann.nowe@vub.ac.be)

## Abstract

The Multiple Traveling Salesman problem (mTSP) is an extension of the well-known Traveling Salesman Problem (TSP), where more than one salesman is allowed to be used in order to visit some cities just once. Furthermore, the formulation of the mTSP seem more relevant for real-life applications, and also can be extended to a wide variety of Vehicle Routing Problems (VRPs) by incorporating some additional side constraints, such as the vehicle capacity and customer demands. Although the literature for the TSP and the VRP is definitely wide, the mTSP has not received the same amount of attention. In that sense, this paper proposes a new algorithm based on Ant Colony Optimization (ACO) for the mTSP, specifically Multi-type Ant Colony System (M-ACS), where each colony represents a possible global solution. Moreover, these colonies cooperate by means of “frequent” pheromone exchanges in order to find a competitive solution for the mTSP. The algorithm performance has been compared with one of the most efficient local search algorithms for mTSP, the Lin-Kernighan algorithm. Computational results confirm the competitiveness and efficiency of the strategy we propose.

**Keywords:** ant colony optimization (aco), multiple traveling salesman problem (mtsp).

## Sistema multi-tipos de colonias de hormigas para la solución del problema de múltiples agentes vendedores

### Resumen

El problema de los múltiples viajeros vendedores (Multiple Traveling Salesman Problem, mTSP) es una extensión del bien conocido problema del viajero vendedor (Traveling Salesman Problem, TSP), en dicha extensión se puede utilizar más de un vendedor con la finalidad de visitar un conjunto de ciudades solamente una vez. La formulación del mTSP se ajusta más a los problemas empresariales de la vida real, además puede ser extendida a una amplia variedad de los problemas de enrutamiento de vehículos (Vehicle Routing Problems, VRPs), mediante la incorporación de algunas restricciones, tales como: limitar la capacidad del vehículo y establecer demanda cuantificable en cada cliente o ciudad. A pesar de que la literatura científica para el TSP y los VRPs ha sido abundante, las investigaciones relativas al mTSP han sido limitadas. En este sentido, la presente investigación propone un nuevo algoritmo inspirado en el comportamiento de las hormigas nombrado “Optimización basada en colonias de hormigas (Ant Colony Optimization, ACO)” para la solución del mTSP, específicamente Sistema Multi-tipos de Colonias de Hormigas (M-ACS), donde cada colonia representa una posible solución global del problema. Las colonias cooperan mediante “frecuentes” intercambios de feromona en busca de una solución eficiente para el mTSP. El de-

sempaño del algoritmo propuesto ha sido comparado con uno de los algoritmos de búsqueda local más eficientes para dicho problema, la heurística de Lin-Kernighan. Finalmente, los resultados computacionales obtenidos confirman la competitividad y eficiencia de la estrategia de solución propuesta.

**Palabras clave:** Optimización basada en colonias de hormigas (ACO), problema de múltiples viajeros vendedores (mTSP), sistema multi-tipos de colonias de hormigas (M-ACS).

## 1. Introducción

El clásico problema del viajero vendedor (TSP) es definitivamente uno de los problemas más estudiados en la Investigación de Operaciones. Sin embargo, el problema de los múltiples viajeros vendedores (mTSP), a pesar de ser una generalización del TSP, ha sido pobremente tratado en la literatura. El mTSP, como problema combinatorial discreto, consiste en encontrar una ruta para cada uno de los  $m$  vendedores, los cuales comienzan y retornan a un nodo inicial (depósito). Comparado con el clásico TSP, el mTSP resulta más difícil de resolver computacionalmente debido a que el espacio de solución del mismo es considerablemente mayor. A pesar de que el mTSP sigue siendo un problema de referencia establecido en la literatura científica, sus rasgos fundamentales se asemejan mucho más a los problemas reales [1] que pueden presentarse en las decisiones empresariales (Tabla 1). Distintos algoritmos de solución han sido propuestos para resolver el mTSP, dentro de los que se encuentran los algoritmos exactos. Los algoritmos de *cota y poda* (Branch and Bound, BB) son los más utilizados de dentro de los enfoques exactos para la solución del mTSP [2-4]. Algunas investigaciones proponen además la estimación de cotas mediante relajaciones lagrangianas [5]. La principal desventaja de estos enfoques exactos se aprecia en el costo computacional que implica el crecimiento de los componentes del problema, ejemplo el número de ciudades a visitar.

Los métodos heurísticos han sido también abordados en la resolución del problema objeto de estudio en la presente investigación [24]. El algoritmo de *Lin-Kernighan* ha sido una de los métodos heurísticos más eficientes propuesto para el mTSP [25], aunque fue originalmente desarrollado para el TSP. Considerando lo anteriormente planteado, en la presente investigación se propone comparar los resultados del nuevo enfoque (M-ACS) basado en ACO con los resultados de la

heurística de *Lin-Kernighan* reportados en la literatura [26].

Los algoritmos evolutivos tales como, la *Programación Evolutiva* (Evolutionary Programming, EP) [27] y los *Algoritmos Genéticos* (Genetic Algorithms, GAs) [10] han sido objeto de estudio para el mTSP. Dichos enfoques evolutivos han sido propuestos fundamentalmente para aplicaciones de secuenciación de tareas en la industria [18, 21, 28].

Las *Redes Neuronales Artificiales* (Artificial Neural Network, ANN) han reportado resultados significativos en la solución del mTSP, alguno de éstos programas heurísticos proponen el uso de enfoques multiobjetivo en la modelación del problema [29, 30]. Otras proponen abordar el mTSP mediante la solución de  $m$  estándar TSP [31-33].

La *Búsqueda Tabu* (Tabu Search, TS) es otra de las metaheurísticas propuestas para el mTSP [21], algunas de ellas proponen solucionar variantes del mTSP en las que están presentes las *ventanas de tiempo*. Aunque resulta pertinente resaltar que las investigaciones en este sentido han sido considerablemente limitadas. En la última década se han reportado investigaciones que presentan el uso del Recocido Simulado (Simulated Annealing, SA) [34], por lo general la aplicación de esta metaheurística ha sido desarrollada asociando un costo fijo, en la función objetivo, para cada vendedor.

Dentro de los enfoques existentes para la solución del mTSP se encuentran los llamados métodos de transformación, [6] y [35], la aplicación de estos métodos consiste en transformar el mTSP a un clásico TSP [36]. La adición de *nodos virtuales* [22] es una de las transformaciones más utilizadas, la mismas consiste en añadir un nodo artificial por cada vendedor existente, asignando valor *cero* (0) entre éstos y los restantes nodos reales en la matriz de distancia relativa  $C$  y asignando además el valor *infinito* ( $\infty$ ) entre los nodos virtuales establecidos.

Tabla 1  
Contexto de aplicación del mTSP

Contexto de aplicación	Tipo de aplicación
Print Scheduling	Print press scheduling [6] Pre-print advertisement scheduling [7]
Workforce planning	Bank crew scheduling [8] Technical crew scheduling [9] Photographer team scheduling [10] Interview scheduling [11] Workload balancing [12] Security service scheduling [13]
Transportation planning	School bus routing [14] Crane scheduling [15] Local truckload pickup and delivery [16]
Mission planning	Planning of autonomous mobile robots [17-20] Planning of unmanned air vehicles [21]
Production planning	Hot rolling scheduling [22]
Satellite system	Designing satellite surveying system [23]

Los algoritmos basados en ACO han evidenciado significativos resultados computacionales en la solución del clásico TSP [37-39] y las múltiples variantes de los VRPs [40]. Sin embargo, de acuerdo con la literatura revisada por los autores de la presente investigación, la solución del mTSP mediante algoritmos basados en ACO no ha sido abordada. Es por ello, que la motivación fundamental en este artículo consiste en la propuesta de un nuevo enfoque, cooperativo y eficiente, el cual posibilita la solución del mTSP basado en ACO. El M-ACS propone la utilización de múltiples colonias, donde cada una construye una solución global de problema y durante el proceso constructivo las colonias cooperan, mediante el intercambio "frecuente" de feromona. Finalmente, la eficiencia del algoritmo propuesto es comprobada comparando los resultados alcanzados con la eficiente heurística de Lin-Ker-

nighan, dicha comparación se desarrolla mediante la aplicación de ambos algoritmos en instancias ya formalizadas en la literatura científica.

Este artículo está estructurado de la forma siguiente: en el epígrafe 2 se presenta la formulación matemática del problema objeto de estudio, luego en la sección 3 se describe el nuevo algoritmo desarrollado para el mTSP. La sección 4 del presente artículo está dedicada a mostrar algunas experiencias computacionales a través de la aplicación del algoritmo propuesto en instancias reconocidas en la literatura especializada. Las conclusiones de la investigación aparecen en el epígrafe 5, finalmente quedaron planteadas algunas de las tareas de investigación en trabajos futuros.

## 2. Formulación matemática del MTSP

El mTSP puede definirse en un grafo  $G = (V, A)$ , donde  $V$  resulta un conjunto de  $n$  nodos y  $A$  representa el conjunto de arcos que conectan dichos nodos. Asociado a cada arco del grafo existe una matriz  $C = (c_{ij})$ , donde  $c_{ij}$  indica mayormente la longitud del arco en unidades de distancia o tiempo. Se define a la matriz  $C$  como simétrica [41] cuando  $c_{ij} = c_{ji}$ ,  $\forall (i, j) \in A$  y asimétrica para el caso contrario. El objetivo del problema consiste en encontrar  $m$  rutas (una para cada vendedor), las cuales comienzan y culminan en un nodo depósito (representado por el nodo 1 en el caso de la modelación propuesta). Cada vendedor debe visitar sus nodos correspondientes una sola vez, de manera similar, cada nodo debe ser visitado por uno y solo un vendedor.

La variable de decisión queda definida de la forma siguiente:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si el arco}(i, j) \text{ es usado en una ruta,} \\ 0 & \text{de lo contrario} \end{cases}$$

De manera general la formulación lineal entera del mTSP puede ser establecida como sigue:

$$\text{minimizar } \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} \cdot x_{ij} \quad (1)$$

s.a.

$$\sum_{j=2}^n x_{1j} = m, \quad (2)$$

$$\sum_{j=2}^n x_{j1} = m, \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \quad j = 2, \dots, n, \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \quad i = 2, \dots, n, \quad (5)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ij} \leq |S| - 1, \quad \forall S \subseteq V \setminus \{1\}, S \neq \emptyset \quad (6)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \quad \forall (i, j) \in A \quad (7)$$

La expresión (1) describe la función objetivo del problema, la cual consiste en minimizar la sumatoria de las longitudes asociadas a cada arco  $(i,j)$ . Las restricciones (2) y (3) aseguran que exactamente  $m$  vendedores comiencen y culminen en nodo 1 (depósito), mientras que las ecuaciones (4) y (5) aseguran que los vendedores visiten sus correspondientes nodos solo una vez. Finalmente, las restricciones que se generan con la expresión (6) previenen la creación de subcircuitos en el grafo.

### 3. Sistema multi-tipos de colonias de hormigas (M-ACS)

El algoritmo M-ACS propuesto en la presente investigación está basado en la siguiente idea: sea  $CO$  un conjunto de colonias de hormigas artificiales, las cuales representan posibles soluciones globales para el problema formalizado en la sección 2. Cada colonia construye una solución global mediante la aplicación del clásico algoritmo, Sistema de Colonias de Hormigas (Ant Colony System, ACS) [42], pero durante el proceso de construcción de la solución, las colonias cooperan compartiendo entre ellas información sobre las experiencias alcanzadas hasta una iteración determinada. Dicha cooperación se realiza mediante "frecuentes" intercambios de feromona. De este modo un conjunto de soluciones es construida por las colonias que sean defini-

das, seleccionado la mejor solución posteriormente a la última iteración.

#### 3.1. Construcción de las rutas

Para resolver el mTSP, hormigas artificiales construyen una ruta mediante la selección sucesiva pseudo-aleatoria e inteligente hasta que todas las ciudades hayan sido visitadas. Las ciudades deben ser visitadas una sola vez y por un único vendedor. En el algoritmo propuesto, la selección de una ciudad no visitada se realiza considerando tres aspectos: qué tan buena fue la elección de dicha ciudad hasta la interacción actual ( $\tau_{ij}$  rastro de feromona), qué tan promisorio resulta la ciudad analizada ( $\eta_{ij}$ , medida de deseabilidad) y qué tan buena fueron las elecciones de dicha ciudad respecto a las otras colonias establecidas ( $\phi_{ij}$  rastro de feromona de la colonia). A diferencia del clásico ACS, en el M-ACS, cada hormiga se mueve desde un nodo actual  $i$  hasta el siguiente nodo  $v$  mediante la regla pseudo-aleatoria siguiente:

$$v = \begin{cases} \arg \max_{j \in U} [(\tau_{ij})^\alpha \cdot (\eta_{ij})^\beta \cdot (\phi_{ij})^\gamma] & q \leq q_0 \\ V & otherwise \end{cases} \quad (8)$$

$$V: P_{ij}^k = \frac{(\tau_{ij})^\alpha \cdot (\eta_{ij})^\beta \cdot (\phi_{ij})^\gamma}{\sum_{j \in U} (\tau_{ij})^\alpha \cdot (\eta_{ij})^\beta \cdot (\phi_{ij})^\gamma} \quad (9)$$

donde  $U$  representa el conjunto de nodos a visitar,  $\tau_{ij}$  es rastro de feromona en el arco  $(i, j)$  y  $\eta_{ij}$  denota la medida de deseabilidad, la cual puede calcularse mediante la expresión siguiente:

$$\eta_{ij} = \frac{1}{d_{ij}} \quad (10)$$

donde  $d_{ij}$  indica la distancia entre los nodos  $i$  y  $j$ . Por otra parte,  $\phi_{ij}$  denota para el arco  $(i, j)$ , en el algoritmo propuesto, el valor promedio de los rastros de feromona de las colonias restantes. El término anterior es determinado posterior a cierta cantidad de iteraciones  $F$ . Los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  determinan la influencia relativa de la feromona versus la distancia ( $\alpha, \beta > 0$ ). El parámetro  $\gamma$  es incorporado al algoritmo, dicho parámetro expresa la tendencia existente en cada colonia hacia el uso de su propia experiencia ( $\gamma = 0$ ) o hacia el uso de las experiencias de las colonias restantes

( $\gamma > 0$ ). En el algoritmo se define además el parámetro  $q_0$ , el cual se distribuye uniformemente [0, 1] y determina la importancia relativa de la explotación (expresión 8) versus la exploración (expresión 9). El número aleatorio  $q$  se genera uniformemente [0, 1], y en caso de que  $q \leq q_0$  el próximo nodo se incorpora mediante la expresión (8), de lo contrario mediante la expresión (9).

### 3.2. Actualización de la feromona

La actualización de la feromona en el M-ACS incluye las mismas reglas de actualización (actualización local y global) que las definidas en [38] para el ACS. La regla de actualización local (ver expresión 11) se aplica para cambiar el nivel de feromona de cada arco mientras cada hormiga artificial construye una solución.

$$\tau_{ij}^{new} = (1 - \rho)\tau_{ij}^{old} + \rho\tau_o \quad (11)$$

donde  $\rho$  se define como el coeficiente de evaporación ( $0 \leq \rho \leq 1$ ) y  $(1 - \rho)$  indica el nivel de evaporación de la feromona. El nivel inicial de feromona ( $\tau_o$ ) es alcanzado a través de la clásica heurística del Vecino más Cercano (Nearest Neighbor, NN) y se determina mediante la siguiente expresión:

$$\tau_o = (n \cdot L_{nn})^{-1} \quad (12)$$

donde  $n$  denota el número de ciudades y  $L_{nn}$  representa el recorrido total aplicando la heurística NN. Posterior a la primera iteración, se realiza la actualización global de la feromona (expresión 13) para aquellos arcos que conformaban la mejor solución alcanzada en la primera iteración.

$$\tau_{ij}^{new} = (1 - \rho)\tau_{ij}^{old} + \frac{\rho}{L_{Best}} \quad \forall (i, j) \notin BestSol \quad (13)$$

donde  $L_{Best}$  es la distancia total recorrida de la mejor solución (*BestSol*) en la iteración.

### 3.3. Cooperación entre colonias

El M-ACS presenta rasgos significativos de inteligencia colectiva, a diferencia del ACS, en el M-ACS un conjunto de colonias cooperan con la finalidad de encontrar mejores soluciones. El proceso de cooperación, inspirado en [43], consiste en los “frecuentes” intercambios del rastro de feromona alzado por las hormigas que perte-

necen a cada colonia. Cada colonia tiene asociado dos matrices de rastros de feromona: la primera de éstas contiene los rastros de feromona de las hormigas que pertenecen a la propia colonia y la segunda matriz contiene los rastros de feromona alcanzado por las hormigas que pertenecen a las colonias restantes. Los “frecuentes” intercambios de feromona son realizados después de una cantidad de iteraciones predefinidas  $F$ . Dicho parámetro puede definirse porcentualmente, indicando que cuando el número de iteraciones haya alcanzado el valor porcentual  $F$  con respecto al total de iteraciones  $N$  se debe realizar el intercambio de feromona entre las colonias. De este modo, el valor de feromona cuando se realiza el intercambio se calcula de la manera siguiente:

$$\phi_S(i, j) = \frac{\sum_{\forall C \in CO: C \neq S} \phi_C(i, j)}{C - 1} \quad (14)$$

donde  $S$  representa la colonia actual que obtiene el valor del intercambio, la cual toma el valor promedio de los rastros de feromona de las otras colonias, excluyendo la colonia actual. Finalmente, en el Pseudo-código 1 se detalla el procedimiento general seguido en el M-ACS, dicho procedimiento incluye los mecanismos de intercambio entre las colonias, así como incluye la llamada a otro procedimiento (**solución-nueva-hormiga**) en el que las hormigas artificiales realizan la construcción de las soluciones (ver Pseudo-código 1).

El procedimiento **solución-nueva-hormiga** se describe en el Pseudo-código 2.

## 4. Experiencias computacionales

En la presente sección se muestran algunos resultados computacionales con el objetivo de evaluar el desempeño del algoritmo propuesto en el epígrafe 3. La ejecución del M-ACS ha sido desarrollada en un ordenador personal equipado con un procesador *Intel Pentium dual-core 1.6 GHz*, una memoria RAM de *1 GB*. La implementación computacional del algoritmo ha sido programada en *Java 1.6.0*.

El M-ACS fue probado en seis (6) problemas de referencia en *TSPLIP* [44]. Estos problemas consisten en clásicos TSPs, los cuales han sido resueltos con enfoques algorítmicos específicos para este tipo de problema. Sin embargo, en la

## Pseudo-código 1

## Procedimiento M-ACS

---

Inicializar parámetros  
 Obtener la solución inicial mediante la heurística NN ( $\psi^{nn}$ )  
 $\psi^{gb} \leftarrow \psi^{nn}$   
 $L_{gb} \leftarrow L_{nn}$   
**For** cada colonia  $s$   
   **For** cada arco  $(i, j)$   
      $\phi_{ij} = \tau_{ij} = \tau_0$  (Ecuación 12)  
**EndFor**  
**Do Until**  $IT = N$   
   **If**  $IT \% N = F$  **Then**  
     Intercambiar rastros de feromona entre colonias (Ecuación 14)  
   **Endif**  
**For** cada colonia  $c$   
   **For** cada hormiga  $k$   
     Construir una solución ( $\psi^k$ ) mediante (**solución-nueva-hormiga**)  
     **If**  $L_k \leq L_{gb}$  **Then**  
        $L_{gb} = L_k$ ;  $\psi^{gb} = \psi^k$   
     **Endif**  
   **EndFor**  
**EndFor**  
 $IT = IT + 1$   
**Loop**  
**For** cada arco  $(i, j)$  en la solución *BestSol*  
   Actualizar rastro de feromona  $\tau_{ij}$  (Ecuación 13)  
**EndFor**

---

## Pseudo-código 2

## Procedimiento solución-nueva-hormiga

---

Inicializar parámetros  
 Localizar hormiga  $k$  en el depósito  
 Inicializar la distancia recorrida:  $L^k \leftarrow 0$   
**For** cada colonia  $c \in CO$   
   **While** (Hormiga  $k$  no haya completado su solución)  
     Seleccionar el próximo nodo  $j$  mediante ecuación (8) ó (9)  
     Actualizar el rastro de feromona  $\tau_{ij}$  (Ecuación 11)  
     Actualizar recorrido:  $\psi^k \leftarrow \psi^k + \langle j \rangle$   
     Actualizar distancia recorrida:  $L^k \leftarrow L^k + d_{ij}$   
   **EndWhile**  
**EndFor**

---

presente investigación se desarrolla el experimento computacional resolviendo los problemas mencionados y comparando los resultados alcanzados con los de la heurística Lin-Kernighan [26]. Los seis problemas de referencia presentan un rango de ciudades entre 124 y 783 y el número de vendedores establecidos resultaron 3, 5 y 7 respectivamente. En la Tabla 2 se resumen los principales resultados del experimento computacional, donde la primera columna de dicha tabla indica el tipo de problema (simétrico y asimétrico). Las columnas 2 y 3 muestran el código del problema y las dimensiones de los mismos. Las columnas restantes muestran los valores de función objetivo para las distintas instancias resueltas por ambos algoritmos (M-ACS y Lin-Kernighan).

Los parámetros fijados para el M-ACS fueron los siguientes:  $q_0 = 0,8$ ,  $\alpha = \beta = \gamma = 1$ ,  $\rho = 0,1$  solamente 10 hormigas para cada colonia. Como resultado de un estudio estadístico previo de Análisis de Varianza (*Analysis of Variance*, ANOVA) se establecieron 3 colonias para la solución de las instancias, así como realizar el intercambio de feromona cada 10 iteraciones (10% de un total de 100 iteraciones).

Partiendo de los resultados obtenidos en la Tabla 2, se obtienen diferencias significativas entre los valores de función objetivo para los algoritmos analizados, resultando ser el algoritmo propuesto el de mayor eficiencia para las instancias resueltas. Las diferencias significativas fueron probadas mediante la aplicación de la prueba estadística no-paramétrica de *Wilcoxon*, considerando las 10 réplicas del M-ACS se obtuvo

un *p-value* de 0.03. Resulta interesante resaltar que la heurística Lin-Kernighan proveer mejor calidad en las soluciones (mejor valor en la función objetivo) cuando las instancias presentan dimensiones inferiores. Respecto al tiempo de computación, vale señalar que se reportaron tiempos de cómputo(s) despreciables para el caso de 100 iteraciones del M-ACS. Un ejemplo de ello fue reportado en el problema de mayor escala (rat783), en el cual el tiempo de ejecución del algoritmo propuesto no sobrepasó los 120 segundos.

## 5. Conclusiones

En la presente investigación, se presenta el Sistema Multi-tipos de Colonias de Hormigas como un nuevo enfoque de los algoritmos ACO. La nueva propuesta consiste en los “frecuentes” intercambios de feromona que realizan las hormigas que componen múltiples colonias con la finalidad de compartir experiencias en la construcción de soluciones. El nuevo enfoque de solución se desarrolla para un problema combinatorial poco estudiado (el mTSP) por la familia de los algoritmos basados en ACO. Por otra parte, basado en la solución de seis reconocidos juegos de datos, los resultados computacionales evidencian la efectividad del M-ACS, proporcionando en la mayoría de los casos mejor valor en la función objetivo comparado con la eficiente y bien conocida heurística de Lin-Kernighan. Finalmente, los tiempos de cómputo(s) reportados indican valores razonables teniendo en cuenta las iteraciones ejecutadas por el M-ACS.

Tabla 2  
Resultados computacionales para los problemas de referencia

Tipo	Código	Dim.	M-ACS			Lin-Kernighan		
			M = 3	M = 5	M = 7	M = 3	M = 5	M = 7
Simétrico	bier127	127	95934	87915	80345	95592	87562	80283
	ts225	225	117452	113570	110551	117960	113562	110656
	rat783	783	8668	8626	8534	8708	8650	8597
Asimétrico	kro124p	100	33765	32271	30907	33655	32247	30915
	ftv170	171	2482	2341	2263	2498	2368	2272
	rgb443	443	2604	2541	2466	2621	2555	2489

## Investigaciones futuras

Las investigaciones futuras deben estar encaminadas a la combinación del algoritmo propuesto con estrategias de búsqueda local. De igual modo, extender la aplicación del M-ACS para variantes de los VRPs y de esta manera analizar el desempeño del algoritmos respecto a los resultados de otros enfoques.

## Referencias bibliográficas

1. Bektas T.: "The multiple traveling salesman problem: an overview of formulations and solution procedures". *Omega*, Vol. 34, (2006) 209-219.
2. Gromicho J., Paixão J. and Branco I.: Exact solution of multiple traveling salesman problems. In: Mustafa Akgül, et al., editors. *Combinatorial optimization*. NATO ASI Series, Springer, Berlin (1992), 291-292.
3. Laporte G. and Nobert Y.: "A cutting planes algorithm for the m-salesmen problem". *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 31, (1980) 1017-1023.
4. Gromicho J. Private communication (2003).
5. Gavish B. and Srikanth K.: "An optimal solution method for large-scale multiple traveling salesman problems". *Operations Research*, Vol. 34, (1986) 698-717.
6. Gorenstein S.: "Printing press scheduling for multi-edition periodicals". *Management Science*, Vol. 16, (1970) 373-383.
7. Carter A.E. and Ragsdale C.T.: "Scheduling pre-printed newspaper advertising inserts using genetic algorithms". *Omega*, Vol. 30, (2002) 415-421.
8. Svestka J.A. and Huckfeldt V.E.: "Computational experience with an m-salesman traveling salesman algorithm". *Management Science*, Vo. 19, (1973) 790-809.
9. Lenstra J.K. and Rinnooy Kan A.H.G.: "Some simple applications of the traveling salesman problem". *Operational Research Quarterly*, Vol. 26, (1975) 717-733.
10. Zhang T., Gruver W.A. and Smith M.H.: Team scheduling by genetic search. *Proceedings of the second international conference on intelligent processing and manufacturing of materials*, Vol. 2, (1999) 839-844.
11. Gilbert K.C. and Hofstra R.B.: "A new multiperiod multiple traveling salesman problem with heuristic and application to a scheduling problem". *Decision Sciences*, Vol. 23, (1992) 250-259.
12. Okonjo-Adigwe C.: "An effective method of balancing the workload amongst salesmen". *Omega*, Vol. 16, (1988) 159-163.
13. Calvo R.W. and Cordone R.: "A heuristic approach to the overnight security service problem". *Computers and Operations Research*, Vol. 30, (2003) 1269-1287.
14. Angel R.D., Caudle W.L., Noonan R. and Whinston A.: "Computer assisted school bus scheduling". *Management Science*, Vol. 18, (1972) 279-288.
15. Kim K.H. and Park Y.: "A crane scheduling method for port container terminals". *European Journal of Operational Research*, Vol. 156, (2004) 752-768.
16. Wang X. and Regan A.C.: "Local truckload pickup and delivery with hard time window constraints". *Transportation Research Part B*, Vol. 36, (2002) 97-112.
17. Basu A., Elnagar A. and Al-Hajj A.: "Efficient coordinated motion". *Mathematical and Computer Modelling*, Vol. 31, (2000) 39-53.
18. Brummit B. and Stentz A.: Dynamic mission planning for multiple mobile robots. *Proceedings of the IEEE international conference on robotics and automation*. (1996).
19. Brummit B. and Stentz A.: GRAMMPS: A generalized mission planner for multiple mobile robots. *Proceedings of the IEEE international conference on robotics and automation*. (1998).
20. Yu Z., Jinhai L., Guochang G., Rubo Z. and Haiyan Y.: An implementation of evolutionary computation for path planning of cooperative mobile robots. *Proceedings of the fourth world congress on intelligent control and automation*, Vol. 3, (2002) 1798-1802.
21. Ryan J.L., Bailey T.G., Moore, J.T. and Carlton W.B.: Reactive Tabu search in unmanned aerial reconnaissance simulations.

- Proceedings of the 1998 winter simulation conference, Vol. 1, (1998) 873-909.
22. Tang L., Liu J., Rong A. and Yang Z.: "A multiple traveling salesman problem model for hot rolling scheduling in Shangai Baoshan Iron & Steel Complex". *European Journal of Operational Research*, Vol. 124, (2000) 267-282.
  23. Saleh H.A. and Chelouah R.: "The design of the global navigation satellite system surveying networks using genetic algorithms". *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, Vol. 17, (2004) 111-122.
  24. Potvin J., Lapalme G. and Rousseau J.: "A generalized k-opt exchange procedure for the MTSP". *INFORMS*, Vo. 27, (1989) 474-481.
  25. Lin S. and Kernighan B.: "An effective heuristic algorithm for the traveling salesman problem". *Operations Research*, Vol. 21, (1973) 498-516.
  26. Dazhi W. and Dingwei W.: *An Approach to Solve Large Scale Multiple Traveling Salesman Problem with Balanced Assignment*. The 6th International Conference on Management, Wuhan, China (2007), 43-45.
  27. Fogel D.B.: *A parallel processing approach to a multiple traveling salesman problem using evolutionary programming*. Proceedings of the fourth annual symposium on parallel processing. Fullerton, CA (1990), 318-326.
  28. Sofge D., Schultz A. and De Jong K.: *Evolutionary computational approaches to solving the multiple traveling salesman problem using a neighborhood attractor schema*. Lecture notes in computer science. Springer, Berlin (2002), 151-160.
  29. Somhom S., Modares A. and Enkawa T.: "Competition-based neural network for the multiple traveling salesmen problem with minmax objective". *Computers and Operations Research*, Vol. 26, (1999) 395-407.
  30. Modares A., Somhom S. and Enkawa T.: "A self-organizing neural network approach for multiple traveling salesman and vehicle routing problems". *International Transactions in Operational Research*, Vol. 6, (1999) 591-606.
  31. Hsu C., Tsai M. and Chen W.: *A study of feature-mapped approach to the multiple travelling salesmen problem*. IEEE International Symposium on Circuits and Systems, Vol. 3, (1991) 1589-1592.
  32. Torki A., Somhon S. and Enkawa T.: "A competitive neural network algorithm for solving vehicle routing problem". *Computers and Industrial Engineering*, Vol. 33, (1997) 473-506.
  33. Wacholder E., Han J. and Mann R.C.: "A neural network algorithm for the multiple traveling salesmen problem". *Biology in Cybernetics*, Vol. 61, (1989) 11-19.
  34. Song C., Lee K. and Lee W.D.: *Extended simulated annealing for augmented TSP and multi-salesmen TSP*. Proceedings of the international joint conference on neural networks, Vol. 3, (2003) 2340-2343.
  35. Bellmore M. and Hong S.: "Transformation of multisalesmen problem to the standard traveling salesman problem". *Journal of Association for Computing Machinery*, Vol. 21, (1974) 500-504.
  36. Russell R.A.: "An effective heuristic for the m-tour traveling salesman problem with some side conditions". *Operations Research*, Vol. 25, (1977) 517-524.
  37. Dorigo M. and Gambardella L.M.: "Ant colonies for the traveling salesman problem". *BioSystems*, Vol. 43, (1997) 73-81.
  38. Dorigo M. and Gambardella L.M.: *Ant Colony System: A cooperative learning approach to the traveling salesman problem*. IEEE Transaction Evolutionary Computation, Vol. 1, (1997) 32-56.
  39. Dorigo M. and Stützle T.: *ACO Algorithms for the Traveling Salesman Problem*. Evolutionary Algorithms in Engineering and Computer Science: Recent Advances in Genetic Algorithms, Evolution Strategies, Evolutionary Programming, Genetic Programming and Industrial Applications, John Wiley & Sons (1999).
  40. Colorti D. and Roizzoli A.E.: "Ant colony optimization for real-world vehicle routing problems". *SIGEVolution*, Vol. 2, (2007) 2-9.

41. Hong S. and Padberg M.W.: "A note on the symmetric multiple traveling salesman problem with fixed charges". *Operations Research*, Vol. 25, (1977) 871-874.
42. Dorigo M. and Gambardella L.M.: Ant colony system: A cooperative learning approach for the traveling salesman problem. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol. 1, (1997) 53-66.
43. Nowé A., Verbeek K. and Vrancx P.: Multi-type Ant Colony: The Edge Disjoint Paths Problem. Paper presented at the Ants 2004. Brussels, Belgium (2004).
44. The symmetric and asymmetric TSPLIB, Traveling Salesman Problem Instances: <http://comopt.ifl.uni-heidelberg.de/software/TSPLIB95/>.

Recibido el 4 de Octubre de 2011

En forma de revisada el 9 de Julio de 2012