

Influence of roughness, aspect ratio and Reynolds number on shear stress in channels and non-pressurized closed ducts

María Luisa Olivero Novillo y Julián Aguirre Pe

Laboratorio de Hidráulica, CHIDRA, Facultad de Ingeniería, Universidad de los Andes.
Mérida, 5101. Venezuela. Fax: 0274-2402812. Telf: 0274-2402827, 0274-2402825.
E-mail: marial@ula.ve; aguirrej@ula.ve

Abstract

With the purpose of obtaining shear stress distributions at the walls and at the bed, of an open channel, experimental data available in literature, for smooth open channels and smooth rectangular ducts, are analyzed and confronted. Similitude criteria between a free surface flow and a close non-pressurized flow are given. The influence of the aspect ratio on shear distribution is determined and different functional relationships are obtained. Mean shear stresses at the walls and at the bed are analyzed and empirical relationships are obtained. Experimental equations show satisfactory correlation coefficients.

Key words: Shear stress distributions, aspect ratio, free surface flow and a non-pressurized flow close.

Influencia de la rugosidad, relación de aspecto y número de Reynolds en los esfuerzos cortantes en canales y ductos no presurizados

Resumen

En este trabajo se establece la distribución del esfuerzo cortante en las paredes y en el fondo de canales rectangulares lisos. Se analiza y contrasta con información experimental disponible en la bibliografía, tanto para canales lisos como para ductos lisos. Se establece la similitud existente entre el flujo a superficie libre y el flujo en ductos no presurizados. Además se trata de determinar la influencia de la relación de aspecto, del número de Reynolds y la rugosidad en la distribución de esfuerzos cortantes en los contornos. Se encuentran relaciones funcionales de la distribución del esfuerzo cortante en función de la relación de aspecto. Se analiza el esfuerzo cortante medio de pared y fondo adimensionalizados con la profundidad y con el radio hidráulico. Se obtienen las respectivas relaciones funcionales. Las ecuaciones de ajuste obtenidas son satisfactorias como lo indica el grado de correlación obtenido.

Palabras clave: Distribución esfuerzos cortantes, relación de aspectos, ductos y canales.

Introducción

El concepto de esfuerzo cortante, introducido por Du Boys, puede ser empleado en el diseño de canales en suelos erosionables así como en otros diseños hidráulicos. Sin embargo, la distribución del esfuerzo cortante a lo largo del perímetro del canal no es uniforme y la estabilidad de la

sección depende del esfuerzo cortante local. Por esta razón es importante conocer la distribución del esfuerzo cortante con el fin de abordar problemas relacionados con la resistencia, sedimentos, dispersión o problemas de cavitación.

El más antiguo método susceptible de realizar una estimación del esfuerzo cortante medio en las paredes y en el fondo de un canal se atribuye

ye a Einstein [1]. Meyer-Peter y Müller [2] presentaron un método similar sin dar referencia.

Lane [3], al presentar procedimientos para diseñar canales estables con fondos granulares, propuso un método gráfico para estimar el esfuerzo cortante en el fondo y las paredes de los canales.

Johnson [4] admitió la conveniencia de emplear la ley logarítmica de fricción en el método de Einstein. Vanoni y Brooks [5] realizaron algunos retoques al planteamiento de Johnson y lo expusieron claramente como un método para desglosar el esfuerzo cortante medio en los correspondientes al fondo y las paredes.

La ASCE [6] recomienda la utilización del modelo de Vanoni y Brooks, advirtiendo posibles deficiencias del método para estimar el factor de fricción y recomendando la medición directa del esfuerzo cortante para separar los efectos de paredes y fondo. No hay sustento experimental que corrobore el uso del modelo de Vanoni y Brooks.

Olivero et al. [7] presentaron un modelo que mantiene las hipótesis de Einstein [1] y que puede ser resuelto de manera general para el caso de cualquier condición de rugosidad en las paredes y en el fondo. Igualmente Olivero et al. [8] desarrollaron un modelo que toma en cuenta el perfil de velocidades, y obtuvieron una curva que separa las áreas de influencia de la pared y fondo.

Diferentes investigadores han abordado el problema presentando el esfuerzo cortante local como una fracción del esfuerzo cortante total en función de la relación de aspectos B/y , donde B es el ancho del canal y y es la profundidad, (Rajaratnam y Muralidhar, [9], Ghosh y Roy, [10], y [11], Knight y Macdonald, [12] y [13], Knight, [14], Knight y Demetriou, [15], y Knight y Patel, [16]. Los diversos autores mencionados estudiaron el problema para canales lisos y rugosos en forma separada.

En el presente trabajo se propone adicionalmente constatar que la información experimental de distribución de esfuerzos cortantes en canales y ductos lisos son similares, si los canales y ductos guardan similitud geométrica. Se estableció un plan de trabajo para dos de las cuatro condiciones distintas de funcionamiento por efecto de la fricción: paredes lisas-fondo liso, corresponde a la condición de canal completamente liso; esta condición

establece el límite de funcionamiento de los canales rugosos. Paredes lisas-fondo rugoso, corresponde al caso de canales con fondo rugoso y márgenes lisas o al caso común de estudios de modelos en los laboratorios de hidráulica con paredes de vidrio y fondos rugosos.

Procedimiento experimental y bancos de datos utilizados

Procedimiento experimental

Ducto de aire: se puede pensar que el flujo de un líquido, a superficie libre, en un canal rectangular, ofrece características de similitud con el flujo en un conducto cerrado de la misma anchura y de dos veces la profundidad del líquido en el canal, conservando las condiciones de simetría. La superficie libre, en el canal, tiene su contraparte en el plano de simetría del ducto cerrado, en el cual el esfuerzo cortante es nulo. Para obtener información experimental sobre distribuciones de velocidades y esfuerzos se diseñó un ducto de aire de sección transversal rectangular de ancho B correspondiente a 0.80 m y altura $2y$ correspondiente a 0.20 m y longitud de 10 m, en el cual el control del flujo se ubica en el sector de aguas arriba mediante una compuerta regulable. La sección de mediciones fue ubicada aguas abajo, donde había completo desarrollo de la capa límite. La medición de los perfiles de velocidad se hizo con un tubo de Pitot colocado sobre un soporte que permitiera la ubicación y medición de los ejes coordenados. La diferencia de presión en el tubo se midió con un manómetro de tiro. La calibración del tubo inclinado se hizo de modo que se eliminaran los errores causados por capilaridad y se usó alcohol azul de alto grado de pureza con la más baja densidad posible. Se hizo medición de capilaridad del alcohol con un capilarímetro y de la densidad con un densímetro.

Se barrió el ducto de aire en flujo sobre contornos lisos, 27 perfiles verticales y 11 horizontales para un conjunto de 297 puntos para cada caudal. Se obtuvieron 54 perfiles horizontales de velocidad y 22 verticales para tres aperturas diferentes de la compuerta de entrada. Por otra parte, se constató que el ducto presentaba simetría en los perfiles de velocidad en los cuadrantes producidos por los ejes de simetría, y que existía una zona central de flujo bidimensional.

Canal experimental: también se presentan los datos obtenidos, con perfiles de velocidad medidos con anemómetro de hilo caliente, en un canal de alta pendiente de 10 cm. de ancho, con paredes de vidrio y fondo cubierto por gravas naturales, la pendiente se varió entre 0.01 y 0.03, los fondos de gravas tenían diámetros entre 1.1 cm y 2.35 cm y relaciones de profundidad a tamaño de rugosidad entre 1.25 y 12.12. A estos datos se les hizo corrección por efecto de pared.

Bancos de datos utilizados

Adicionalmente, en el análisis de los esfuerzos cortantes, se consideró el banco de datos de Knight y Patel [16] quienes trabajaron en un ducto liso de sección transversal variable y longitud de 9.25 m.

De la literatura, se usó como base de datos la de los canales de Knight y Demetriou [15] y los de Rajaratnam y Muralidhar [9], quienes realizaron mediciones en canales lisos de anchura B y profundidad y . Igualmente se usaron los bancos de datos correspondientes a fondos rugosos y paredes lisas presentados por Knight [14] y Ghosh y Roy [11], trabajaron con canales con rugosidades artificiales. Knight [14] quien trabajó con pendiente de 9.58×10^{-4} y rugosidad relativa entre 10.25 y 102.5 y Ghosh y Roy [11], trabajaron con pendientes entre 3.15×10^{-3} y 4.35×10^{-3} y rugosidades relativas entre 16.9 y 61.1.

Resultados

Relación entre el esfuerzo cortante medio de pared y de fondo

Rajaratnam y Muralidhar [9] encuentran posible establecer una relación entre el esfuerzo cortante de la pared y el del fondo como una función de la relación de aspecto B/y , sin embargo no lo presentan en su estudio. En la Figura 1 del presente estudio, se exhibe la relación entre el esfuerzo cortante de la pared τ_p y el esfuerzo cortante del fondo τ_f medidos, en función de la relación de aspecto, para canales y ductos lisos. Se observa que todos los datos se pueden representar por una curva con un grado de correlación $R = 0.904$, dada por

$$\frac{\tau_p}{\tau_f} = 1079 - 0.149 \ln \frac{B}{y} \quad (1)$$

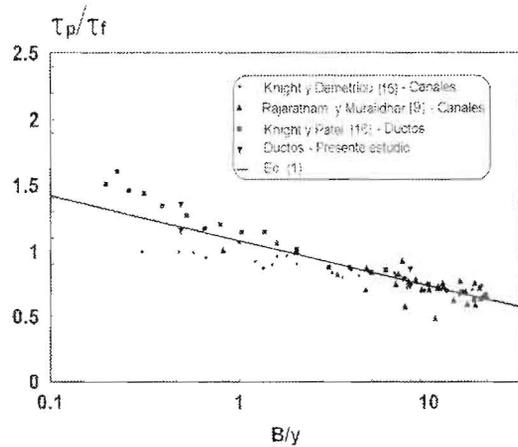


Figura. 1. Relación de los esfuerzos medios de pared y fondo, ductos y canales lisos.

Se evidencia que la relación de aspecto determina la relación entre esfuerzos cortantes de pared y fondo tanto en canales abiertos como en ductos cerrados, en forma similar.

En la Figura 2. se presenta la misma relación para canales rugosos, observándose que los datos experimentales se ubican por debajo de la relación encontrada para canales lisos.

Relación entre los esfuerzos cortantes medios de pared y de fondo y el esfuerzo cortante medio

La concepción de modelos para estimar el esfuerzo cortante de fondo y de pared requiere el planteamiento de hipótesis básicas. Así, se debe tener en cuenta que el esfuerzo cortante medio del canal, distribuido sobre el perímetro total del canal se relaciona con el esfuerzo cortante de fondo y de la pared distribuidos proporcionalmente sobre el perímetro mojado respectivo.

En las Figuras 3 y 4 se presenta la relación entre el esfuerzo de pared y el del fondo, propuesta, respecto al valor medio τ del flujo para el caso de canales y ductos. Se encuentra que las curvas de mejor ajuste, con un grado de correlación $R = 0.871$ y 0.878 respectivamente, son

$$\frac{t_p}{t} = 1.001 \exp\left(-0.023 \frac{B}{y}\right) \quad (2)$$

$$\frac{\tau_f}{\tau} = 1061 \exp\left(-0.094 \frac{y}{B}\right) \quad (3)$$

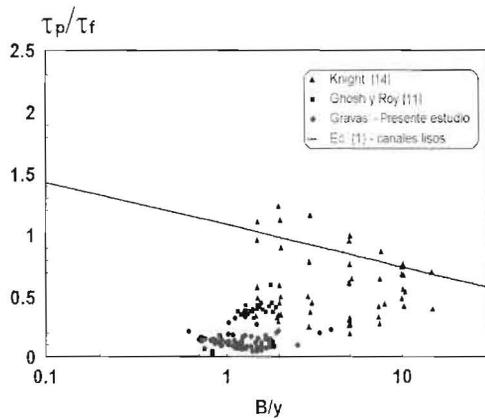


Figura. 2. Relación de los esfuerzos medios de pared y de fondo para canales rugosos.

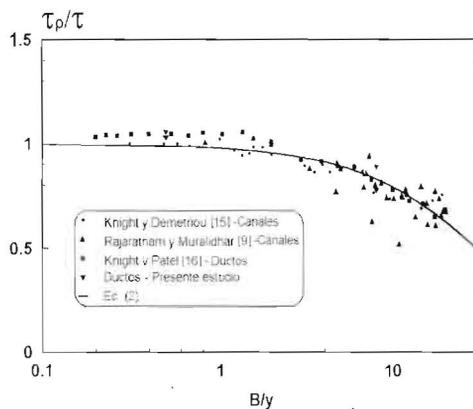


Figura. 3. Relación del esfuerzo medio de pared y del flujo para canales y ductos lisos.

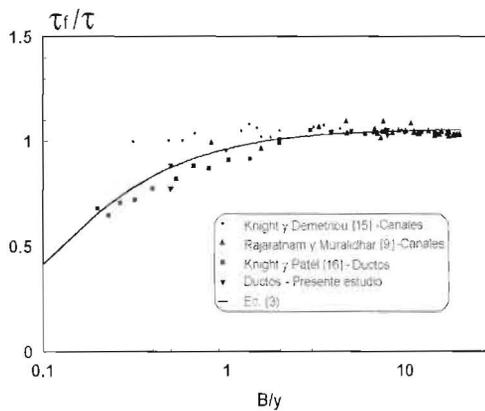


Figura. 4. Relación del esfuerzo medio de fondo y del flujo para canales y ductos lisos.

De la observación de estas figuras se evidencia que τ_p se aproxima al valor de τ para relaciones B/y menores que aproximadamente 2 y que τ_f se aproxima a τ para relaciones B/y mayores que aproximadamente 2. Es también de resaltar que, nuevamente, los esfuerzos cortantes en ductos cerrados y canales abiertos de geometría similar presentan distribución de esfuerzos, entre pared y fondo, semejante, aún cuando se observa mayor dispersión en los puntos experimentales correspondientes a canales abiertos. La relación de aspecto determina claramente la relación de esfuerzos cortantes en ductos cerrados y en canales abiertos.

Distribución del esfuerzo cortante en canales y ductos lisos

Diferentes autores han expresado la distribución del esfuerzo cortante a través de la definición de la fuerza de corte SF del canal y las correspondientes SF_p y SF_f para la pared y fondo respectivamente, en función de la relación de aspecto B/y . Knight y Demetriou [15], basados en análisis previo de Knight [14], propusieron expresiones para la distribución del esfuerzo cortante como $\%SE_p = e^\alpha$, donde $\%SF_p$ es el porcentaje de fuerza de corte correspondiente a la pared y α un coeficiente, así obtuvieron expresiones que se ajustaban a su base de datos. Estas expresiones empíricas expresan la relación del esfuerzo cortante de pared o fondo en relación con la fuerza de corte de pared en función de la relación de aspecto B/y , en contornos lisos.

Al incorporar las bases de datos correspondientes a ductos y canales lisos de otros autores se evidencia que las ecuaciones anteriores están limitadas al campo de trabajo de Knight y Demetriou [15].

Alternativamente, en este trabajo se ofrecen las Figuras 5 y 6 que presentan el esfuerzo cortante de pared y fondo medidos, adimensionalizados con el esfuerzo calculado por $\gamma y S$, mediante curvas logarítmicas de ajuste con un grado de correlación $R= 0.883$ y 0.972 , donde γ es el peso específico, y la profundidad del flujo y S la pendiente de fondo del canal.

$$\frac{\tau_p}{\gamma y S} = 0.364 + 0.120 \ln \frac{B}{y} \tag{4}$$

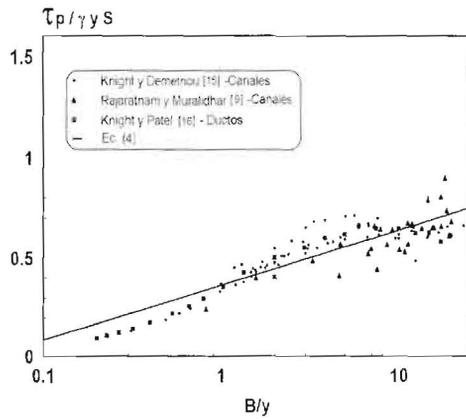


Figura. 5. Esfuerzo de pared adimensionalizado con la profundidad, canales y ductos.

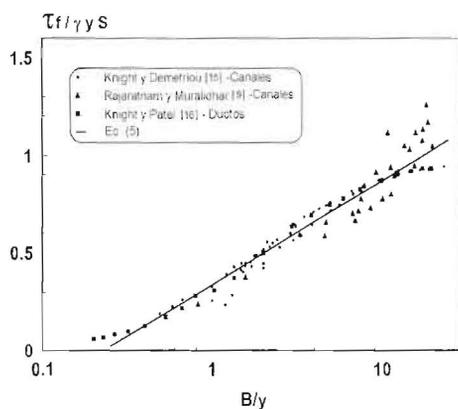


Figura. 6. Esfuerzo de fondo adimensionalizado con la profundidad, canales y ductos.

$$\frac{\tau_f}{\gamma y S} = 0.342 + 0.229 \ln \frac{B}{y} \quad (5)$$

De la Figura 5 se observa que los datos experimentales correspondientes al esfuerzo cortante de pared, adimensionalizado con $\gamma y S$, se ubican por debajo de la curva de ajuste para valores de B/y menores que 1 y mayores que 10, y por encima de la curva de ajuste para valores de B/y entre 1 y 10.

En la Figura 6 se observa que los datos experimentales del esfuerzo cortante de fondo adimensionalizado con $\gamma y S$, producen dos colas que parecieran tender a 0 al principio y a 1 al final, lo que es cónsono con la condición de esfuerzo cor-

tante de fondo nulo para relaciones de aspectos que tiendan a cero. Para relaciones de aspecto superiores a 20 el esfuerzo cortante de fondo igualaría la condición de bidimensionalidad

También en las Figuras 7 y 8 se presenta el esfuerzo cortante de fondo y de pared medidos, adimensionalizados con el esfuerzo cortante medio dado por $\gamma R S$, donde R es el radio hidráulico del canal. Aquí se ofrecen sus correspondientes ecuaciones logarítmicas con un grado de correlación $R = 0.765$ y 0.621 respectivamente

$$\frac{\tau_p}{\gamma R S} = 0.985 - 0.083 \ln \frac{B}{y} \quad (6)$$

$$\frac{\tau_f}{\gamma R S} = 0.868 + 0.083 \ln \frac{B}{y} \quad (7)$$

De las Ecs. (6) y (7), también se evidencia que el esfuerzo cortante de pared se hace igual que el esfuerzo cortante de fondo para una relación de aspecto de $B/y = 2$.

Esfuerzo en canales con fondo rugoso y paredes lisas

En las Figuras 9 y 10 se presenta el esfuerzo cortante de fondo y pared adimensionalizado con $\gamma y S$, y en las Figuras 11 y 12 adimensionalizado con $\gamma R S$ con bases de datos correspondientes a fondos rugosos y paredes lisas, presentados por Knight [14] y Ghosh y Roy [11] y los canales de alta pendiente con fondos de gravas.

A estas figuras se han incorporado las ecuaciones correspondientes previamente obtenidas para canales lisos, evidenciándose que corresponden a una curva superior, en el caso del esfuerzo cortante de pared y a una inferior en el caso de esfuerzo cortante de fondo. Se presenta alta dispersión en los datos de los canales de fondo rugoso, observándose que parecieran ajustarse a familias de funciones de acuerdo con la rugosidad. Esta tendencia pareciera estar presente con ambas adimensionalizaciones.

Relación entre el esfuerzo cortante de fondo y pared y el número de Reynolds

Para determinar la influencia del número de Reynolds en la relación del esfuerzo cortante se consideran los esfuerzos cortantes para relaciones de aspecto dadas y canales lisos. En las Fi-

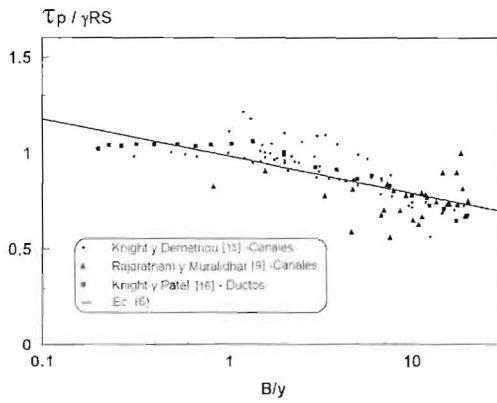


Figura. 7. Esfuerzo de pared adimensionalizado con el radio hidráulico, canales y ductos.

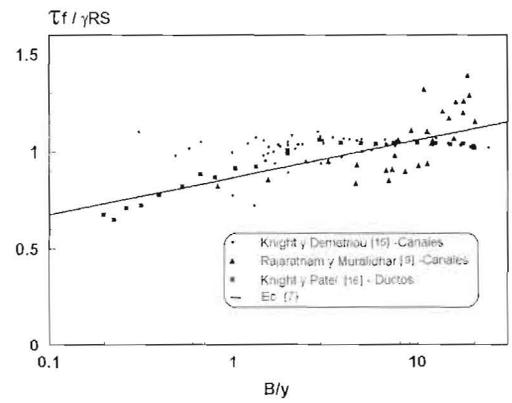


Figura. 8. Esfuerzo de pared adimensionalizado con el radio hidráulico, canales y ductos.

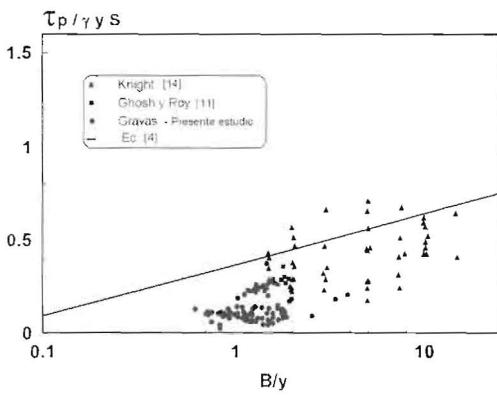


Figura. 9. Esfuerzo de pared adimensionalizado, fondo rugoso y paredes lisas.

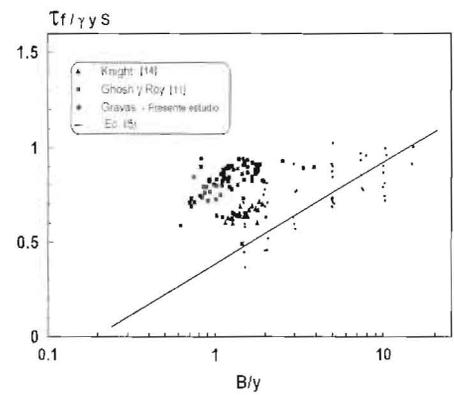


Figura. 10. Esfuerzo de fondo adimensionalizado, fondo rugoso y paredes lisas.

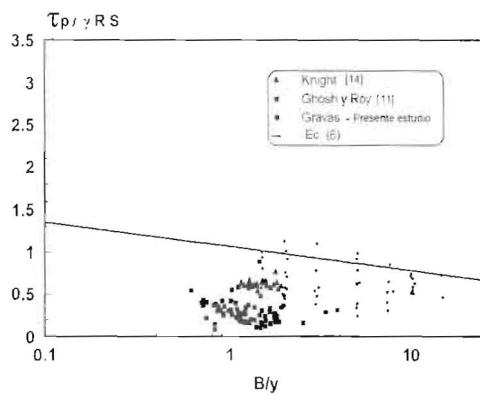


Figura. 11. Esfuerzo de pared adimensionalizado, fondo rugoso y paredes lisas.

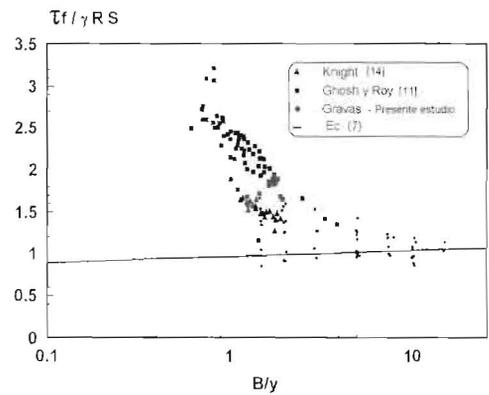


Figura. 12. Esfuerzo de fondo adimensionalizado, fondo rugoso y paredes lisas.

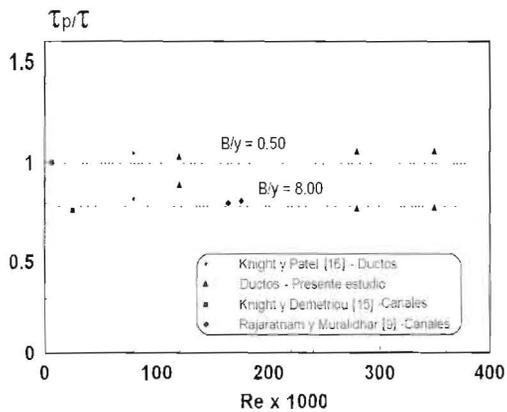


Figura 13. Esfuerzo cortante de pared y el medio en función del número de Reynolds.

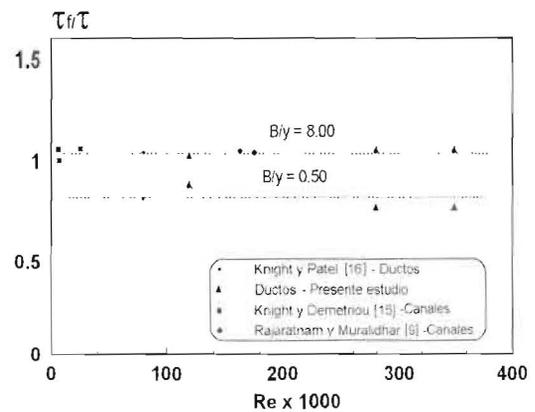


Figura 14. Esfuerzo cortante de fondo y el medio en función del número de Reynolds.

Figuras 13 y 14 se presenta la relación de los esfuerzos cortantes en función del número de Reynolds para relaciones de aspectos $B/y = 0.50$ y $B/y = 8$, evidenciándose que son independientes del número de Reynolds. Es claro, en el campo de número de Reynolds estudiados, que éste no ejerce influencia apreciable sobre la relación de esfuerzos cortantes.

Conclusiones

A efecto de establecer la distribución del esfuerzo cortante en las paredes y en el fondo de canales rectangulares lisos, se ha analizado información experimental propia complementada con otra disponible en la bibliografía tanto para canales lisos como para ductos lisos. Se establece la similitud existente entre el flujo a superficie libre y el flujo en ductos no presurizados. En el caso de los canales con fondos rugosos y paredes lisas no se observa una tendencia clara que permita el ajuste adecuado.

Se analiza la relación existente entre el esfuerzo cortante de pared y de fondo en función del esfuerzo cortante medio y se obtienen expresiones exponenciales, con grados de correlación superiores a 0.9. Se obtienen los ajustes de las Ecs. (2) y (3) en función de la relación de aspecto B/y .

Se encuentran funciones experimentales para todo el campo experimental existente, alternativas a las de Knight [14] y Knight y Demetriou [15], las cuales están expresadas en forma logarítmica por las Ecs. (4), (5), (6) y (7) con grados de correlación superiores a 0.8, tanto para canales

como para ductos rectangulares lisos y cuyo rango de aplicación corresponde a $0.2 < B/y < 20$.

En el rango estudiado, para números de Reynolds entre 2×10^4 y 35×10^4 , no se observa ninguna variación en la relación de esfuerzos cortantes, si se mantiene la relación de aspecto constante. Ello indica que el número de Reynolds en el rango analizado, no es determinante en la distribución de los esfuerzos.

Agradecimientos

Los autores agradecen el apoyo del Consejo de Desarrollo Científico, Humanístico y Tecnológico de la Universidad de Los Andes por el financiamiento a través del Proyecto I-563-96-02-B.

Referencias Bibliográficas

1. Einstein, H.A. "Formulas for the Transportation of Bed-Load". Transaction of the ASCE, (1942), Vol. 107, 2140.
2. Meyer-Peter, E. Y Muller, R. "Formulas for Bed-Transport". Second Meeting of the IAHR, Anexo 2, (1948), pp. 39-64. Stockolm, Suecia.
3. Lane, E., "Design of Stable Channels". Transaction of the ASCE, (1955), Vol. 120, pp. 1234-1279.
4. Johnson, J., W. "The Importance of Side Wall Friction in Bed-load Investigation". Proceeding Civil Engineering", June., (1942), Vol. 12, N° 6, 339-331.
5. Vanoni, V.A. y Brooks, N.H. "Laboratory Studies of the Roughness and Suspended Load

- of Alluvial Streams", Sedimentation Laboratory Report NO. E68, California Institute of Technology, California, (1957).
6. ASCE M&R No. 54. Vanonni V. Editor. "Sedimentation Engineering", (1975), pp. 152-154.
 7. Olivero, M.L., Fuentes, R., Aguirre Pe, J. "Comparación Unificada de Modelos para Estimar el Esfuerzo Cortante en Canales". XV Congreso Latinoamericano de Hidráulica. IAHR, Cartagena de Indias, Colombia, (1992), Vol. 1, pp. 83-93.
 8. Olivero, M.L., Fuentes, R., Aguirre Pe, J. "Modelo Logarítmico para Estimar el Esfuerzo Cortante Medio en Canales". XV Congreso Latinoamericano de Hidráulica. IAHR, Cartagena de Indias, Colombia, (1992), Vol. 1, pp. 95-105.
 9. Rajaratnam, N. y D. Muralidhar. "Boundary Shear Distribution in Rectangular Open Channels", La Houille Blanche, No. 6, (1969) pp. 603-609.
 10. Ghosh, S.N. y Roy N. "Boundary Shear Distribution in Open Channel Flow". Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 96, No. HY4, Proc. Paper 7241, (1971), pp. 967-994.
 11. Ghosh, S.N. y N. Roy. Boundary Shear Distribution in Channels with Varying Bed Roughness. Proceeding of the Institution of Civil Engineers. London-England. Vol 53, Paper 7572, (1972) pp. 529-544.
 12. Knight, D.W. y Macdonald J.A. "Open Channel Flow with Varying Bed Roughness". Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 105, No. HY9, Proc. Paper 14839, (1979), pp. 1167-1183.
 13. Knight, D.W. y Macdonald, J.A. "Hydraulic Resistance of Artificial Strip Roughness". Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 105, No. HY6, Proc. Paper 14635, (1979). pp. 675-690.
 14. Knight, D.W. "Boundary Shear in Smooth and Rough Channels". Journal of the Hydraulics Division, ASCE, No. HY6, Proc. Paper 16364, (1981) pp. 839-852.
 15. Knight, D.W. y Demetriou, J. "Boundary Shear in Smooth Rectangular Channels". Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 110, Proc. Paper 18744, (1984), pp. 405-422.
 16. Knight, D.W. y J. Patel.. "Boundary Shear in Smooth Rectangular Ducts". Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 111, Proc. Paper 19408, (1985) pp. 29-47.

Recibido el 27 de Abril de 2004

En forma revisada el 8 de Marzo de 2005