

Robust multimodel control of a pH process

E. Granado¹, W. Colmenares¹, O. Pérez¹, K. Garrido¹
y F. Tadeo²

¹Departamento de Procesos y Sistemas, Universidad Simón Bolívar, Apartado 89000.
Caracas 1080-A, Venezuela. Teléfono: 9064008 Fax: 9063691 E-mail: granado@usb.ve.

²Departamento de Ingeniería de Sistema y Automática, Universidad de Valladolid, España.
E-mail: fernando@autom.uva.es

Abstract

In this paper an approach for the synthesis of dynamic controllers for systems with multimodel representation is presented. The approach is applied successfully to a nonlinear system with several operating points, hence generating a set of linear systems (the pH system). In the design, H_∞ and pole placement constraints are imposed. Other constraints such as H_2 may be equally included under the same scheme.

Key words: Robust stability, multimodel system, Linear Matrix Inequalities (LMI), pH control.

Control robusto multimodelo para una planta de neutralización (pH)

Resumen

En este trabajo se presenta un enfoque para la síntesis de controladores dinámicos para sistemas con representación multimodelo. El método se aplica con éxito a un sistema no lineal con varios puntos de operación (de los que se obtendrá el conjunto de sistemas lineales o multimodelos). En el diseño se consideran especificaciones en la respuesta temporal (ubicación de polos) y de rechazo a perturbación (H_∞). Otro tipo de especificaciones (H_2) pueden ser igualmente incluidas.

Palabras clave: Estabilidad robusta, sistemas multimodelo, desigualdades lineales matriciales - LMI, control del pH.

Introducción

En años recientes ha existido gran interés por la investigación en control robusto: análisis y síntesis de controladores para sistemas lineales, habiendo alcanzado esta teoría un elevado grado de madurez [1, 2]. Este enfoque es particularmente atractivo ya que considera explícitamente la incertidumbre y el grado de rechazo a las perturbaciones en el sistema [3]. Adicionalmente, si se dispone de un modelo apropiado del sistema y de la incertidumbre y las perturbaciones, es relativamente sencillo calcular el controlador. De hecho en la mayoría de los casos el problema se convierte en uno de programación convexa [4, 5].

El control del pH, es un problema típico encontrado en variedad de industrias incluyendo

tratamiento de aguas residuales, farmacéutica y procesos químicos. Esta no es una tarea trivial debido a la no linealidad presente en la titulación. Se ha escrito mucho sobre control pH en los últimos años [6, 7] ya que esta tarea es una aplicación simple pero a la vez exigente.

Numerosos esquemas se han empleado para resolver este problema. Estos incluyen desde el sencillo PID hasta control basado en modelos [8, 9]. En este trabajo, se propone un diseño que aprovecha las ventajas de la formulación del Control Robusto. La idea principal del diseño consiste en transformar el sistema no lineal en uno multimodelo formado por un conjunto de sistemas lineales. Estos modelos se obtienen de los extremos de las condiciones de operación del proceso. Debido a la naturaleza de la no lineali-

dad, se puede asegurar que todas las otras condiciones de operación se encuentran encerradas por la región definida por el conjunto multimodelo. Contrariamente a otros diseños basados en la representación en variables de estado del sistema, en el enfoque que se presenta, el controlador dinámico usa solamente información de la salida medible del sistema. La metodología se basa en el enfoque cuadrático [10, 11] que lleva a la formulación de un problema convexo.

Descripción del Sistema

La planta de control del pH, consiste en un tanque continuamente agitado (de volumen = 30 cm³) donde un líquido con pH variable (alcalino) es mezclado con una solución de alta concentración de HCl para obtener un líquido con el pH controlado (neutro). La concentración de pH de la mezcla es medida usando un medidor de pH (Kent EIL9143), el cual presenta una inercia apreciable.

El modelo dinámico simplificado del proceso en estudio, basándose en principios fundamentales muy bien conocidos [7], está descrito por las siguientes ecuaciones:

a) La tasa de variación de la concentración de ácido en el tanque agitado (y en el afluente) está dada por

$$V \frac{dx_a}{dt} = F_a C_a - (F_a + F_b) x_a \quad (1)$$

b) La tasa de variación de la concentración de la sal disuelta en el tanque agitado (y en el afluente) es

$$V \frac{dx_b}{dt} = F_b C_b - (F_a + F_b) x_b \quad (2)$$

donde F_a es el flujo de ácido (control), F_b es el flujo base de entrada, C_b es la concentración en la corriente de entrada y C_a es la concentración de ácido en el flujo de control.

Aplicando la definición $pH = -\log_{10}[H^+]$ es posible obtener la ecuación implícita para su cálculo:

$$-x_a + 10^{-pH} - 10^{pH-14} + \frac{x_b}{1 + 10^{pKb+pH-14}} = 0 \quad (3)$$

donde $pKb = -\log_{10} K_b = 8.2430$.

En la planta en estudio las condiciones nominales son: $V = 630 \text{ cm}^3$, $F_b = 7.7366 \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$, $F_a(40\%) = 0.1818 \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$, $C_a = 0.0708 \text{ mol l}^{-1}$, $pH=7$, $C_b = 0.0308 \text{ mol l}^{-1}$.

Las concentraciones en estado estacionario pueden ser obtenidas de las ecuaciones dinámicas:

$$x_{a0} = \frac{F_a C_a}{F_a + F_b} = 0.0016 \text{ mol l}^{-1}$$

$$\text{y } x_{b0} = \frac{F_b C_b}{F_a + F_b} = 0.0300 \text{ mol l}^{-1}.$$

Representación Multimodelo

En el proceso presentado anteriormente, la perturbación más importante se debe a las variaciones de concentración de sal en el flujo de entrada las cuales cambian entre $C_b(\text{min}) = 0.02 \text{ mol l}^{-1}$ y $C_b(\text{max}) = 0.04 \text{ mol l}^{-1}$.

Para operación normal del sistema, el rango de operación del bombeo de ácido se escogió entre 10% y 60% de la capacidad máxima de flujo. También, dependiendo del nivel de líquido en el tanque, el flujo de entrada puede variar entre $F_b(\text{min}) = 7.14 \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$ y $F_b(\text{max}) = 8.33 \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$.

Como se mencionó anteriormente el medidor de pH presenta un tiempo de respuesta apreciable que puede variar entre 5 y 20 s. Esta variación puede ser modelada como un filtro de primer orden, de ganancia unitaria y una constante de tiempo que puede variar entre 1 y 4 s.

Para obtener el conjunto de modelos lineales, y hacer la representación en variables de estado, las ecuaciones son linealizadas alrededor de todas las combinaciones posibles de los valores extremos de las condiciones de operación mencionadas, por ejemplo, una condición extrema de operación corresponde a $F_b = 7.14 \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$, $C_b = 0.02 \text{ mol l}^{-1}$, bomba de control de ácido = 60% ($pH = 6.4$) y constante de tiempo del medidor de $pH = 1 \text{ s}$. El sistema lineal asociado a este punto representado en variables de estado, está dado por:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned}$$

donde

$$A = \begin{bmatrix} -0.0117 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0117 & 0 \\ -214.9885 & 39.7097 & -1 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.4928 \\ -0.0967 \\ 0 \end{bmatrix} \times 10^{-6}$$

$$C = [0 \ 0 \ 1] \quad D = [0] \quad (4)$$

$$x = \begin{bmatrix} \Delta x_a & \Delta x_b & \Delta pH \text{ medido} \end{bmatrix} \text{ y } u = F_a$$

Como se mencionó, el tipo de no linealidad de este problema nos permite asegurar que cualquier otro punto de operación entre estos extremos estará encerrado en la región definida por el conjunto de modelos.

Se debe señalar que el rango permitido de control está entre $pH = 6.4$ y $pH = 7.68$. Se podrá obtener un mayor rango de control (de pH) si se considera un mayor rango de operación de la bomba de ácido.

Cuando todos los puntos extremos son considerados, se puede llegar a 16 modelos lineales correspondientes a todas las combinaciones posibles de puntos de operación (para cuatro distintos puntos de operación se obtienen $2^4 = 16$ posibles combinaciones de modelos lineales). Estos modelos se denominarán en lo sucesivo vértices.

Se ha descrito con detalle el desarrollo de la obtención del modelo de la planta de control de pH , para ejemplificar como aplicar la metodología en un proceso real no lineal.

A continuación se presenta el método de diseño del controlador.

Diseño del Controlador

Tres tipos de especificaciones de lazo cerrado son consideradas para el diseño del controlador. La primera: cero error en estado estacionario ante entradas escalón (salto), la segunda: una respuesta tan rápida como sea posible y la tercera: buena atenuación ante perturbaciones que afectan al sistema de la misma forma que el control (carga). Las dos primeras especificaciones son comunes en el diseño de sistemas de control y la tercera toma en consideración variaciones en las

concentraciones y flujos de base que afectan al proceso.

Considere al sistema lineal representado por:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B_1 w \\ z &= C_1 x \end{aligned} \quad (5)$$

donde (A, B_1, C_1) pertenecen al conjunto poliédrico $(\mathbf{A}, \mathbf{B}_1, \mathbf{C}_1)$ cuyos vértices son conocidos.

Definición [12]: El sistema representado por (5) es cuadráticamente estable con atenuación ante perturbaciones γ_∞ si existe una matriz $X > 0$ tal que:

$$A_v X + X A_v^T + \gamma_\infty^{-2} B_{1v} B_{1v}^T + X C_{1v}^T C_{1v} X < 0 \quad (6)$$

$\forall (A_v, B_{1v}, C_{1v})$ vértices de $\mathbf{A}, \mathbf{B}_1, \mathbf{C}_1$. Observe que la condición (6) implica que:

$$\|T_{wz}\|_\infty < \gamma_\infty \quad \forall A, B_1, C_1 \in \mathbf{A}, \mathbf{B}_1, \mathbf{C}_1 \quad (7)$$

donde T_{wz} es la función de transferencia entre la salida a controlar "z" y la perturbación "w", lo que significa que cualquier perturbación w será atenuada en su energía en γ_∞^2 .

Con relación a la restricción de ubicación de polos, cualquier autovalor λ_i de $A \in \mathbf{A}$ satisface $\text{Re}(\lambda_i) < h$ si y sólo si existe una matriz $X > 0$ tal que [13]:

$$A_v X + X A_v^T + 2hX < 0 \quad \forall A_v \text{ vértice de } \mathbf{A} \quad (8)$$

Si la señal de control "u" y la salida "y" se introducen en el modelo del sistema, se obtiene:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B_1 w + B_2 u \\ z &= C_1 x \\ y &= C_2 x \end{aligned}$$

donde, en nuestro caso, $B_1 = B_2$ y $C_1 = C_2$.

Para calcular el controlador, en un primer intento se asumirá que los estados están disponibles para la realimentación y de esta manera, calcular la ganancia de realimentación de estados (K_s) que satisface las especificaciones de diseño (i.e., $u = K_s x$). Después, considerando que el estado no está disponible, con un observador tipo Luenberger, sus variables serán estimadas. La ganancia del controlador (K_o) se calcula resolviendo el problema dual en el que también se impondrán las mismas especificaciones.

La condición de atenuación de perturbaciones se satisface, cuando todos los estados están disponibles, si y sólo si existe una matriz simétrica X tal que [12]:

$$\begin{aligned}
 &1) X(A_v + B_{2v}K_s)^T + (A_v + B_{2v}K_s)X \\
 &\quad + \gamma_{\infty}^{-2} B_{1v}^T B_{1v} + X C_{1v}^T C_{1v} X < 0 \\
 &2) X > 0
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

$\forall A_v, B_{1v}, B_{2v}, C_{1v}, C_{2v}$ vértices de A, B_1, B_2, C_1, C_2 . La primera expresión puede ser escrita en forma de desigualdad lineal matricial (LMI) como:

$$\begin{pmatrix} XA_v^T + A_v X + B_{2v} R_s^T + R_s B_{2v}^T & X C_{1v}^T & B_{1v}^T \\ C_{1v}^T X & -I & 0 \\ B_{1v} & 0 & -\gamma_{\infty}^2 I \end{pmatrix} < 0
 \tag{11}$$

donde $R_s = X K_s^T$.

El objetivo de ubicación de polos puede ser escrito como [13]:

$$(A_v + B_{2v}K_s)X + X(A_v + B_{2v}K_s)^T + 2hX < 0
 \tag{12}$$

o en forma convexa (LMI):

$$A_v X + X A_v^T + B_{2v} R_s^T + R_s B_{2v}^T + 2hX < 0
 \tag{12a}$$

R_s definida como antes y nuevamente para todos los vértices de la región incierta. Para calcular K_o , la mismas expresiones (11 y 12) son usadas pero reemplazando (A_v, B_2, B_1) por (A_v^T, C_2^T, C_1^T) y entonces el objetivo de ubicación de polos puede ser escrito como $Y > 0$ tal que:

$$A_v^T Y + Y A_v + C_2^T R_o + R_o^T C_2 + 2hY < 0
 \tag{13}$$

y $R_o^T = Y K_o$. Finalmente, una simple inspección de todos los modelos lineales obtenidos del sistema no lineal muestran que son "tipo 0", esto es, presentan un error en estado estacionario ante entrada escalón. Para eliminar este error, se introduce un integrador en la trayectoria directa, calculando un controlador con (11) y (12) para el sis-

tema primal y dual al que se ha añadido el integrador, esto es, las ganancias K_s y K_o serán calculadas para los 16 modelos a los que se incorporará el integrador. Una vez determinado un control para el sistema "aumentado", el controlador a utilizar será el calculado más el integrador. El esquema propuesto se muestra en la Figura 1.

Incluir el integrador en el lazo es equivalente a añadir una nueva variable de estado "u" y un nuevo control "":

$$\begin{aligned}
 \dot{\tilde{x}} &= \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{u} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} A & B_2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\tilde{A}} \begin{bmatrix} x \\ u \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\tilde{B}_1} w + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\tilde{B}_2} \tilde{u} \\
 z &= \underbrace{\begin{bmatrix} C_1 & 0 \end{bmatrix}}_{\tilde{C}_1} \tilde{x} \\
 y &= \underbrace{\begin{bmatrix} C_2 & 0 \end{bmatrix}}_{\tilde{C}_2} \tilde{x}
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

Todos los 16 vértices son modificados (aumentados) a una representación de cuarto orden. Por ejemplo, el nuevo sistema nominal obtenido linealizando las ecuaciones alrededor del punto de operación nominal señalado anteriormente está dado por:

$$\begin{aligned}
 \tilde{A}_n &= \begin{bmatrix} -0.0125 & 0 & 0 & 0.50 \times 10^{-6} \\ 0 & -0.012 & 0 & -0.16 \times 10^{-6} \\ -187.57 & 10.118 & -0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\
 \tilde{B}_n &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\
 \tilde{C}_n &= [0 \ 0 \ 1 \ 0]
 \end{aligned}
 \tag{15}$$

Los controladores a ser considerados son aquellos estrictamente propios de la forma

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_c &= A_c x_c + B_c y \\
 u &= -C_c x_c
 \end{aligned}
 \tag{16}$$

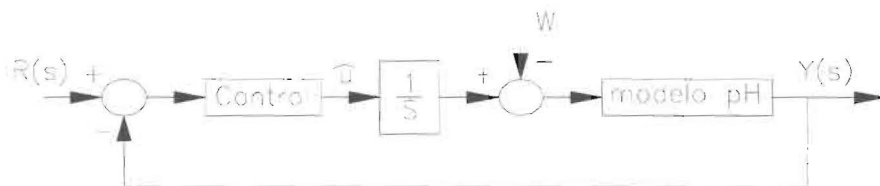


Figura 1. Esquema del sistema de control.

Esta simplificación reduce considerablemente el cálculo involucrado y no es realmente una limitante en la mayoría de los casos. El sistema a lazo cerrado resulta:

$$\begin{pmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \mathbf{x}_c \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{A}} & -\tilde{\mathbf{B}}_2 \mathbf{C}_c \\ \mathbf{B}_c \tilde{\mathbf{C}}_2 & \mathbf{A}_c \end{pmatrix}}_{\tilde{\mathbf{A}}} \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}_c \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{B}}_1 \\ 0 \end{pmatrix}}_{\tilde{\mathbf{B}}_1} w$$

$$z = \underbrace{\begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{C}}_1 \\ 0 \end{pmatrix}}_{\tilde{\mathbf{C}}_1} \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}_c \end{pmatrix} \quad (17)$$

Se recalca que una vez que el controlador candidato es calculado, la evaluación de su comportamiento ante los objetivos propuestos es fácil de determinar y consiste solamente en determinar la existencia de una matriz definida positiva X que satisfaga las condiciones (6) y (8) en el sistema aumentado (17). Ello se debe a que las condiciones (6) y (8) son biconvexas en X y en la tripleta (A_c, B_c, C_c) ; es decir, si se fija X el problema es convexo en (A_c, B_c, C_c) y viceversa. Por lo tanto, si se pudiera generar un controlador candidato (A_c, B_c, C_c) la verificación de la existencia de la matriz $X > 0$ que permita evaluar la bondad del controlador se convierte en un problema convexo.

Igualmente, mencionamos que sólo es suficiente verificar las condiciones (6) y (8) en los vértices $(\tilde{A}_i, \tilde{B}_{1i}, \tilde{C}_{1i})$ del dominio (incierto) ya que cualquier otro punto obtenido como una combinación convexa de los vértices, también cumplirá esas condiciones.

En este caso el controlador propuesto, con una estructura similar al observador de Luenberger, es:

$$\begin{aligned} A_c &= A_{op} - B_{op} K_s - K_o C_{op} \\ B_c &= K_o \\ C_c &= K_s \end{aligned} \quad (18)$$

donde K_s y K_o son las ganancias de estabilidad y detectabilidad descritas anteriormente y la tripleta (A_n, B_n, C_n) corresponde a una linealización de las ecuaciones del proceso en algún punto de operación.

A pesar de que no se puede asegurar a priori que este controlador particular estabilizará todos los posibles modelos lineales (14) de la planta (de hecho para esta fecha el problema no está aún resuelto [12]), el mismo estabilizará la vecindad alrededor del punto en el que fue calculado. Más

aún, si cualquier otro punto del controlador del dominio incierto es usado para construir el controlador, entonces, este nuevo regulador estabilizará la vecindad alrededor de ese nuevo punto [14].

Resumiendo, los pasos tomados para computar y validar un controlador son:

1. Generar modelos lineales del sistema no lineal considerando cada punto de operación.
2. Con el conjunto de modelos lineales, calcular las ganancias de estabilidad y detectabilidad (como en (11) y (13)).
3. Con las ganancias $(K_s$ y $K_o)$ construir el controlador dinámico como en (16) y (18).
4. Validar el margen de robustez del controlador propuesto, determinando la existencia de la matriz X (como en (6) y (8)) para todos los vértices $(A_{1v}, B_{1v}, C_{1v}) \in (\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C})$. Si tal matriz es encontrada, entonces el candidato propuesto es un controlador estabilizante.

Observe que en los pasos 2 y 4 un problema de programación convexa es resuelto, de hecho ambos problemas son problemas LMI que pueden ser resueltos con herramientas standard tal como el LMI toolbox de Matlab [4].

Para el problema de control de pH anterior y con los 16 vértices obtenidos de las condiciones de operación y con algunas modificaciones para incluir el integrador, todos los polos del sistema incierto (A, B_1, B_2) se ubicaron a la izquierda de $x = -0.01$ y $\gamma_\infty = 1$ con la siguiente matriz de realimentación de estados:

$$K_s = [1038.1902 \quad -13.3837 \quad -0.02014 \quad 0.5272]$$

Igualmente, para el sistema dual (A^T, C_1^T, C_2^T) los polos son ubicados a la izquierda de -0.01 y $\gamma_\infty = 1$ con una ganancia de realimentación estática.

$$K_o^T = [7.2985 \quad 4.018 \quad 7743.368 \quad -268763.09]$$

Para construir el controlador, uno de los vértices A_{op} (con el integrador incluido), es usado,

$$A_{op} = \begin{bmatrix} -0.0136 & 0 & 0 & 5E-07 \\ 0 & -0.013 & 0 & -2E-07 \\ -52.145 & 3.7394 & -0.25 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

La matriz de la dinámica del compensador (A_c) obtenido es

$$A_c = \begin{bmatrix} -0.0136 & 0 & 7.29 & 5E-07 \\ 0 & -0.013 & -4.01 & -2E-07 \\ -52.145 & 3.739 & -774.5 & 0 \\ -38.190 & 13.38 & 268763 & -0.5272 \end{bmatrix}$$

Como se definió anteriormente $B_c = K_o$ y $C_c = K_s$.

Con este compensador se puede asegurar que la condiciones de ubicación de polos y restricciones H_∞ son satisfechas si existe una matriz $X > 0$ que verifique la LMI asociada, la matriz encontrada X , es (verla al pie de página):

El controlador hallado expresado en función de transferencia puede ser descrito como:

$$G_c(s) = \frac{-1.49 \cdot 10^5 s^3 - 4.14 \cdot 10^4 s^2 - 1057s - 7.081}{s^5 + 775.1s^4 + 825.2s^3 + 232.8s^2 + 3.029s}$$

Este controlador junto con el integrador previamente incorporado en este modelo, fue simulado utilizando Simulink de MATLAB y los resultados usando varios puntos de operación de la planta se muestran en la Figura 2.

Conclusiones

En este trabajo fue presentado una aproximación a la síntesis de controladores para un proceso de pH. Esta metodología también puede ser usada para resolver otros problemas de control no lineal donde esté disponible el modelo del sistema.

El enfoque está basado en la generación de un conjunto de modelos lineales del sistema para diferentes condiciones de operación (representación multimodelo). El controlador es calculado usando herramientas estándar de diseño de controladores asistido por computador (el "toolbox"

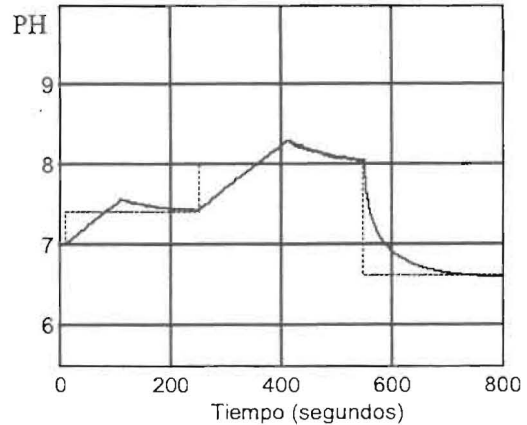


Figura 2. Simulación del sistema a lazo cerrado.

LMI de Matlab). Una vez que el controlador es calculado, es fácil verificar que de hecho es un controlador robusto para todos los multimodelos, examinando la condición de Lyapunov sobre cada uno de ellos a lazo cerrado.

Hay que indicar que, para cada punto de operación de los señalados es posible entonar un controlador PID que mejora el desempeño del sistema en ese punto; sin embargo, al cambiar de punto de operación ese desempeño se ve notablemente desmejorado conduciendo, en algunos casos, a comportamientos marginalmente estables. Lo que no es el caso con el controlador propuesto.

Otros requerimientos de control pueden ser fácilmente incluidos si éstos pueden ser descritos como restricciones LMI. Se menciona por ejemplo, especificaciones tipo H_2 , performance ISE y otros.

Agradecimientos

Este trabajo fue parcialmente financiado por CYTED (España) y CONICIT (Venezuela).

Matriz encontrada X

$$X = \begin{bmatrix} 0.00000022 & -0.00000001 & -0.0000605 & -0.2153 & -0.0000013 & 0.00000179 & -0.000061 & -0.27686 \\ -0.00000001 & 0.0000036 & 0.0000419 & 0.07415 & 0.0000030 & 0.00003611 & 0.000042 & 0.09347 \\ -0.0000605 & 0.0000419 & 0.2797960 & 25.3307 & -0.0012311 & 0.0007174 & 0.279672 & -17.4163 \\ -0.21530388 & 0.0741561 & 25.933070 & 492315.6 & 6.7117544 & -2.3481577 & 27.33380 & 738441.1 \\ -0.00000139 & 0.0000030 & -0.0012311 & 6.711754 & 0.0002164 & 0.00024597 & -0.007765 & 13.5458 \\ 0.00000179 & 0.0000361 & 0.0007174 & -2.34815 & 0.0002459 & 0.00439623 & 0.004317 & -6.0316 \\ -0.00006129 & 0.0000421 & 0.2796729 & 27.33380 & -0.0077658 & 0.00431739 & 0.975367 & -256.322 \\ -0.27686273 & 0.0934749 & -17.416312 & 738441.3 & 13.4586915 & -6.3168522 & -256.322 & 246720.9 \end{bmatrix}$$

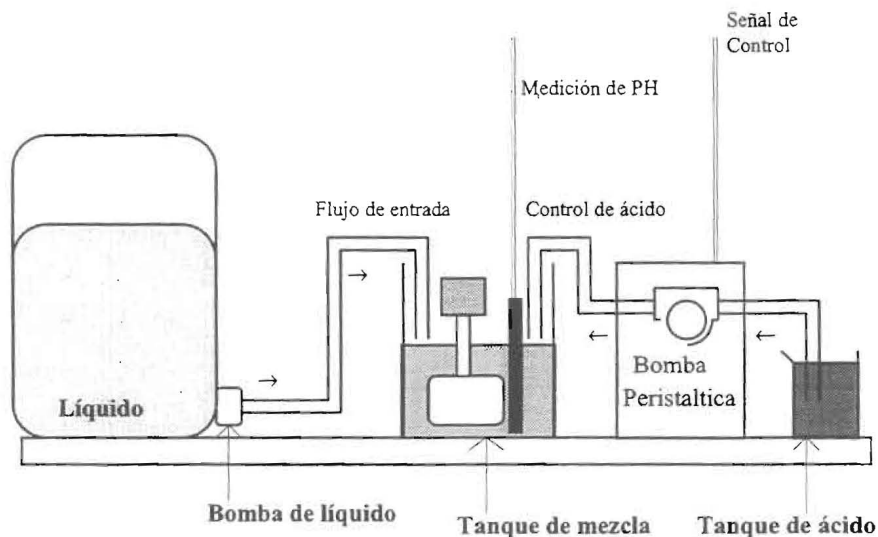


Figura 3. Planta piloto.

Apéndice: Descripción del Sistema

La planta de control del pH, consiste en un tanque continuamente agitado (de volumen=630cm³) donde un líquido con pH variable (alcalino) es mezclado con una solución de alta concentración de HCl para obtener un líquido con el pH controlado (neutro). La concentración de pH de la mezcla es medida usando un medidor de pH (Kent EIL9143), el cual presenta una inercia apreciable. El producto que va a ser tratado es alimentado desde un tanque usando una bomba, la cual produce un flujo variable dependiendo del nivel en ese tanque (Figura 3).

Es relativamente sencillo obtener un modelo dinámico simplificado del proceso en estudio, basándose en principios fundamentales muy bien conocidos [7]. Si el líquido de entrada es una solución de sólo Acetato de sodio, el ácido hipoclorhídrico (HCl) tiene una concentración constante y la solución es perfectamente mezclada, el modelo viene dado por:

a) La tasa de variación de la concentración de ácido en el tanque agitado (y en el afluente) está dada por

$$V \frac{dx_a}{dt} = F_a C_a - (F_a + F_b) x_a \quad (1)$$

b) La tasa de variación de la concentración de la sal disuelta en el tanque agitado (y en el afluente) es

$$V \frac{dx_b}{dt} = F_b C_b - (F_a + F_b) x_b \quad (2)$$

donde F_a es el flujo de ácido (control), F_b es el flujo base de entrada, C_b es la concentración en la corriente de entrada y C_a es la concentración de ácido en el flujo de control.

Aplicando la definición de $pH = -\log_{10}[H^+]$ es posible obtener la ecuación implícita para su cálculo:

$$-x_a + 10^{-pH} - 10^{pH-14} + \frac{x_b}{1 + 10^{pKb+pH-14}} = 0 \quad (3)$$

donde $pKb = -\log_{10} K_b = 8.2430$.

En la planta en estudio las condiciones nominales son: $V = 630 \text{ cm}^3$, $F_b = 7.7366 \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$, $F_a(40\%) = 0.1818 \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$, $C_a = 0.0708 \text{ mol l}^{-1}$, $pH=7$, $C_b = 0.0308 \text{ mol l}^{-1}$.

Las concentraciones en estado estacionario pueden ser obtenidas de la ecuaciones dinámicas:

$$x_{a0} = \frac{F_a C_a}{F_a + F_b} = 0.0016 \text{ mol l}^{-1}$$

$$y \quad x_{b0} = \frac{F_b C_b}{F_a + F_b} = 0.0300 \text{ mol l}^{-1}$$

Referencias Bibliográficas

1. B.R. Barmish, "New tools for robustness of linear systems", Maxwell MacMillan International. 1994.
2. M. Morari and E. Zafrou, "Robust process control", Prentice-Hall Inc. 1989.

3. J. Doyle, B. Francis and A. Tanenbaum, "Feedback control theory", MacMillan Publishing Co, 1992.
4. P. Gahinet, A. Nemirovski, A. Luab and M. Chillali, "LMI control toolbox", The Math-Works Inc. 1995.
5. P. Gahinet, "Explicit controller formulas for LMI based H synthesis", Automatica, Vol. 32, N° 7, (1996), 1007-1014.
6. T. Gustafsson, et al, "Modeling Design of pH for control". Ind. Eng. Chem. Res., vol 34, (1995), 820-827.
7. A. P. Loh, K. O. Looi and K. F. Fong, "Neural network modelling and control strategies for a pH process", J. Proc. Control. Vol. 5, N° 6, (1995), 355-362.
8. C. Economou, M. Morari and B Palsson. Ind. Eng. Chem. Proc. Des. Dev. (1986), 24, 403.
9. N. Gokhale et al, Instrum. Control, April 1991, 70, 75.
10. J Bernussou et al, "A linear programming oriented procedure for quadratic stabilization of uncertain systems", Systems and control letters, vol. 13, (1989), 65-72.
11. I. Petersen, "A stabilization algorithm for a class of uncertain linear systems". Systems and control letters, vol. 8, (1987), 351-357.
12. Jabbari F., "Output feedback controllers for systems with structured uncertainty", IEEE AC, Vol. 42, N° 5, (1997), 715-718.
13. Chilali M., Gahinet P., "H design with pole placement constraints: An LMI approach", IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 41, N° 3, (1996), 358-361.
14. W. Colmenares et al, "Synthesis and Robustness evaluation of dynamic controllers for uncertain systems", Proc. ICECS96, vol. 1, (1996), 483-486.

Recibido el 2 de Marzo de 1998

En forma revisada el 13 de Abril de 2000