

Analytical method for fast tuning of a PID compensator for first and second order plants with dead time

César Francisco Alvarez Arocha

*Departamento de Electrónica y Control, Escuela de Ingeniería Eléctrica
Facultad de Ingeniería, Universidad del Zulia, Maracaibo, Venezuela
Telf (061) 598573. Fax 516225*

Abstract

The following article presents an analytical method for a fast calculation of constants of a PID compensator using the step response of first or second order plants with dead time. This method allows us to obtain the proper constants of the PID compensator before of the stabilization of the system output response. It means time savings in the tuning of the controller. On the other hand, the tuning algorithm is easy to implement, because the equations obtained can be approximated by third degree polynomials.

Finally, the simulated response graphics of some feedback systems, which use the tuning algorithm proposed, are shown. The responses obtained, have very good characteristics of stability, accuracy and speed, in plants with different values of time constants.

Key words: Control, PID controller, PID tuning, transfer functions determination, PID autotuning.

Método analítico para la entonación rápida de un compensador PID para plantas de primero y segundo orden con tiempo muerto

Resumen

Este trabajo presenta un método, deducido analíticamente, para calcular rápidamente las constantes de un compensador PID. Para ello se hace un análisis de la respuesta al escalón de una planta de primero o segundo orden con tiempo muerto, y luego se obtienen las constantes apropiadas del compensador PID, antes de la estabilización de la respuesta de salida del sistema, lo cual significa un ahorro de tiempo en la entonación del controlador. Por otro lado, el algoritmo de sintonización es fácil de implementar, ya que las ecuaciones obtenidas se pueden aproximar, con mucha exactitud, por medio de polinomios de tercer grado.

Finalmente se muestran las gráficas de las respuestas simuladas de algunos sistemas retroalimentados, en donde se emplea el algoritmo de entonación propuesto. En ellos se observa que el método presenta características muy buenas de estabilidad, precisión y velocidad, para plantas con diversos valores de constantes de tiempo.

Palabras clave: Control, controlador PID, entonación de PID, determinación de funciones de transferencia, auto-entonación de PID.

Introducción

Los controladores PID son los más utilizados hoy en día en la industria. Existen diversas maneras de obtener las constantes apropiadas para estos compensadores. Un modo de hacer la entonación del PID, está basado en el cálculo de las constantes de acuerdo a un modelo matemático de la planta, el cual puede obtenerse según sus características físicas [1].

Cuando no se conoce las características de la planta, es posible entonar el PID al hacer pruebas mediante señales de excitación que se aplican a ella. En otros casos, se puede aprovechar los cambios en la señal de referencia, lo cual permite hacer un análisis del comportamiento en la salida.

Los métodos de Ziegler-Nichols y otros autores [1-7], se utilizan para calcular las constantes del compensador PID con sólo aplicar un escalón de excitación a la entrada de la planta; sin embargo, para comenzar a hacer estos cálculos, se debe esperar a que la señal de salida se establezca.

Otros métodos sintonizan rápidamente un compensador PID mediante una señal de doble o triple escalón, para ello se hace un análisis de la respuesta en el tiempo y la frecuencia [1, 7-9].

Un método utilizado por Aström y Hägglund [10 y 11], basado en aplicar una señal de entrada que tiene una baja amplitud y que oscila a determinada frecuencia [5], permite entonar con buena precisión y en forma rápida a una planta, cuyas características no son conocidas inicialmente.

Sankowski, Kucharski y Lobodzinski [12], plantean un método compuesto para entonar un PID: inicialmente se caracteriza la planta con un escalón a lazo abierto, y al detectar el punto de inflexión en la respuesta, se obtiene un modelo inicial de la planta, luego, cuando ésta se estabiliza se aplica unos pulsos de secuencia de multifrecuencia binaria (MBS), para obtener un modelo más exacto.

Por lo general, con estos métodos se logra caracterizar un sistema real, a un modelo matemático de primer orden mas tiempo muerto, y con ello se compensa los controladores PID bajo ciertas condiciones específicas del proceso [1 y

10], tales como, para determinadas relaciones entre las constantes de tiempo del sistema. En la actualidad se sigue buscando soluciones prácticas y que ofrezcan resultados más confiables [7-9].

En el siguiente artículo, se describe un método de aplicación sencilla, que permite el cálculo automático y rápido de las constantes de un compensador PID para sistemas de control de primero y segundo orden. Estas constantes se calculan en el momento de detectar el punto de inflexión de la curva de reacción de la planta, al ser ésta excitada por una señal del tipo escalón. Por otro lado, también se plantea la posibilidad de obtener la función de transferencia de la planta mediante un modelo de segundo orden mas tiempo muerto [13-15], para los casos en los que se desee utilizar otro criterio de entonación del algoritmo PID.

Compensación PID

Muchas plantas industriales tienen una función de transferencia de primero o segundo orden y un tiempo muerto. Estas funciones, siguen aproximadamente a la siguiente ecuación [1, 13, 15]:

$$G(s) = \frac{K_m e^{-s t_d}}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} \quad (1)$$

Donde:

- G(s) Función de transferencia Salida/Entrada
- K_m Ganancia del sistema
- s Variable j (dominio de la frecuencia)
- T_d Tiempo de retardo o tiempo muerto
- T₁, T₂ Constantes de tiempo del sistema, cuyos valores pueden ser reales o complejos conjugados.

La función de transferencia de un compensador PID paralelo es la siguiente:

$$PID(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \quad (2)$$

Donde **K_p**, **K_i** y **K_d** representan las constantes proporcional, integral y derivativa respectivamente. Esta función puede ser expresada en otra forma equivalente [16]. Al ser compensada la planta con un controlador PID (Figura 1), se ob-

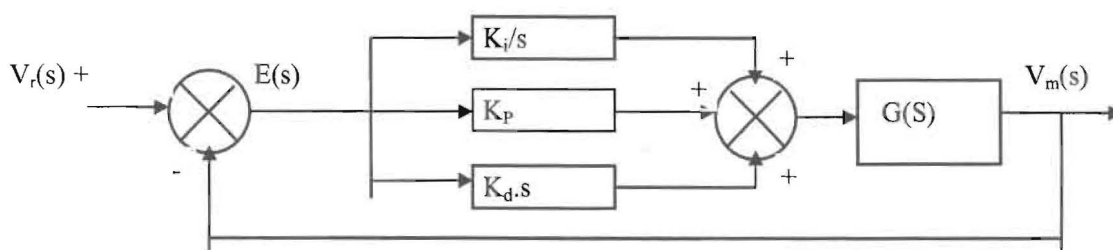


Figura 1. Diagrama de bloques de un compensador PID en un sistema de control retroalimentado.

tiene una función de salida $V_m(s)$, según la siguiente ecuación:

$$V_m(s) = E(s) \frac{1}{s} (K_d s^2 + K_p s + K_i) \frac{K_m e^{-s t_d}}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} \quad (3)$$

Donde:

$E(s)$ Señal de error $E(s) = V_r(s) - V_m(s)$

$V_r(s)$ Señal de referencia

$V_m(s)$ Señal de salida medida en la planta

Al hacer:

$$\frac{K_d}{K_i} = T_1 T_2 \quad (4)$$

$$\frac{K_p}{K_i} = T_1 + T_2 \quad (5)$$

Entonces se cancelan los polos de la planta con los ceros del PID y se obtiene:

$$PID(s) G(s) = \frac{K_i K_m e^{-s t_d}}{s} \quad (6)$$

La fase del sistema sin realimentar, en radianes, es:

$$\phi(s) = -\frac{\pi}{2} - s t_d \quad (7)$$

El margen de fase M_f del sistema será:

$$M_f = \pi + \phi(s) \quad (8)$$

Al sustituir (7) en (8):

$$M_f = -s t_d + \pi/2 \quad (9)$$

Al hacer $|PID(s) G(s)|=1$, se obtiene K_i en función del M_f al despejar s en la ecuación (9) y sustituir en (6):

$$K_i = \frac{\pi - M_f}{K_m t_d} \quad (10)$$

Se puede observar que también hay una dependencia entre K_i y el margen de ganancia de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$K_i = \frac{\pi}{2 K_m t_d 10^{\frac{M_g}{20}}} \quad (11)$$

Donde M_g es el margen de ganancia en decibelios.

Para fijar la estabilidad del sistema, debe escogerse el valor de K_i que cumpla con ambos criterios simultáneamente.

El ancho de banda del sistema será:

$$Bw = K_i K_m \quad (12)$$

Conocida K_i , los valores de K_d y K_p , se hallan por medio de las ecuaciones (4) y (5) respectivamente.

Obtención de las constantes de la planta

Existen diversos métodos para hallar las constantes de una planta; algunos están basados en la respuesta del sistema cuando éste es excitado por una señal del tipo escalón con amplitud P . Esta señal está dada, en función del tiempo, por la ecuación $P \cdot u(t)$ (donde $u=0$ para $t < 0$ y $u=1$ para $t \geq 0$), y hará que a la salida aparezca una señal similar a la función de la Figura 2.

Donde:

P Valor de la amplitud del escalón de entrada.

t Variable tiempo.

$V_m(t)$ Señal de salida del sistema.

T_1, V_{mi} Punto de inflexión en la función de salida.

m Pendiente máxima de la función de salida

V_{mo} Valor inicial de la función de salida.

V_{mf} Valor final de la función de salida.

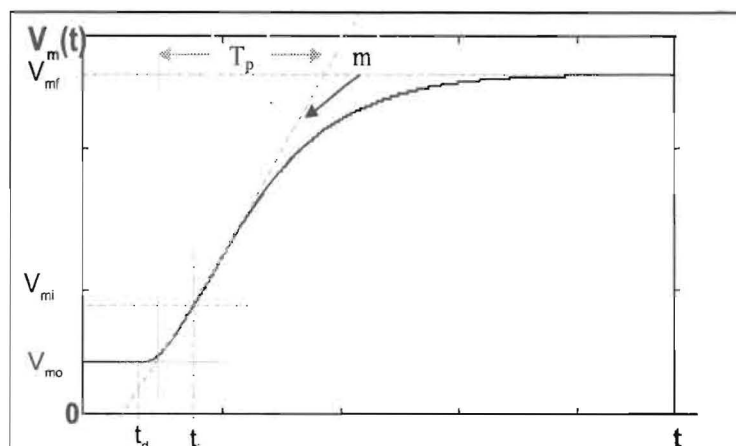


Figura 2. Salida a lazo abierto de una planta con entrada tipo escalón.

T_p Constante de tiempo determinada por el punto de inflexión.

A partir del gráfico puede obtenerse los siguientes valores:

$$K_m = \frac{V_{mf} - V_{mo}}{P} \quad (\text{Ganancia para } t \rightarrow \infty) \quad (13)$$

$$\frac{g(t_i)}{K_m} = \frac{V_m(t_i) - V_{mo}}{V_{mf} - V_{mo}} = \frac{V_m(t_i) - V_{mo}}{K_m \cdot P} \quad (14)$$

$$T_p = \frac{V_{mf} - V_{mo}}{m} \quad (15)$$

La salida $V_m(t)$ depende de la entrada y la función de transferencia de la planta, y puede expresarse según:

$$V_m(t) = g(t) * P u(t) + V_{mo} \quad (16)$$

Donde $g(t)$ es la antitransformada de Laplace de $G(s)$.

Siendo:

$$G(s) P U(s) = \frac{K_m e^{s t_d} P}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1) s} \quad (17)$$

Al aplicar la antitransformada de Laplace y al suponer que V_{mo} es igual a cero, se encuentra que:

$$g(t) * u(t) = K_m \left[1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t-t_d}{T_1}} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t-t_d}{T_2}} \right] u(t - t_d) \quad (18)$$

El valor de t_i , donde la pendiente de la función de salida es máxima, se encuentra al igualar a cero la segunda derivada de esta función. De esta manera se obtiene:

$$t_d = t_i + \frac{T_2 \ln \frac{T_2}{T_1}}{1 - \frac{T_2}{T_1}} \quad (19)$$

$$g(t_i) = K_m \left[1 - \frac{T_1 + T_2}{T_1} e^{-\frac{(t_i - t_d)}{T_1}} \right] \quad (20)$$

$$T_1 = T_p \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{T_p}{T_1 - T_2}} \quad (21)$$

Si se despeja $-(t_d - t_i)/T_1$ en la ecuación (19) y al colocarlo en el exponencial de la ecuación (20), se obtiene que $g(t_i)/K_m$ es función de T_2/T_1 según:

$$\frac{g(t_i)}{K_m} = 1 - \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{T_p}{T_1 - T_2}} - \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{1}{1 - T_2/T_1}} \quad (22)$$

Lo cual permitiría hallar, en primer lugar, a T_2/T_1 mediante la ecuación (22); después a T_1 según la ecuación (21); luego a T_2 , por conocerse la relación T_2/T_1 , y finalmente a t_d , de acuerdo a la ecuación (19). Colocar a T_2/T_1 en función de $g(t_i)/K_m$, es sumamente complicado, pero si se busca una relación directa con las constantes del PID, se encuentra que:

$$T_1 + T_2 = T_p \left(1 - \frac{g(t_i)}{K_m} \right) = \frac{K_p}{K_i} \quad (23)$$

Los valores t_d y $T_1 T_2$ se pueden obtener por aproximaciones con polinomios de tercer grado en función de T_p y $g(t_i)/K_m$. Sin embargo, es posible también hallar las constantes del compensador PID antes de la estabilización de la salida de la planta. Si se determina el valor de t_d , como el tiempo en el que comienza a detectarse una variación a la salida de la planta, y se analiza el comportamiento de ésta en t_i , algunas de las ecuaciones anteriores podrán utilizarse para calcular dichas constantes.

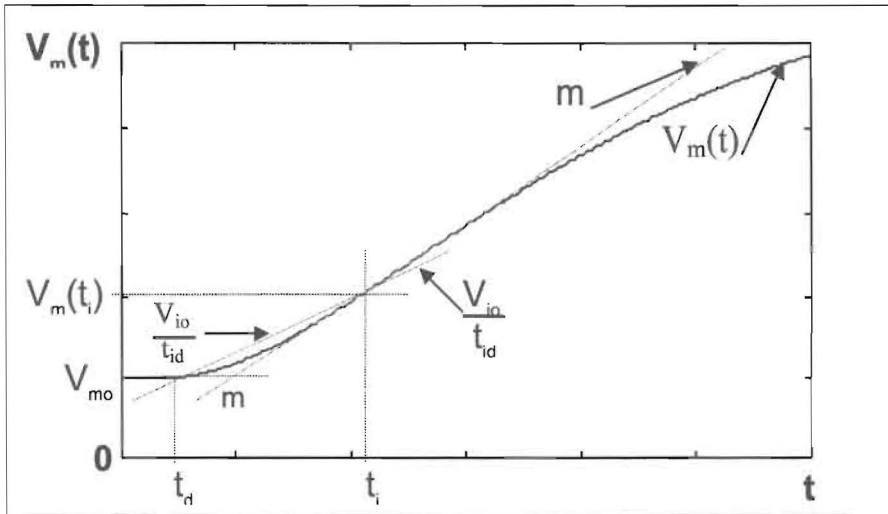


Figura 3. Salida de una planta con entrada tipo escalón, hasta $t=t_i$.

En la Figura 3 se muestra la respuesta de la planta al escalón de amplitud P , desde el comienzo hasta t_i .

- Donde:
- $M \quad dV_m(t_i)/dt$
 - $V_{io} \quad V_m(t_i) - V_{mo}$
 - $T_{id} \quad t_i - t_d$
 - $\tilde{n} \quad m \cdot t_{id} / V_{io}$

Los valores K_m , T_1+T_2 y T_1T_2 podrán encontrarse de la siguiente manera:

Si llamamos $y=T_1/T_2$ y $\tilde{n}=m \cdot t_{id} / V_{io}$, entonces al relacionar las ecuaciones desde la (19) hasta la (22), se obtiene que:

$$\tilde{n} = \frac{Ln y}{y^{y-1} - y^{y+1} - y + y^{-1}} \tag{24}$$

$$K_m = \frac{m t_{id} (y - 1)}{P y^{1-y} Ln y} \tag{25}$$

$$T_1 + T_2 = \frac{t_{id} [(y+1)y^{\frac{y}{1-y}} - 1]}{\tilde{n}} \tag{26}$$

$$T_1 T_2 = \frac{t_{id}^2 (y - 1)^2}{\left[\frac{1}{y^{1-y} Ln y} \right]^2 y^{\frac{y+1}{y-1}}} \tag{27}$$

Se puede hallar las relaciones: $m t_{id} / K_m P$, T_1+T_2 y $t_{id}^2 / T_1 T_2$ para sistemas de segundo orden. Estas relaciones pueden aproximarse de la siguiente forma:

$$\frac{m t_{id}}{K_m P} \approx ((19\tilde{n} - 66)\tilde{n} + 77)\tilde{n} - 30,177 \tag{28}$$

$$T_1 + T_2 = \frac{K_m P - V_{io}}{m} \tag{29}$$

$$\frac{t_{id}^2}{T_1 T_2} \approx ((-5,46 \tilde{n} + 32,41)\tilde{n} - 51,83)\tilde{n} + 25,073 \tag{30}$$

Las constantes K_p , K_i y K_d , entonces se pueden hallar según los criterios de margen de ganancia o margen de fase, resolviendo las ecuaciones (11) ó (10), (4) y (5), y al sustituir en las ecuaciones (28), (29) y (30).

Al calcular las constantes de control, por medio de estas aproximaciones, se obtienen valores con errores menores al 1% cuando \tilde{n} es mayor o igual a 1,2. Si \tilde{n} es menor que 1,2, la relación T_2/T_1 es menor que 0,01, entonces la planta respondería como un sistema de primer orden, ya que $T_2 \ll T_1$.

El valor de \tilde{n} puede determinar si el sistema es de segundo o de primer orden. Para $\tilde{n} < 1,2$ el cálculo de las constantes de control se debe hacer de la siguiente manera: Después de hallar a m y t_i , se puede buscar un t_z en el cual la pendiente de la respuesta mz en ese momento sea igual a $0,9m$; luego se calcula el valor de K_m según la ecuación siguiente:

$$K_m = \frac{9,5m(t_z - t_i)}{P} \tag{31}$$

K_i se calcula de la misma forma que para sistemas de segundo orden, K_d tiene un valor igual a cero, ya que no se necesita esta constante para compensar un sistema de primer orden; finalmente K_p se calcula según:

$$K_p = 9,5 K_i (t_z - t_i) \quad (32)$$

En resumen, para hallar las constantes del compensador PID, se debe hacer lo siguiente:

- Aplicar una señal tipo escalón a la planta y obtener el valor de \tilde{n} , (Figura 3) según:

$$\tilde{n} = \frac{m(t_i - t_d)}{V_m(t_i) - V_{m0}} \quad (33)$$

- Evaluar \tilde{n} , si ésta es mayor que 1,2 entonces se calcula el valor de K_m , según la ecuación (28):

$$K_m = \frac{m(t_i - t_d)}{P \left[((19\tilde{n} - 66)\tilde{n} + 77)\tilde{n} - 30,177 \right]} \quad (34)$$

- Si \tilde{n} es menor que 1,2, el sistema es de primer orden y se aplica las ecuaciones (31) y (32).
- Se escoge un valor del margen de ganancia y se halla K_i según la ecuación (11):

$$K_i = \frac{\pi}{2 \cdot 10^{\frac{M_g}{20}} K_m t_a} \quad (35)$$

Para una respuesta óptima, se hace $M_g = 11,2 \text{ dB}$ y entonces:

$$K_i = \frac{0,433}{K_m t_a} \quad (36)$$

- Se resuelve las ecuaciones: (29) y (30), para hallar las constantes K_p y K_d del algoritmo de control:

$$K_p = \frac{K_m P - V_{w0}}{m} K_i \quad (37)$$

$$K_d = \frac{K_i (t_i - t_d)}{((-5,46\tilde{n} + 32,41)\tilde{n} - 51,83)\tilde{n} + 25,073} \quad (38)$$

- Finalmente, si el objetivo era encontrar los valores de las constantes de la planta, quedaría por determinar los valores de T_1 y T_2 :

$$T_1 = \frac{\frac{K_p}{K_i} + \sqrt{\left(\frac{K_p}{K_i}\right)^2 - 4 \frac{K_d}{K_i}}}{2} \quad (39)$$

$$T_2 = \frac{\frac{K_p}{K_i} - \sqrt{\left(\frac{K_p}{K_i}\right)^2 - 4 \frac{K_d}{K_i}}}{2} \quad (40)$$

Resultados

El desarrollo experimental se hizo mediante la simulación de un programa que, al introducir

los valores de K_m , t_d , T_1 y T_2 de la función $G(s)$, obtiene la salida $V_m(t) = g(t) * P u(t)$, cuando se le aplica una excitación del tipo escalón con amplitud P . Otros parámetros que se introducen en el programa son: La resolución de un convertidor analógico a digital (A/D) simulado, para la medición de la señal de salida, el valor del tiempo de muestreo que se emplearía en la lectura de dicha señal, y el margen de ganancia deseado en el sistema retroalimentado. Los resultados que se obtienen son: K_p , K_i y K_d .

Los gráficos que se presentan a continuación, muestran las respuestas simuladas en función del tiempo (t) de algunos sistemas retroalimentados con entrada tipo escalón. Las constantes del compensador PID se calcularon mediante diversos métodos. Para simular el método propuesto (MP), se tomó 12 bits, para la resolución del convertidor A/D, considerando el rango de éste como dos veces el valor de estabilización de la salida de la planta; el tiempo de muestreo se escogió igual a $0,0001 t_d$.

La Figura 4, muestra los resultados con tres valores escogidos del margen de ganancia deseado, en una planta normalizada con la siguiente función de transferencia:

$$G(s) = \frac{e^{-s}}{(s+1)^2}$$

De acuerdo a los resultados, se puede observar en la Figura 4, que para entonar un controlador PID con este método, es posible considerar solamente el margen de ganancia (o fase) como parámetro para obtener la respuesta deseada de un sistema retroalimentado. El margen de ganancia óptimo obtenido es aproximadamente 11,2 dB.

En la Figura 5, en una planta de primer orden se compara el método de Zhuang-Atherton (ZA) para compensadores PI y PID, mediante el criterio de la integral del cuadrado del error ponderado en el tiempo (ISTE), con el método propuesto. Se observa una respuesta más rápida para las salidas según la compensación de Zhuang-Atherton, sin embargo el método propuesto en este artículo, no presenta sobrepaso. La función de transferencia utilizada y los valores de las constantes pueden verse en la Tabla 1.

Para una función de transferencia con t_d alto con respecto a las otras constantes de tiem-

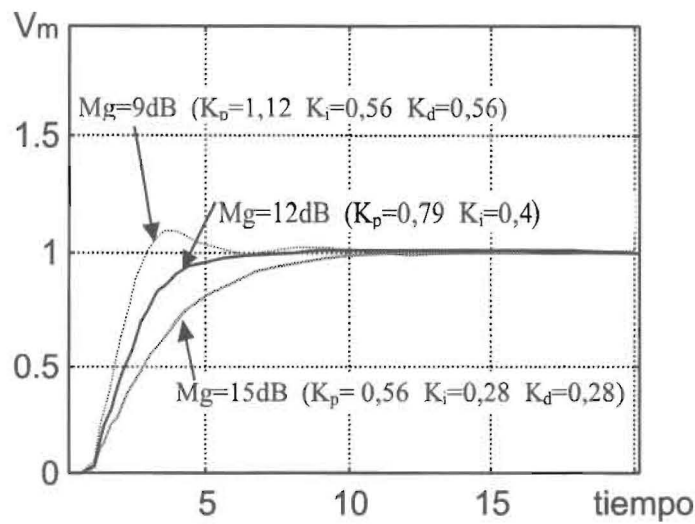


Figura 4. Respuesta al escalón de un sistema de segundo orden con márgenes de ganancia de 9, 12 y 15dB según método propuesto (MP).

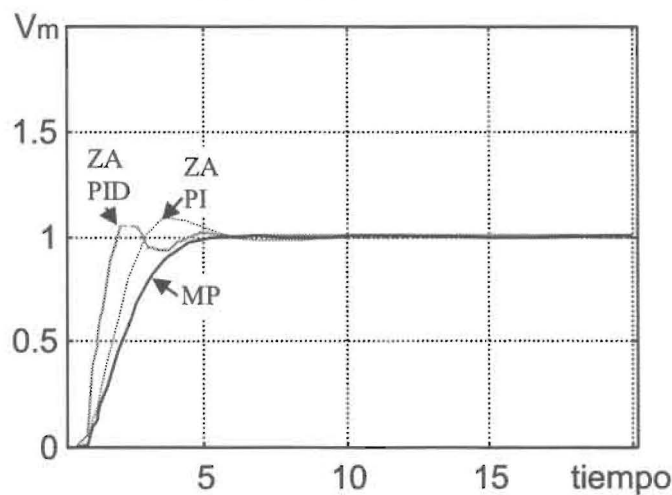


Figura 5. Respuesta para un sistema de primer orden.

Tabla 1
Constantes PID para una función de primer orden

$G(s) = \frac{e^{-s}}{10s + 1}$	MP	ZA PI	ZA PID
K_p	4,30	5,94	8,22
K_i	0,44	0,56	0,79
K_d	0	0	3,93

po, se observa en la Figura 6, que los métodos de Ziegler-Nichols (ZN) y Hang, producen salidas bastante oscilatorias, por otro lado, el método de Zhuang-Atherton (ZA) produce una menor oscilación, y con el método propuesto (MP) en este ar-

tículo, casi no se detecta sobrepaso a la salida. La función utilizada y las constantes halladas pueden verse en la Tabla 2.

En la Figura 7, se puede observar los resultados obtenidos para los métodos de: Aström-

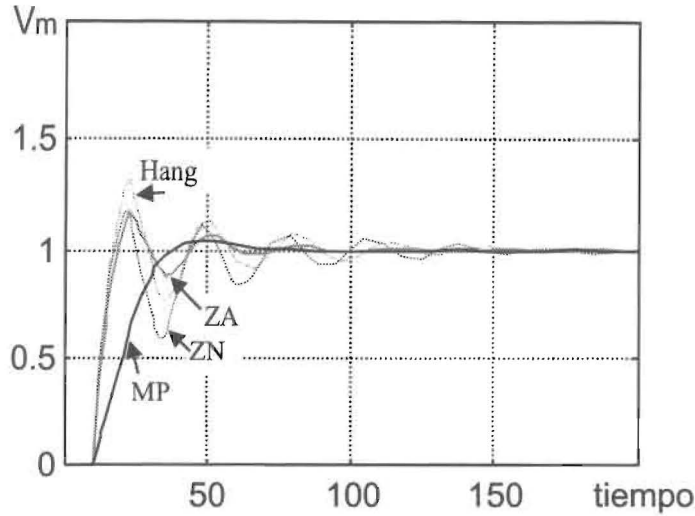


Figura 6. Respuesta para un sistema de segundo orden con $t_d = 10$.

Tabla 2
Constantes PID para un sistema de 2º orden con $t_e = 10$

$G(s) = \frac{1,25 e^{-10s}}{(5s+1)(2,5s+1)}$	MP	ZA	ZN	Hang
K_p	0,32	0,67	0,77	0,77
K_i	0,045	0,063	0,047	0,069
K_d	0,60	2,69	3,14	3,14

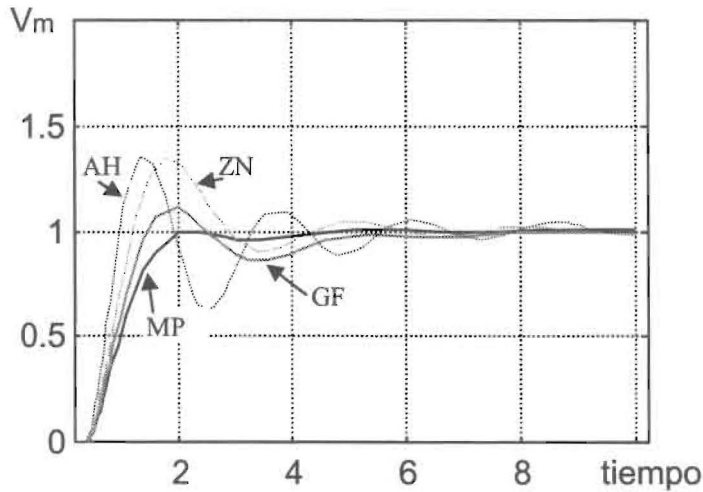


Figura 7. Respuesta para un sistema de segundo orden con $t_d = 0,5$.

Hägglund (AH), con un margen de fase de 45°; Ziegler-Nichols (ZN); el de Ganancia-Fase (GF), mostrado por Zhuang Athernon, y el método propuesto (MP). Se observa una mejor respuesta en el PID sintonizado mediante el método propuesto. La función de transferencia utilizada y las constantes PID pueden verse en la Tabla 3.

Finalmente, en la Figura 8, se muestra que para funciones con constantes de tiempo complejas, los métodos de Ziegler-Nichols y Zuang-Athernon, entre otros, acusan mucha inestabilidad en la respuesta. La función y las constantes utilizadas pueden verse en la Tabla 4.

Tabla 3
Constantes PID para un sistema de 2º orden con $t_d = 0,5$

$G(s) = \frac{e^{-0,5s}}{(s+1)^2}$	MP	GF	ZN	ZA
K_p	1,79	2,39	2,81	3,14
K_i	0,90	0,88	1,72	1,24
K_d	0,88	0,95	1,15	1,97

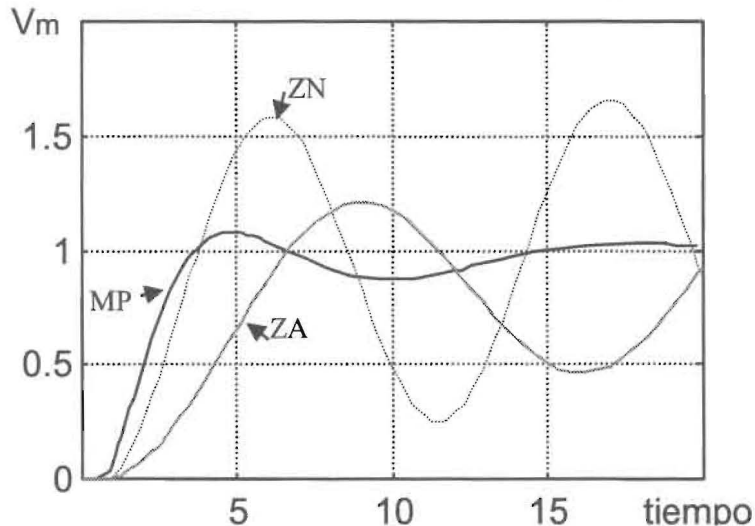


Figura 8. Respuesta para un sistema de segundo orden con constantes de tiempo complejas.

Tabla 4
Compensación de un Sistema con constantes complejas

$G(s) = \frac{e^{-s}}{9,25s^2 + s + 1}$	MP	ZA	ZN
K_p	0,76	0,69	1,90
K_i	0,38	0,16	0,39
K_d	3,86	0,68	2,33

Análisis de Resultados

Los resultados obtenidos en las gráficas, muestran respuestas con muy buena precisión, estabilidad y velocidad en los sistemas retroalimentados que utilizan el método de compensación propuesto. Debe hacerse notar que la salida del controlador tenía un elemento saturador, el cual, al igual que en los sistemas reales, limitaba los valores a la entrada de la planta.

Los errores obtenidos en el cálculo de las constantes de la planta: t_d , K_m , T_1 y T_2 eran me-

nores del 12%, de acuerdo a las condiciones de la simulación. Si la resolución del convertidor A/D se fijaba en 14 bits y el tiempo de muestreo en $10^{-5}t_d$, los errores hallados en estos valores estaban en el orden del 1%.

Debe mencionarse que estos resultados deben comprobarse en sistemas reales y hacer un tratamiento especial en caso de existir un alto nivel de ruido.

Agradecimientos

Se agradece a los profesores J. Morón y J. Ferrer por las sugerencias hechas para la realización de este artículo.

Conclusiones

El método presentado permite un cálculo sencillo y rápido de las constantes apropiadas de un compensador PID. Esto se presenta como una alternativa viable para el uso de controladores digitales de bajo costo, ya que no necesita cálculos complicados, ni requiere de gran cantidad de memoria para aplicar el algoritmo que obtiene los valores de las constantes del PID.

Se observa en las simulaciones realizadas, que en sistemas donde las constantes son calculadas según este método, hay un menor sobrepaso a la salida, en comparación con otros métodos propuestos.

Los valores de las constantes de control que se obtienen por medio de este método, no presentan limitaciones en cuanto a las relaciones entre las diversas constantes de tiempo (T_1 , T_2 y t_d) incluso puede utilizarse en plantas de segundo orden con constantes de tiempos de valores complejos; sin embargo, debe tenerse cuidado al hacer los cálculos en plantas con tiempos muertos nulos o muy reducidos, ya que la parte integral aportaría una señal de salida que podría saturar al sistema.

Referencias bibliográficas

- Smith C. y Corripio A.: "Control Automático de Procesos". Editorial Limusa. México 1994.
- Ziegler J. and Nichols N.: "Optimum Settings for Automatic Controllers". Transactions of the ASME. Vol 64, (Nov 1942) 759-768.
- Hang C., Aström K. and Ho W.: "Refinements of the Ziegler-Nichols tuning formula. IEE Proceedings-D. Vol. 138 (Mar 1991) 111-118.
- Thompson S.: "Multivariable PID Controller for Unidentified Plant". Transactions of the ASME. Vol. 104, (Sep 1982) 270-274.
- De Santis R.: "A Novel PID Configuration for Speed and Position Control". Transactions of the ASME. Vol. 116, (Sep 1994) 542-549.
- Ruano A., Fleming P. and Jones D.: "Connectionist Approach to PID Autotuning". IEE Proceedings-D, Vol. 139, (May 1992) 279-285.
- Van Doren V.: "Inside Self-Tuning PID Controllers". Control Engineering. (Aug. 1993) 67-70.
- Van Doren V.: "The Challenges of Self-Tuning Control". Control Engineering. (Feb. 1994) 77-79.
- Van Doren V.: "The Reality of Self Tuning". Control Engineering. (Oct. 1994) 51-53.
- Zhuang M. and Atherton D.: "Automatic Tuning of Optimum PID Controllers". IEE Proceedings-D. Vol. 140, (May 1993) 216-224.
- Riggs J.: "Tuning Sluggish Loops Using the ATV Procedure". ISA Automatic Control Systems, Division Newsletter. (Spring 1997) 4-11.
- Sankowski D., Kucharski J. and Lobodzinski.: "Autotuning Temperature control Using Identification by Multifrequency Binary Sequences". IEE Proceedings Control Theory Application. Vol. 144 (May 1997) 233-240.
- Netushil A.: "Theory of Automatic Control". MIR Publishers. Moscow 1976.
- Alvarez C., Quintero S. y Tabares I. (Tutor).: "Controlador Programable de Temperatura". Tesis de Grado, Universidad Simón Bolívar. Caracas 1982.
- Creus A.: "Instrumentación Industrial". Ediciones Marcombo-Alfaomega. 4^a Edición. México 1992.
- Gerry J.: "A Comparison of PID Control Algorithms". Control Engineering, (Mar 1987) 102-105.

Recibido el 12 de Noviembre de 1996

En forma revisada el 24 de Noviembre de 1997