

Características dinámicas de los cojinetes radiales de dos lóbulos

Alonso Ocando

Facultad de Ingeniería, Universidad del Zulia

Resumen

El objetivo principal de esta investigación es desarrollar un conjunto de programas que permitan calcular los coeficientes dinámicos (rigidez y amortiguamiento) de los cojinetes de dos lóbulos, que son de amplia utilización en las turbomáquinas de alta velocidad, se pretende también, establecer las bases para la determinación de estos coeficientes para cojinetes de geometrías diferentes, tales como los cojinetes de tres o más lóbulos y los cojinetes de patines pivotados.

Las ecuaciones fueron planteadas de manera similar a Lund y Thomsen, usando una "Solución de perturbación de primer orden" que permite hallar los coeficientes dinámicos a partir de ecuaciones análogas a la ecuación de Reynolds (que es utilizada en el análisis estático). Estas ecuaciones son discretizadas en cada uno de los lóbulos usando un volumen de control alrededor de cada nodo de la malla rectangular utilizada, las ecuaciones resultantes son resueltas mediante un método "línea por línea" que combina el método directo de la matriz tridiagonal (TDMA) y el método iterativo de Gauss-Seidel.

Los resultados obtenidos son comparados con Lund y Thomsen, lográndose una excelente correlación; se presentan además, una serie de gráficos que muestran los coeficientes dinámicos para varios valores de la precarga y de la relación de excentricidad.

Palabras claves: Cojinetes Radiales, Cojinetes Elípticos, Cojinetes de dos lóbulos, Cojinetes

Dynamic characteristics of two-lobed journal bearing

Abstract

The main objective of this work is to develop a group of Computational programs for calculating the dynamical coefficients (stiffness and damping) of bearings with two lobes which have wide application on high speed turbomachinery. It, also intends to establish the fundamentals for obtaining those coefficients for bearings with different geometrical shapes like three or four lobed and tilting pad journal bearings.

The equations were written following the Lund and Thomsen approach, who used a "first order perturbation solution" that permits to find the dynamical coefficients from analog equations to the Reynolds one. These equations were discretized for each lobe using a control volume around each node of the rectangular mesh used. The equations were solved using the "Line by Line" method that combines the direct tridiagonal matrix method with the iterative Gauss-Seidel method.

The results obtained match with Lund and Thomsen results, with excellent correlation. Several figures that show the dynamical coefficients for different preload and excentricity values are presented.

Key words: Journal Bearings, Elliptical Bearings, Two Lobed Bearings, Bearings

LISTA DE SIMBOLOS

- B_{mn} : Coef. de amortiguamiento en la dirección "m" correspondiente a un desplazamiento en la dirección "n".
- C: Claridad mayor del cojinete.
- d: Precarga o elipticidad.
- e: Excentricidad del cojinete.
- e_i : Excentricidad del lóbulo "i".
- H_i : Espesor de película para el lóbulo "i".
- H_{oi} : Espesor de película estático para el lóbulo "i".
- K_{mn} : Coeficiente de rigidez en la dirección "m" correspondiente a un desplazamiento en la dirección "n".
- L,R,D: Longitud, radio y diámetro del cojinete.
- P: Presión relativa en la película.
- P_o : Presión relativa en equilibrio estático.
- P_x, P_y : Gradientes de presión con respecto a "x" e "y".
- P_u, P_v : Gradientes de presión con respecto a "u" y "v".
- S: Número de Sommerfeld ($R^3 \mu L \Omega / \pi W_x C^2$).
- u,v: Componentes de la velocidad del centro del muñón en las direcciones "x" e "y" respectivamente.
- W_x, W_y : Componentes de la fuerza estática.
- θ, z : Coordenadas circunferencial y axial.
- x,y: Coordenadas vertical y horizontal.
- \bar{B}_{mn} : coef. de amortiguamiento adimensionales ($C \Omega B_{mn} / W_x$)
- \bar{K}_{mn} : Coeficientes de rigidez adimensionales ($C K_{mn} / W_x$).
- $\Delta \theta, \Delta z$: Incrementos correspondientes a " θ " y " z ".
- δ : Precarga ó elipticidad adimensional (d/C).
- ϵ : Relación de excentricidad del cojinete (e/C).
- ϕ : Angulo de actitud del cojinete
- ϕ_i : Angulo de actitud del lóbulo "i".
- θ_e : Angulo donde comienza la zona convergente.
- θ_s : Angulo de ruptura de la película de lubricante.
- μ : Viscosidad absoluta del lubricante.
- Ω : Velocidad angular del muñón.

Introducción

En este trabajo se estudiarán los cojinetes de dos lóbulos ó elípticos, por su amplia utilización y por la relativa sencillez de su geometría. En realidad, no son elípticos, están contruidos por dos arcos de circunferencia (lóbulos) que tienen distintos centros de curvatura que le dan al cojinete la forma aproximada de elipse. Se evaluarán los coeficientes de rigidez y de amortiguamiento, tal y como, se hace en la mayoría de las investigaciones sobre cojinetes radiales.

La determinación de las características dinámicas y estáticas de los cojinetes de dos lóbulos ha sido realizada por varios autores, enfrentando el problema bajo premisas diferentes y, utilizando diversos métodos de solución. Entre estos autores, puede mencionarse a Pinkus⁵, quién realizó en 1956 el cálculo de los parámetros de funcionamiento estático de este tipo de cojinetes, tomando como condición de borde para el punto de ruptura de la película, la no admisibilidad de presiones negativas en el lubricante.

Kumar, Sinhasan y Singh¹ calculan los coeficientes dinámicos y estáticos usando el método de Garlekin para resolver la Ecuación de Reynolds y utilizan en la determinación del punto de ruptura de la película la condición de Reynolds, que establece que el gradiente de presión en este punto es cero.

Lund y Thomsen² resuelven el problema considerando la línea del final de película como una curva, la cual es determinada haciendo el gradiente de presión en dirección normal a ésta igual a cero. La Ecuación de Reynolds es resuelta por diferencias finitas, y los coeficientes dinámicos son determinados usando una "Solución de perturbación de primer orden".

En este trabajo, para la parte estática, la Ecuación de Reynolds es discretizada en cada uno de los lóbulos usando un volumen de control alrededor de cada nodo de la malla rectangular utilizada, obteniéndose así, un sistema de ecuaciones algebraicas. Estas son resueltas por medio de un método "línea por línea" que combina el método directo de la matriz

tridiagonal y el método iterativo de Gauss-Seidel⁴.

Para la parte dinámica, las ecuaciones fueron planteadas de manera similar a Lund, usando una "Solución de perturbación de primer orden"³, que permite hallar los coeficientes dinámicos a partir de ecuaciones análogas a la Ecuación de Reynolds. Una vez obtenida la solución estática y definida la posición de equilibrio del muñón (Mediante la determinación del ángulo de actitud), se resuelve la parte dinámica a partir de las ecuaciones correspondientes de acuerdo al procedimiento establecido para la parte estática.

La condición de Reynolds es utilizada para determinar el punto de ruptura de la película de lubricante, la cual ha sido ampliamente usada por diversos investigadores^{1,2}. Tanto la determinación del final de película como del ángulo de actitud fueron realizadas de manera iterativa y con la ayuda de un procedimiento de interpolación ó extrapolación (según fuera el caso), a fin de lograr una solución mas precisa y eficiente.

Los resultados obtenidos son comparados con los de Lund y Thomsen², lográndose una excelente correlación. También se muestran algunos gráficos de los diferentes coeficientes dinámicos en función de la excentricidad y para algunos valores de el grado de elipticidad (precarga).

GEOMETRIA DEL COJINETE

Los cojinetes de dos lóbulos están formados por dos arcos de circunferencia del mismo radio y diferente centro, tal y como se observa en la fig.1. La distancia "d" del centro de curvatura de cada lóbulo al centro geométrico del cojinete se define como la elipticidad o precarga.

Cada lóbulo determina una excentricidad (e₁ y e₂) definidas como la distancia entre el centro del eje y el centro de curvatura de cada lóbulo; además, la distancia entre el centro geométrico del cojinete y el centro del eje es llamada excentricidad del cojinete (e).

Pueden obtenerse los espesores de película y otros parámetros geométricos importantes

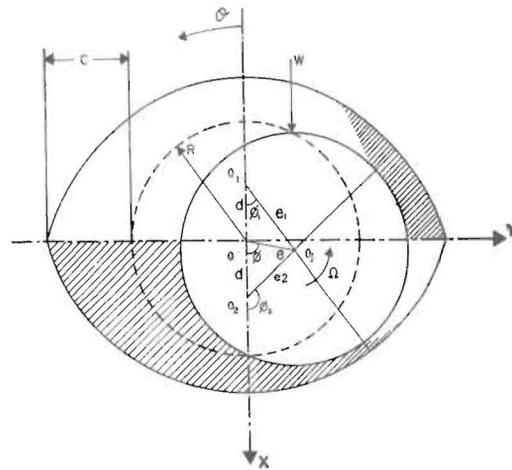


Fig. 1 Características geométricas del cojinete de dos lóbulos

por medio de las siguientes ecuaciones² aplicadas a cada lóbulo (fig. 1):

$$H_{0,2} = C + e_{1,2} \cos(\theta - \phi_{1,2}) \tag{1}$$

$$e_{1,2} = (d^2 + e^2 \pm 2ed \cos\phi)^{1/2} \tag{2}$$

$$\phi_{1,2} = \text{tg}^{-1} \left[\frac{\text{Sen}\phi}{d \pm e \text{Cos}\phi} \right] \tag{3}$$

Ecuaciones Gobernantes

La distribución de presión en la película de lubricante es gobernada por la ecuación de Reynolds²:

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{H^3}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{H^3}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial z} \right) = \frac{1}{2} \Omega \frac{\partial H}{\partial \theta} + \frac{\partial H}{\partial t} \tag{4}$$

Donde P es la presión relativa en la película, μ es la viscosidad del fluido, Ω es la velocidad angular, t es el tiempo, z es la coordenada axial y θ es el ángulo medido desde el eje x negativo en el mismo sentido de rotación del muñón.

Aplicando un método de "perturbación de primer orden"³, se pueden obtener a partir de la ecuación (4) las siguientes ecuaciones para la presión estática (P₀) y las componentes de la presión dinámica (P_x, P_y, P_u, P_v):

$$R(P_0) = \frac{1}{2} \Omega \cdot \frac{\partial H_0}{\partial \theta} \quad (5)$$

$$R(P_x) = -\frac{\Omega}{2} \left[\text{Sen} \theta + 3 \frac{\text{Cos} \theta}{H_0} \frac{\partial H_0}{\partial \theta} \right] - \Gamma \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{\text{Cos} \theta}{H_0} \right] \quad (6)$$

$$R(P_y) = -\frac{\Omega}{2} \left[\text{Cos} \theta - 3 \frac{\text{Sen} \theta}{H_0} \frac{\partial H_0}{\partial \theta} \right] - \Gamma \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{\text{Sen} \theta}{H_0} \right] \quad (7)$$

$$R(P_u) = \text{Cos} \theta \quad (8)$$

$$R(P_v) = \text{Sen} \theta \quad (9)$$

Donde $R(\)$ es un operador definido como:

$$R(\) = \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{H_0^3}{12\mu} \frac{\partial (\)}{\partial \theta} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{H_0^3}{12\mu} \frac{\partial (\)}{\partial z} \right] \quad (10)$$

Y " Γ " puede evaluarse mediante la siguiente relación:

$$\Gamma = \frac{H_0^3}{4\mu R^2} \frac{\partial P_0}{\partial \theta} \quad (11)$$

La capacidad de carga W_x y los coeficientes de rigidez y amortiguamiento se obtienen a partir de P_0 , P_x , P_y , P_u y P_v obtenidos de las ecuaciones anteriores, por medio de las siguientes relaciones:

$$W_x = \sum_{i=1}^2 \left[-2 \int_{\theta_e}^{\theta_s} \int_0^{L/2} P_0 \text{Cos} \theta R dz d\theta \right]_i \quad (12)$$

$$W_y = \sum_{i=1}^2 \left[-2 \int_{\theta_e}^{\theta_s} \int_0^{L/2} P_0 \text{Sen} \theta R dz d\theta \right]_i \quad (13)$$

$$\begin{Bmatrix} K_{xx} \\ K_{yx} \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^2 \left[-2 \int_{\theta_e}^{\theta_s} \int_0^{L/2} P_x \begin{Bmatrix} \text{Cos} \theta \\ \text{Sen} \theta \end{Bmatrix} R dz d\theta \right]_i \quad (14)$$

$$\begin{Bmatrix} K_{xy} \\ K_{yy} \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^2 \left[-2 \int_{\theta_e}^{\theta_s} \int_0^{L/2} P_y \begin{Bmatrix} \text{Cos} \theta \\ \text{Sen} \theta \end{Bmatrix} R dz d\theta \right]_i \quad (15)$$

$$\begin{Bmatrix} B_{xx} \\ B_{yx} \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^2 \left[-2 \int_{\theta_e}^{\theta_s} \int_0^{L/2} P_u \begin{Bmatrix} \text{Cos} \theta \\ \text{Sen} \theta \end{Bmatrix} R dz d\theta \right]_i \quad (16)$$

$$\begin{Bmatrix} B_{xy} \\ B_{yy} \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^2 \left[-2 \int_{\theta_e}^{\theta_s} \int_0^{L/2} P_v \begin{Bmatrix} \text{Cos} \theta \\ \text{Sen} \theta \end{Bmatrix} R dz d\theta \right]_i \quad (17)$$

La ecuación (13) fue usada para determinar la posición de equilibrio del centro del muñón (se obtiene el ángulo de actitud), y el índice "i" identifica a un lóbulo en particular.

Condiciones de borde

En los cojinetes de dos lóbulos se presenta ruptura de la película de lubricante tanto en el lóbulo superior como en el inferior, debido a que existe en ellos una zona divergente. Para considerar esta situación, se hará uso de la condición de Reynolds, la cual establece que la curva de presión se origina donde comienza la zona convergente en cada lóbulo y finaliza en el punto de ruptura de la película de aceite, donde, tanto la presión como su gradiente se anulan.

Las condiciones de borde para un lóbulo en particular son las siguientes:

a.- Para la condición estática:

$$P_0(\theta_e, z) = P_0(\theta_s, z) = P_0(\theta, 0) = P_0(\theta, L) = 0 \quad (18)$$

$$\left. \frac{\partial P_0}{\partial \theta} \right|_{\theta=\theta_e} = 0 \quad (19)$$

b.- Bajo condiciones dinámicas: puede demostrarse³ que los gradientes de presión se anulan en los mismos puntos que la presión estática, por lo tanto, se puede escribir:

$$P_x = P_y = P_u = P_v = 0 \text{ donde } P_0 = 0 \quad (20)$$

Método de solución

Si integramos las ecuaciones (5), (6), (7), (8) y (9) en un volumen de control alrededor de un nodo de una malla rectangular⁴, se obtienen las siguientes relaciones que permiten obtener la presión estática y los gradientes de presión bajo condiciones dinámicas:

$$\Delta P P_0(I, J) = A_e P_0(I+1, J) + A_w P_0(I-1, J) + A_n P_0(I, J+1) + A_s P_0(I, J-1) + \psi_0 \quad (21)$$

$$\Delta P P_x(I, J) = A_e P_x(I+1, J) + A_w P_x(I-1, J) + A_n P_x(I, J+1) + A_s P_x(I, J-1) + \psi_x \quad (22)$$

$$\Delta P P_y(I, J) = A_e P_y(I+1, J) + A_w P_y(I-1, J) + A_n P_y(I, J+1) + A_s P_y(I, J-1) + \psi_y \quad (23)$$

$$\Delta P P_u(I, J) = A_e P_u(I+1, J) + A_w P_u(I-1, J) + A_n P_u(I, J+1) + A_s P_u(I, J-1) + \psi_u \quad (24)$$

$$\Delta P P_v(I, J) = A_e P_v(I+1, J) + A_w P_v(I-1, J) + A_n P_v(I, J+1) + A_s P_v(I, J-1) + \psi_v \quad (25)$$

$$\psi_0 = [H_w(I) - H_e(I)] \Delta z \Omega / 2 \quad (26)$$

$$\psi_x = \left\{ \left[\text{Sen}\theta + 3 \frac{\text{Cos}\theta}{H_0} \frac{\partial H_0}{\partial \theta} \right] \frac{\Omega}{2} + \frac{H_0^3}{4\mu R^2} \frac{\partial P_0}{\partial \theta} \left[\frac{\text{Cos}\theta}{H_0} \right] \right\} \Delta\theta_m \Delta z \quad (27)$$

$$\psi_y = \left\{ \left[3 \frac{\text{Sen}\theta}{H_0} \frac{\partial H_0}{\partial \theta} - \text{Cos}\theta \right] \frac{\Omega}{2} + \frac{H_0^3}{4\mu R^2} \frac{\partial P_0}{\partial \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{\text{Sen}\theta}{H_0} \right] \right\} \Delta\theta_m \Delta z \quad (28)$$

$$\psi_u = -\text{Cos}\theta \Delta\theta_m \Delta z \quad (29)$$

$$\psi_v = -\text{Sen}\theta \Delta\theta_m \Delta z \quad (30)$$

$$A_e = \frac{H_e^3 (I) \Delta z}{12\mu R^2 \Delta\theta (I)} \quad A_w = \frac{H_w^3 (I) \Delta z}{12\mu R^2 \Delta\theta (I-1)} \quad (31)$$

$$A_n = \frac{H_n^3 (I) \Delta\theta_m (I)}{12\mu \Delta z} \quad A_s = \frac{H_s^3 (I) \Delta\theta_m (I)}{12\mu \Delta z} \quad (32)$$

$$A_p = A_e + A_w + A_n + A_s \quad (33)$$

$$\Delta\theta_m (I) = \frac{\Delta\theta (I) + \Delta\theta (I-1)}{2} \quad (34)$$

Donde H_e , H_w , H_n y H_s son los espesores de película en los bordes del volumen de control (correspondientes a las orientaciones este, oeste, norte y sur respectivamente).

Estas ecuaciones así discretizadas fueron resueltas usando un método "línea por línea" que es una combinación de un método directo (algoritmo de la matriz tridiagonal) usado comúnmente para situaciones unidimensionales y el método iterativo de Gauss-Seidel.

Este método puede resumirse de la siguiente manera:

Se toma una línea de nodos (en la dirección z por ejemplo), se asume que los valores de la variable independiente a lo largo de las líneas adyacentes son iguales a sus valores previos (obtenidos en la iteración anterior) y se resuelve la línea escogida por el método directo (TDMA).

se repite el procedimiento para todas las líneas. La malla es barrida varias veces hasta alcanzar la convergencia. Este barrido es realizado en las cuatro direcciones posibles y de manera secuencial, es decir, de derecha a izquierda, de izquierda a derecha, de arriba hacia abajo y de abajo hacia arriba.

El procedimiento seguido para hallar los coeficientes estáticos y dinámicos fue el siguiente: Para una excentricidad conocida, se asume un valor para el ángulo de actitud; conociendo ϵ y ϕ queda definido el centro del muñón en equilibrio estático, por lo que se procede a determinar la distribución de presión tanto para el lóbulo superior como para el inferior, determinándose también la carga horizontal neta W_y . Si el valor absoluto de esta carga es menor que una tolerancia preestablecida se procede a resolver las ecuaciones para los gradientes de presión (P_x , P_y , P_u y P_v) para luego calcular los coeficientes dinámicos (rigidez y amortiguamiento), en caso contrario, se modifica el ángulo de actitud interpolando o extrapolando, según sea el caso, y se repite todo el proceso hasta cumplir con el requisito de la tolerancia asignada.

Análisis De Resultados

Los resultados obtenidos fueron expresados en forma adimensional, a fin de disponer de una información aplicable a situaciones mas generales.

Salvo que se indique lo contrario, la relación de excentricidad ϵ y la precarga (elipticidad) δ utilizadas fueron 0.2 y 0.5 respectivamente.

Comparación con los resultados de Lund y Thomsen²

Las tablas 1 y 2 muestran una comparación de los resultados obtenidos en este trabajo con Lund y Thomsen para una relación de esbeltez (L/D) de 0.5 y una precarga adimensional (δ) de 0.5. En ellas se aprecia una concordancia muy buena para todo el rango de relaciones de excentricidad, tanto para las características dinámicas (\bar{K}_{xx} , \bar{K}_{xy} , \bar{K}_{yx} , \bar{K}_{yy} , \bar{B}_{xx} , \bar{B}_{xy} , \bar{B}_{yx} , y \bar{B}_{yy}) como para las estáticas (S y ϕ). Sin embargo, a elevadas excentricidades se observa una

discrepancia ligeramente mayor. Esto se debe a la manera en que Lund determinó el punto de ruptura de la película de lubricante², este aspecto es mas importante para excentricidades altas puesto que los gradientes de P_o , P_x , P_y , P_u

y P_v son muy elevados. Es de observar, además, que los coeficientes \bar{B}_{xy} y \bar{B}_{yx} resultaron ser prácticamente iguales entre sí, al igual que en el trabajo de referencia; la explicación teórica de este hecho puede verse en [4].

TABLA 1. COMPARACION DE LA RIGIDEZ CON LUND. (L/D=0.5)

L/D=0.5	ϵ	S	ϕ	\bar{K}_{xx}	\bar{K}_{xy}	\bar{K}_{yx}	\bar{K}_{yy}
Calculado	0.061	2.716	88.67	35.26	15.95	-21.89	0.75
Lund		2.723	88.58	35.54	15.77	-22.03	0.74
Calculado	0.086	1.896	88.43	24.89	11.37	-15.33	0.72
Lund		1.889	88.33	24.93	11.18	-15.33	0.71
Calculado	0.155	0.979	87.31	13.55	6.48	-7.99	0.85
Lund		0.976	87.22	13.59	6.39	-7.99	0.84
Calculado	0.254	0.496	84.40	8.08	4.32	-4.01	1.09
Lund		0.494	84.36	8.11	4.28	-3.99	1.09
Calculado	0.323	0.318	81.12	6.47	3.84	-2.36	1.24
Lund		0.318	81.08	6.52	3.82	-2.34	1.23
Calculado	0.391	0.187	75.25	5.97	3.83	-0.96	1.38
Lund		0.187	75.18	6.03	3.82	-0.92	1.37
Calculado	0.424	0.129	69.59	6.43	4.04	-0.27	1.46
Lund		0.127	69.31	6.53	4.04	-0.21	1.45

TABLA 2. COMPARACION DEL AMORTIGUAMIENTO CON LUND (L/D=0.5)

L/D=0.5	ϵ	S	ϕ	\bar{B}_{xx}	\bar{B}_{xy}	\bar{B}_{yx}	\bar{B}_{yy}
Calculado	0.061	2.716	88.67	62.01	-23.88	-23.90	17.76
Lund		2.723	88.58	61.63	-23.96	-23.96	17.80
Calculado	0.086	1.896	88.43	43.65	-16.35	-16.37	12.65
Lund		1.889	88.33	43.14	-16.31	-16.31	12.59
Calculado	0.155	0.979	87.31	23.46	-7.67	-7.68	7.11
Lund		0.976	87.22	23.20	-7.66	-7.66	7.08
Calculado	0.254	0.496	84.40	13.41	-2.75	-2.75	4.31
Lund		0.494	84.36	13.26	-2.76	-2.76	4.27
Calculado	0.323	0.318	81.12	10.13	-0.77	-0.78	3.19
Lund		0.318	81.08	10.03	-0.81	-0.81	3.15
Calculado	0.391	0.187	75.25	8.33	0.71	0.71	2.18
Lund		0.187	75.18	8.23	0.66	0.66	2.13
Calculado	0.424	0.129	69.59	8.03	1.32	1.31	1.64
Lund		0.127	69.31	7.91	1.26	1.26	1.58

y P_v son muy elevados. Es de observar, además, que los coeficientes \bar{B}_{xy} y \bar{B}_{yx} resultaron ser prácticamente iguales entre sí, al igual que en el trabajo de referencia; la explicación teórica de este hecho puede verse en [4].

Es de observar que para obtener éstos coeficientes se suman algebraicamente los valores correspondientes a ambos lóbulos, por lo que, cuando éstos son de signo contrario y de magnitudes similares pueden obtenerse cantidades muy pequeñas y, por consiguiente, discrepancias porcentuales considerables con Lund, sin embargo, ello no indica que haya diferencias, significativas para cada lóbulo por separado. Por ejemplo, para $\epsilon=0.424$ (la excentricidad máxima posible para este caso es 0.5 para que no haya contacto del muñón con el cojinete) existe una diferencia porcentual con respecto a Lund de 29%, sin embargo, el valor calculado es muy pequeño en comparación con los demás coeficientes y no tiene relevancia.

Características Estáticas y Dinámicas

En la figura 2 se muestran los coeficientes de rigidez en función de la precarga o elipticidad del cojinete, observándose como el coeficiente que es mayormente afectado por la precarga es \bar{K}_{xx} al aumentar considerablemente al incrementarse ésta. Obsérvese además que para $\delta < 0.3$, $K_{xy} > \bar{K}_{xx}$, en cambio, para $\delta > 0.3$, $\bar{K}_{xy} < \bar{K}_{xx}$; esto significa que si para baja precarga se induce una pequeña perturbación de la posición de equilibrio del muñón en la dirección horizontal obtendremos una fuerza vertical mayor que si la

perturbación fuera en la dirección vertical. Lógicamente, para una precarga alta sucede lo contrario. Esto también ocurre con el valor absoluto del coeficiente \bar{K}_{yx} , el cual está por encima de \bar{K}_{xx} para precargas inferiores a 0.2, pero está muy por debajo para precargas mayores.

La figura 3 muestra el comportamiento de los coeficientes de rigidez al variar la excentricidad para $L/D=0.5$; en ellas se nota

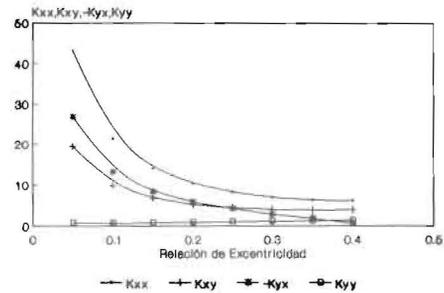


Fig. 3 Variación de los coeficientes de rigidez con la excentricidad (L/D=0.5)

como, a medida que ϵ aumenta todos los coeficientes disminuyen a excepción de K_{yy} que aumenta ligeramente; se aprecia además, un decrecimiento mas acentuado de \bar{K}_{yx} (en valor absoluto) a partir de $\epsilon=0.2$ aproximadamente.

En la figura 4 se grafican los coeficientes de amortiguamiento como una función de la precarga, se observa que la precarga tiene una

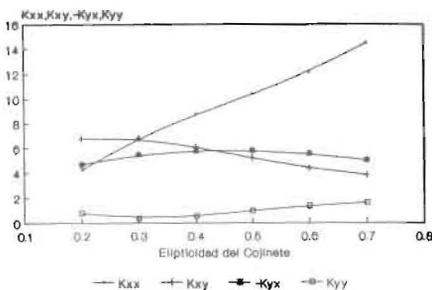


Fig. 2 Influencia de la elipticidad en los coeficientes de rigidez (L/D=0.5)

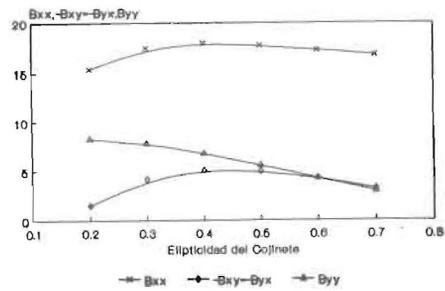


Fig. 4 Influencia de la elipticidad en los coeficientes de amortiguamiento (L/D=0.5)

influencia notoria en \bar{B}_{yy} y en menor grado en \bar{B}_{xy} y \bar{B}_{yx} , en cambio, B_{xx} apenas es afectado ligeramente por δ para relaciones de excentricidad bajas, apreciándose además como \bar{B}_{xy} y \bar{B}_{yx} presentan una conducta creciente (en valor absoluto) para precargas inferiores a 0.4 y decreciente para precargas superiores a ese valor, lo cual indica que hay un máximo (en valor absoluto) relativo alrededor de $\delta=0.4$. Es digno de mencionar la tendencia decreciente de \bar{B}_{yy} para todas las precargas consideradas.

La figura 5 muestra a los coeficientes de amortiguamiento en función de la relación de

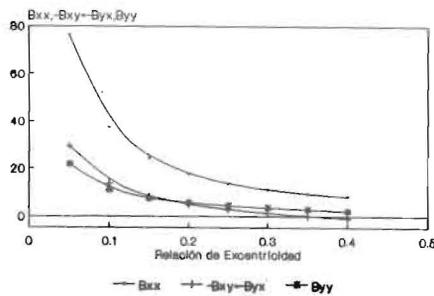


Fig. 5 Variación de los coeficientes de amortiguamiento con la excentricidad ($L/D=0.5$)

excentricidad para $L/D=0.5$, en estas curvas se observa el decrecimiento de los coeficientes a medida que aumenta la excentricidad, haciéndose más evidente para \bar{B}_{xy} y \bar{B}_{yx} (en valor absoluto) a partir de $\epsilon=0.2$ aproximadamente.

La influencia de la precarga sobre algunos parámetros estáticos como lo son el número de Sommerfeld y el ángulo de actitud se puede ver en las figuras 6 y 7. El número de Sommerfeld decrece fuertemente al aumentar ϵ , puesto que este parámetro es inversamente proporcional a la capacidad de carga; asimismo, el ángulo de actitud disminuye, pero de una manera menos drástica. Se observa la fuerte disminución del número de Sommerfeld y un decrecimiento moderado del ángulo de actitud al aumentar la elipticidad o precarga. Sin embargo, a medida que aumenta la excentricidad, el efecto de la precarga sobre S y ϕ se hace más débil. El efecto de δ sobre estos parámetros se esperaba, puesto

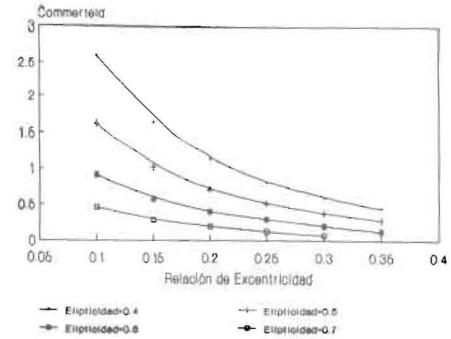


Fig. 6 Influencia de la elipticidad en el número de Sommerfeld ($L/D=0.5$)

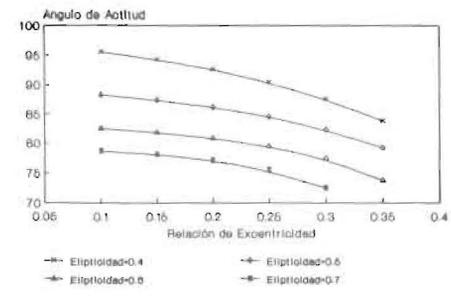


Fig. 7 Influencia de la elipticidad en el ángulo de actitud ($L/D=0.5$)

que mientras mayor sea su valor más convergente se hace la región por donde circula el fluido, y por consiguiente, las presiones generadas son mayores.

Conclusiones

Los resultados obtenidos en este trabajo concuerdan de manera excelente con Lund y Thomsen, tanto para la parte estática como para la dinámica, en todo el rango de relaciones de excentricidad consideradas y para diferentes precargas.

La elipticidad (precarga) tiene una influencia preponderante en el comportamiento estático y dinámico de los cojinetes de dos lóbulos, haciéndose más notoria esta influencia sobre el número de Sommerfeld S y el coeficiente