

PROGRAMAS PARA EL DISEÑO OPTIMO DE REDES GEODESICAS
CLASICAS Y SU ANALISIS ECONOMICO

J. G. Vilchez Villalobos y M. M. Lunar
División de Postgrado
Facultad de Ingeniería
Universidad del Zulia
Maracaibo, Venezuela

RESUMEN

En el presente trabajo se ha desarrollado un sistema de programas para el diseño geométrico óptimo de redes geodésicas clásicas verticales y horizontales (Triangulación, Trilateración, Triangulateración, Híbrido). Se presenta la concepción y estructura del sistema, así como sus características computacionales y sus restricciones.

Haciendo el diseño de varias redes geodésicas utilizando el sistema de programas, surgieron una serie de criterios básicos que deben considerarse, con el fin de hacerlo más rápido y eficiente.

Además, se hace un análisis económico de las alternativas de solución de los ejemplos ilustrativos de diseño tomados en consideración, con el fin de recomendar una solución definitiva.

Finalmente se presentan las conclusiones y recomendaciones obtenidas del presente trabajo.

ABSTRACT

In this work has been developed a programs system for optimal geometric design of classical geodetic networks vertical and horizontal (Trilateration, Triangulation, Triangulateration, Hybrid). The structure and philosophy behind of the system is presented, also its computational characterist and constraints.

Through several test using different networks design we found some basic rules to follow in the optimal geometric design of horizontal and vertical network.

Also we present an economic analysis of several alternative which was considered as optimal solution, according the results given by "ZUGA".

1. INTRODUCCION

El sistema desarrollado, denominado "ZUGA",

tiene como finalidad el diseño geométrico óptimo de redes geodésicas clásicas verticales y horizontales.

El diseño geométrico óptimo de redes geodésicas, conocido también como el Problema de Orden Uno de redes, se refiere al problema de la configuración geométrica de redes, lo cual puede resumirse de la manera siguiente: (1) (2) (3) (4).

Como en el diseño de redes no se conocen los residuales de las observaciones (puesto que no se han realizado), se adopta el factor de varianza $\sigma_o^2 = 1$, por lo que se cumple que la matriz de varianza - covarianza de los parámetros incógnitas C_{xx} es la misma matriz de los cofactores Q_{xx} , esto es:

$$C_{xx} = \sigma_o^2 Q_{xx}, \text{ si } \sigma_o^2 = 1, \Rightarrow C_{xx} = Q_{xx} = (A^T P A)^{-1}$$

El Problema de Orden Uno del diseño óptimo de redes puede plantearse así:

- Se conocen P y C_{xx}
- Se desea la matriz A

donde:

A: es la matriz de diseño

P: es la matriz de los pesos de las observaciones.

Considerando las posibles observaciones con una precisión estimada, el problema comprende un posicionamiento óptimo de los puntos y el diseño de un plan de observación óptimo.

Actualmente no se conoce un método directo analítico que permita resolver este problema, por lo que se usan métodos de solución indirectos o iterativos. (5) (6)

2. CONCEPCION DEL SISTEMA

El sistema "ZUGA" ha sido concebido de manera tal que permita el diseño de redes geodésicas clásicas horizontales y verticales, así como la compensación de dichas redes.

Como un sistema, está integrado por:

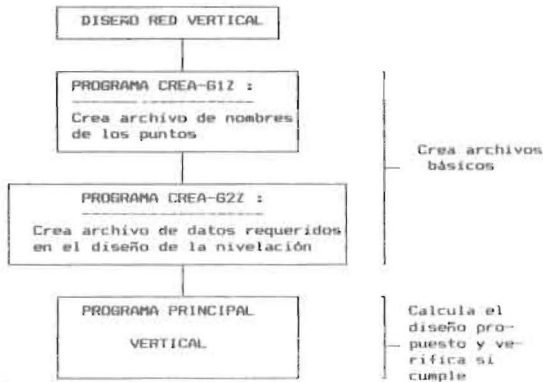
- Archivos básicos.
- Programas para la creación de archivos.
- Programas principales.
- Subrutinas.

Este sistema ha sido programado para microcomputadoras, implementado actualmente para la HP-86, en lenguaje BASIC, y está concebido como programas independientes, a objeto de aprovechar al máximo la capacidad de memoria del microcomputador.

Es importante destacar, que el sistema desarrollado no permite trabajar con diseños o compensaciones de redes libres, ya que la inversión de la matriz de los coeficientes de las ecuaciones normales se realiza en forma clásica y no mediante el uso de la inversa generalizada.

Por otra parte, permite el uso de diferentes tipos de especificaciones de orden de exactitud para el diseño, usándose en el programa las especificaciones de U.S.A. y Canadá.

A continuación se presenta un esquema general del sistema "ZUGA":

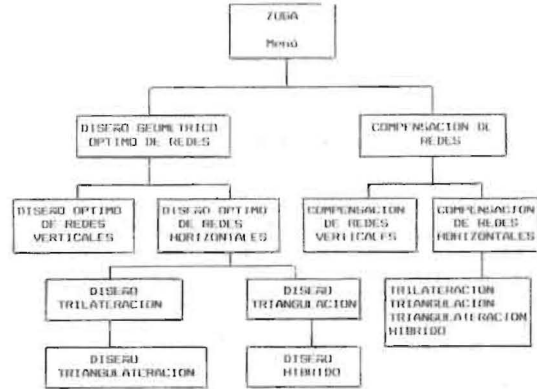


3. ESTRUCTURA DEL SISTEMA

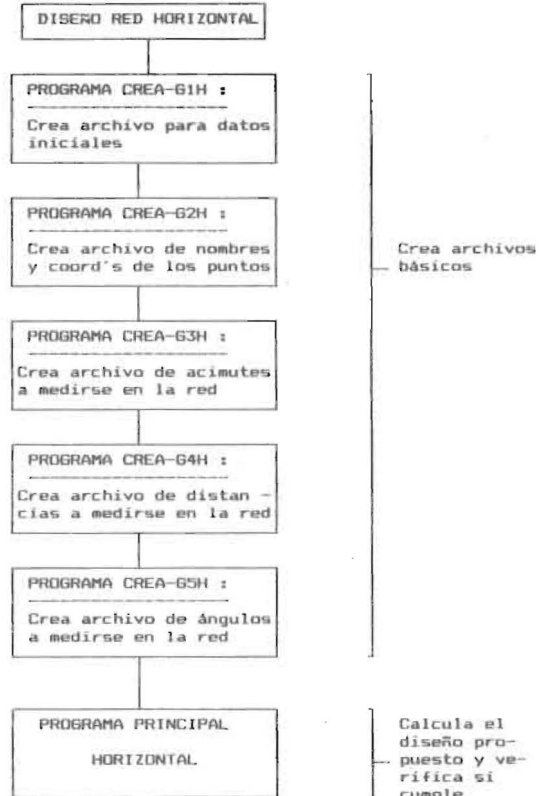
El sistema "ZUGA", como se mencionó anteriormente, fue concebido como programas independientes, cuyas funciones pueden resumirse de la forma siguiente:

- Programa para el diseño vertical.
- Programa para el diseño horizontal.
- Programa para la compensación vertical.
- Programa para la compensación horizontal.

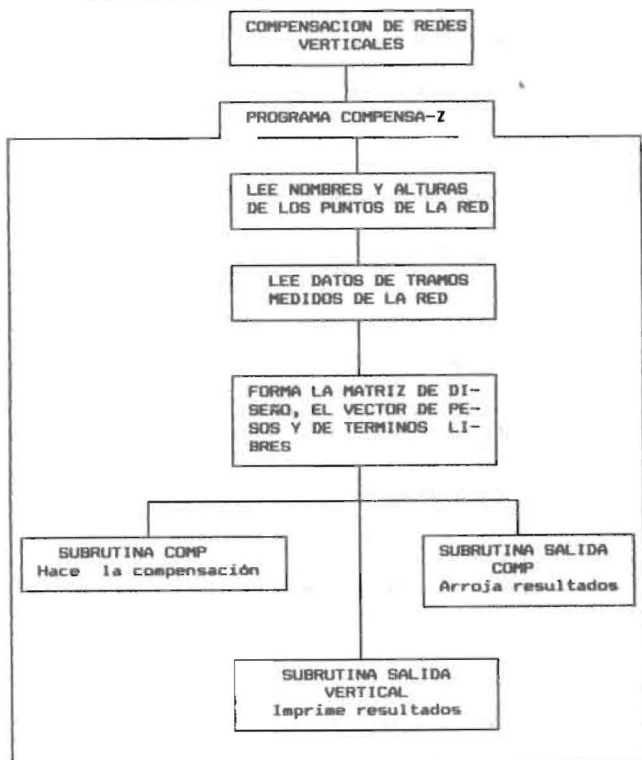
3.1. ESTRUCTURA DEL SISTEMA PARA EL DISEÑO VERTICAL.



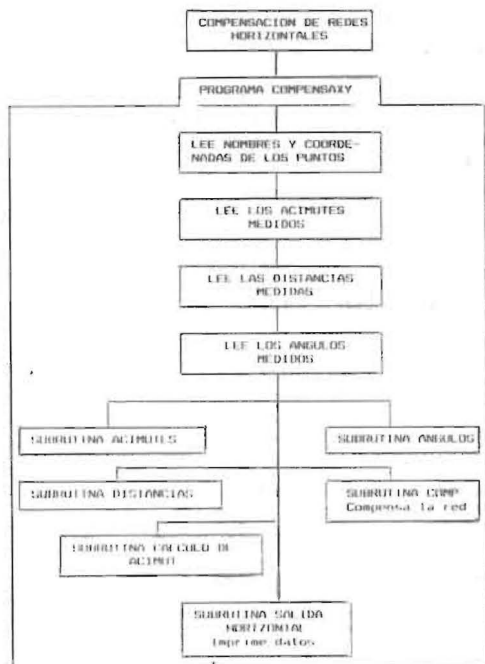
3.2. ESTRUCTURA DEL SISTEMA PARA EL DISEÑO HORIZONTAL.



3.3. ESTRUCTURA DEL SISTEMA PARA LA COMPENSACION DE REDES VERTICALES.



3.4. ESTRUCTURA DEL SISTEMA PARA LA COMPENSACION DE REDES HORIZONTALES.



4. CARACTERISTICAS COMPUTACIONALES

El sistema "ZUGA", tanto en el diseño como en la compensación, presenta las características siguientes:

- Los programas han sido elaborados, tomando en cuenta el ahorro de memoria de la microcomputadora. Por ejemplo, en el cálculo de la matriz de los coeficientes de las ecuaciones normales $N = A^T P A$, sólo se utiliza la matriz A y la matriz P, de tal manera que el almacenamiento de A^T no es considerado en el programa. Además, la matriz P, por ser diagonal, es almacenada en forma de vector, conteniendo solamente los elementos de la diagonal principal.
- Otra característica fundamental del programa es la forma reducida y elegante de invertir la matriz N, lo cual reduce también el uso de memoria del computador.
- Ofrece con mucha facilidad la posibilidad de plantear nuevas alternativas de diseño, ya sea modificando las observaciones a realizarse, o simplemente haciendo cambios en la posición y/o número de puntos de la red o modificando las especificaciones para las observaciones y/o incógnitas.

5. RESTRICCIONES IMPUESTAS AL SISTEMA EN SU PARTE FUNCIONAL

- El sistema no permite el diseño de redes libres, es decir, la matriz de los coeficientes de las ecuaciones normales N no debe ser singular. Esta restricción se podría superar incluyendo una subrutina que realice la inversión de matrices singulares, como por ejemplo, el programa "INVEC", implementado en la Tesis de Grado titulada "La Inversa Generalizada. Su aplicación en la Ingeniería Geodésica". (1985). (7)
- La enumeración de los puntos de la red debe hacerse previamente, comenzando desde 1, en forma consecutiva, correspondiéndole los números mayores a los puntos de apoyo. Además, esta enumeración debe hacerse en dirección perpendicular al eje ficticio de la red, para el caso de redes horizontales.

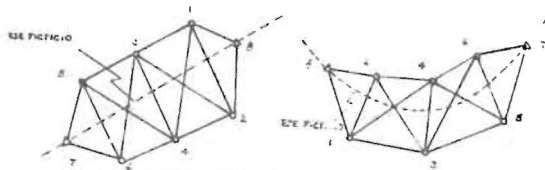


Fig. 1 Enumeración de los puntos para redes horizontales.

horizontales.

- c) El sistema, para el caso de redes horizontales, tanto en el diseño como en la compensación, sólo trabaja con ángulos, distancias y acimutes, pero no permite el uso de direcciones.

6. CRITERIOS BÁSICOS PARA EL DISEÑO DE REDES GEODÉSICAS POR COMPUTADORA

Del diseño de varias redes geodésicas utilizando el sistema "ZUGA", se dedujeron algunos criterios básicos que se deben tomar en cuenta para obtener de manera rápida y eficiente una solución que satisfaga los requerimientos de exactitud exigidos, a saber:

6.1. CRITERIOS PARA REDES HORIZONTALES

- a) En el caso de una red con un punto de apoyo, se debe fijar su orientación con un acimut situado en el punto más alejado del punto de apoyo dado.
- b) Si se desea fijar la escala en una red, debe medirse una distancia, la cual se establecerá en el lado más grande de dicha red.
- Si se requiere, por ejemplo, de más bases, se debe partir desde el punto fijo, tomando las distancias más largas.
- c) En cuanto a los ángulos a medirse, se debe seleccionar siempre el punto fijo como una de las estaciones angulares.
- d) La redundancia relativa $\bar{r} = r/n$, donde :
- r: es la redundancia total = $n-u$
 - n: es el No. total de observaciones
 - u: es el No. total de incógnitas tiene valores entre 0.3 y 0.5 y rara vez es mayor de 0.7.
- e) Cuando se requieran acimutes para mejorar la exactitud de la red, éstos deben colocarse en los extremos de la misma y en las líneas cercanas al baricentro de la figura.

Además de estos criterios, se deben considerar algunas premisas de carácter técnico-económico, con el fin de lograr un diseño óptimo, a saber:

- En una red geodésica es más económico y rápido medir distancias que ángulos y acimutes. La medición de una distancia requiere solamente de dos estaciones y el proceso propio de la medición es más rápido que el angular.

- La medición de ángulos es más económica y rápida que la medición de acimutes. La medición angular sólo exige la visual entre puntos y buenas condiciones ambientales, pero no exige la carencia de nubes, observar al sol o estrellas como se requiere en la observación acimutal.

Sin embargo, dependiendo del problema planteado, la selección de los elementos a medirse en una red queda sujeta a la dirección de las mayores incertidumbres en la posición de los puntos de dicha red. Así, puede resumirse lo siguiente:

- Errores de escala se corrigen con la medición de distancias.
- Errores de orientación se corrigen con la medición de acimutes pero no con ángulos horizontales.

6.2. CRITERIOS PARA REDES VERTICALES

- a) Deben elegirse los tramos de nivelación de menor longitud.
- b) No considerar tramos cruzados.
- c) No tomar tramos repetidos.

Por supuesto, todos estos criterios, tanto de redes verticales como horizontales, están sujetos a las características topográficas del lugar donde se establecerá la red propuesta.

7. EJEMPLO ILUSTRATIVO DE DISEÑO HORIZONTAL

La red considerada en este ejemplo presenta las características siguientes:

- Número total de puntos de la red: 8
- Número total de puntos fijos de la red: 4
- Número total de posibles ángulos a medir: 20
- Número total de posibles distancias a medir: 14
- Las coordenadas de los puntos de la red son:

COORDENADAS APROXIMADAS DE LOS PUNTOS NUEVOS:

Nombre punto	No. punto	Este(m.)	Norte(m.)
1	1	970.00	1550.00
2	2	1610.00	1900.00
3	3	2280.00	1450.00
4	4	1460.00	470.00

COORDENADAS DE LOS PUNTO FIJOS

Nombre punto	No. punto	Este(m.)	Norte(m.)
5	5	1827.43	219.78
6	6	3041.41	1087.16
7	7	1199.57	2689.16
8	8	535.53	2234.05

- Especificaciones para el diseño:

$\sigma_x = \sigma_y = 1 \text{ cm.}$ (Desviación standard para las coordenadas)

$\sigma_d = 1 \text{ cm.}$ (Desviación standard para los ángulos)

$\sigma_{ang} = 1''$ (Desviación standard para los ángulos)

- Configuración geométrica de la red:

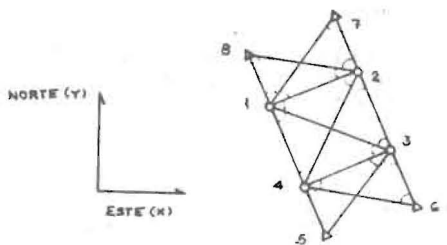


Fig 2 Red geodésica horizontal

Se hizo el diseño de la red considerando:

- a) Todas las observaciones posibles
- b) Un mínimo de observaciones

Los resultados de esta investigación se muestran a continuación:

Alter- nativa	Caso	Lados: a	Angu- los: a	Pto. a	σ_p	σ_x	σ_y	Error máx. pto. (cm.)	Desviac. (cm.)	Desviaciones máximas (cm.)
1	Triangu- laterac.	Todos: (14)	Todos: (20)	1	0.4	0.3	0.3	3	0.4	1 0.3
2	Trilate- ración	Todos: (14)	-	2	1.2	0.8	0.8	1	0.9	3 0.9
3	Triangu- lación	-	Todos: (20)	3	0.5	0.4	0.3	3	0.4	1,2 0.3

Tabla 1 Resumen de resultados considerando todas las observaciones posibles: Triangulación, Triangulación y Trilateración. Todos los casos cumplen con las especificaciones.

Alter- nativa	Caso	Lados: a	Angu- los: a	Pto. a	σ_p	σ_x	σ_y	Error máx. pto. (cm.)	Desviac. (cm.)	Desviaciones máximas (cm.)
4	Triangu- lación	11,10, 13,12, 17,9,8, 14,2,1	-	4	1.1	0.7	0.8	3	1.0	1 10.8
5	Trilate- ración	12,9, 17,11, 19,10, 13,6, 14,15, 11,2	-	2	1.8	1.0	1.0	1	1.1	3 11.0, 10.9
6	Híbrido	12,9,11,2,19, 11,7,120	1	1	0.7	0.6	0.7	2	0.7	1 10.7, 2 10.7

Tabla 2 Resumen de resultados obtenidos con un mínimo de

Como puede verse, la solución de diseño es el caso híbrido, por contener el menor número de ángulos a medir.

Con el programa "RUTCRI" se hizo el cálculo de los costos y tiempos de los casos propuestos, resultando lo siguiente:

Alternativa No.	Características	Tiempo (días)	Costo total (Bs.)	Costo unita- rio Bs/punto
1	Triangu- lateración	20 ángulos 14 distancias	27 158125.00	39531.25
2	Trilate- ración	14 distancias	21 107525.00	26881.25
3	Triangu- lación	20 ángulos	27 132825.00	32206.25
4	Triangu- lación	12 ángulos	23 112585.00	28146.25
6	Híbrido	12 distancias 4 ángulos	20 111320.00	27830.00

Tabla 3 Resumen de resultados de tiempo, costo (totales) y costo unitario del diseño horizontal.

Con los resultados mostrados en la tabla 3 se hizo el análisis económico aplicando el criterio del índice de eficiencia que vincula tiempo y costo, esto es:

Si $E_{A/B} = \frac{C_B T_B}{C_A T_A} > 1 \Rightarrow A$ es más eficiente que B

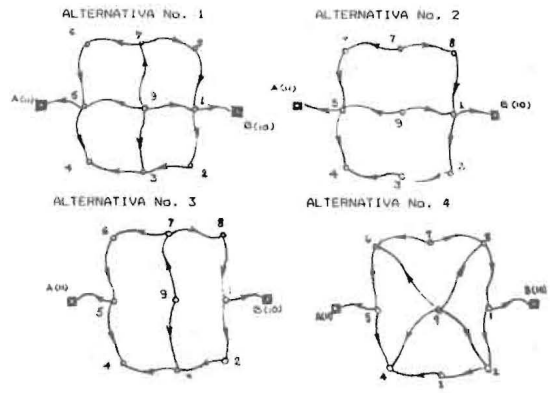
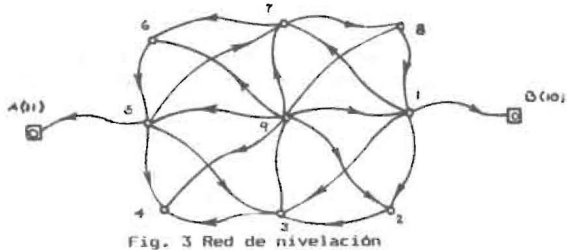
siendo $C_B, T_B, C_A,$ y T_A los costos y tiempos de los proyectos B y A, respectivamente.

De este análisis se deduce recomendar la alternativa No. 2 como solución.

8. EJEMPLO ILUSTRATIVO DE DISEÑO VERTICAL

La red de nivelación tomada como ejemplo de diseño presenta las características siguientes:

- Número total de puntos de la red: 11
- Número total de puntos fijos: 2 (A y B)
- Número total de posibles desniveles a medir: 22
- Exactitud requerida para las alturas de los puntos nuevos (1,2,3,4,5,6,7,8,9): $\tau_{hi} \leq 2$ mm.
- Especificación para los desniveles a medir: altísima precisión, esto es $\sigma_{\delta hi} \leq \sqrt{L_i}$ (km), siendo δhi la exactitud para un desnivel hi a medir y L_i la longitud del tramo correspondiente al desnivel Δh_i .
- La configuración geométrica de la red de nivelación se muestra a continuación:



Los resultados de las cuatro alternativas de diseño se presentan en la tabla siguiente:

Alternativa	Puntos a medir	Error máx. (pto. (mm.))	Longitud total de tramos (Km.)	Número de tramos a medir	Comentarios: (SC:si cumple)
1	4	1.7	34	14	SC
2	3	1.9	29.3	12	SC
3	9	1.8	27.4	12	SC
4	3	1.8	36.3	14	SC

Tabla 4 Resumen de resultados del diseño de la red de nivelación.

La solución para el diseño de la red vertical, según la tabla No. 4, es la alternativa No. 3, ya que presenta una longitud total de los tramos de 27.4 Km., la cual es la menor entre todas la alternativas propuestas.

Con el programa "RUTCRI" se determinó el tiempo y costo de cada alternativa de solución, resultando lo siguiente:

Las longitudes de los tramos son:

Tramo	Distancia L (Km.)	Tramo	Distancia L (Km.)
1 - B	1.7	9 - 3	2.5
1 - 2	2.5	9 - 4	3.7
2 - 3	2.8	9 - 5	3.0
3 - 4	2.1	9 - 6	3.1
5 - 4	3.5	9 - 7	2.2
4 - 5	2.2	9 - 8	2.9
7 - 6	2.0	7 - 1	4.5
7 - 8	2.6	1 - 3	4.0
8 - 1	1.8	5 - 7	3.5
9 - 1	3.6	5 - 3	4.2
9 - 2	3.9	5 - 11	1.5

Se consideraron 4 alternativas, cuyas configuraciones geométricas se muestran a continuación:

Alternativa No.	Tramos a medir	Tiempo (Días)	Costo total (Bs.)	Costo unitario (Bs./punto)	Longitud total (Km.)
1	14	30	166980	18553.33	34
2	12	29	160655	17850.56	29.3
3	12	28	154330	17147.78	27.4
4	14	31	173305	17147.78	36.3

Tabla 5 Resumen de resultados de tiempo, costo (totales) y costo unitario de las alternativas del diseño vertical.

Aplicando el criterio del índice de eficiencia para el análisis económico, se recomienda la alternativa No. 3 como solución para el establecimiento de la red vertical.

9. CONCLUSIONES

- 1) El sistema "ZUGA" es el único que se ha desarrollado en La Universidad del Zulia y en el país para el diseño geométrico óptimo de redes geodésicas clásicas.
- 2) Este sistema ha sido implementado en microcomputadora usando un lenguaje de programación sencillo, en el cual se han optimizado algunos algoritmos para el aprovechamiento máximo de la memoria del microcomputador.
- 3) El sistema no requiere de subrutina alguna para minimizar el ancho de banda de las matrices dispersas, ya que esto se logra enumerando los puntos de la red, tal como se indicó en el presente trabajo.
- 4) Se establecen criterios básicos para el diseño óptimo de redes clásicas que permiten una mayor eficiencia del sistema "ZUGA".
- 5) El sistema desarrollado no permite trabajar con direcciones, ni con redes libres ni con medianas y grandes redes. Esto último es sin considerar el uso del módulo de expansión de memoria del microcomputador.

10. RECOMENDACIONES

- 1) El sistema desarrollado está implementado en una microcomputadora HP-36. Este sistema debería implementarse en otros equipos (micro) con mayor capacidad de memoria y rapidez en cálculo, logrando con esto la posibilidad de diseñar redes con un alto número de puntos y/o observaciones de campo a medirse.
- 2) Se recomienda mejorar el sistema para que trabaje con diseños que presenten observaciones de direcciones horizontales, ya que actualmente sólo permite diseñar redes que involucran ángulos horizontales, acímutes y distancias.

11. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- 1) LUNAR, MANUEL MARCELINO: Apuntes de clase del curso de Postgrado: "Análisis y Administración de Proyectos Geodésicos". Universidad del Zulia, Maracaibo, 1986.
- 2) RINNER, KARL: "Optimization of Design and Computation of Control Networks". The Importance of Geodetic Nets for Science, Economy and Engineering. Edited by E. Halmos and J. Somogyi. Sopron, Hungary, 1979.
- 3) SARKOZY, F. and MARKUS, B.: "Optimization of horizontal Control points". Optimization of Design and Computation of Control Networks. Edited by E. Halmos and J. Somogyi. Sopron, Hungary, 1979.
- 4) SCHMITT, KARLSRUHE: "Optimal Design of Geodetic Networks". International Symposium on Geodetic Networks and Computations of the International Association of Geodesy. Munich, 1981.
- 5) CHRZANOWSKI ADAM. Design and Error Analysis of Surveying Projects. Selected papers and lecture notes. Department of Surveying Engineering University of New Brunswick. Fredericton N.B. Lecture Notes No. 47, Canadá, 1977.
- 6) NICKERSON, B.G.: Interactive networks Design. Department of Surveying Engineering. University of New Brunswick. Fredericton. N.B. Technical Report No. 60. Canadá, 1979.
- 7) CASTILLO, LUIS; MARIN, FRANCISCO. La Inversa Generalizada. Su Aplicación en la Ingeniería Geodésica. Tesis de Grado para optar al título de Ingeniero Geodesta. Universidad del Zulia. Maracaibo. Venezuela, 1985.

Recibido el 28 de Septiembre de 1988