

Jean-Marc Molines
Marianela Fornerino
Departamento de Hidráulica
Escuela de Ingeniería Civil
Facultad de Ingeniería
Universidad del Zulia
Maracaibo, Venezuela

PREDICCIÓN DE MAREAS EN EL LAGO DE MARACAIBO

V Jornadas Nacionales de Ingeniería Hidráulica

ABSTRACT

The tidal phenomenon, which produces a very important movement of ocean water masses, occurs for every coast of the world and specially for the Venezuelan coasts.

The harmonic method, which derives from the tidal spectral theory, has been used to analyze tide gauge records for the Lake Maracaibo area.

Computed tidal components for the analyzed tide gauge are presented in the paper. The application to tidal prediction is also presented, with a set of comparison examples between the prediction and in-situ data.

RESUMEN

El fenómeno de mareas, el cual causa un movimiento muy importante de las masas de agua de océanos y mareas, está presente en cualquier costa del mundo y, en especial, en las costas venezolanas.

En base a la teoría espectral de la marea, se utilizó el método armónico para analizar registros de niveles en los mareógrafos existentes en la zona del Lago de Maracaibo.

En este trabajo se presentan los resultados concernientes a los parámetros armónicos de los lugares donde se poseen registros de campo, así como también los resultados de la aplicación más inminente: la predicción de mareas. Se presenta también un ejemplo de comparación entre dichas predicciones y los registros de campo.

I) GENERALIDADES

1) TEORÍA DE LA MAREA

La marea es un movimiento oscilatorio del nivel del mar debido a los efectos de atracción de la Luna y el Sol sobre las partículas líquidas de los océanos. El cálculo de la fuerza generadora se basa

en la siguiente hipótesis: las masas se atraen proporcionalmente a sus productos e inversamente proporcional al cuadrado de sus distancias. En el movimiento relativo de la Tierra con respecto al astro, se puede considerar como si la masa de la Tierra estuviera concentrada en su centro. Pero, al considerar una partícula aislada situada en la superficie de la Tierra, la atracción que el astro ejerce sobre ella, difiere un poco, en módulo y dirección, de la atracción que sobre ella ejercería si se encontrara en el centro de la Tierra. Se demuestra, (MOLINES, 1985) que la fuerza generadora de las mareas es la diferencia entre estas dos atracciones y provoca un desplazamiento de la partícula con respecto al centro de la Tierra, y en consecuencia, con respecto a cualquier parte sólida ligada al centro. La fuerza generadora de la marea, siempre muy pequeña en relación con la fuerza de gravedad, es inversamente proporcional al cubo de la distancia de la Tierra al astro. Sólo el Sol, cuya masa es considerable y la Luna, cuya distancia es "pequeña", tienen una influencia apreciable sobre la marea. La componente vertical de la fuerza generadora, la cual se adiciona algebraicamente a la gravedad, es despreciable con respecto a esta última, pero su componente horizontal no puede despreciarse puesto que es la única fuerza existente en el plano horizontal.

La regla de PROCTOR (figura 1) permite construir, en cualquier punto M del globo, el vector de la fuerza generadora \vec{f} debido al astro A: si H es la proyección ortogonal de M sobre la recta TA que une el centro T de la Tierra con respecto al astro, el punto F se define por la relación algebraica $\vec{TF} = 3\vec{TH}$, y el vector representativo de \vec{f} va en la dirección de la recta MF, pero su módulo es proporcional a MF. De esta construcción resulta que el campo de la fuerza generadora presenta una simetría con respecto a la recta TA, y otra con respecto al plano diametral de la Tierra, perpendicular a TA.

El movimiento diurno de la rotación de la Tierra alrededor del eje de los polos hace desfilar, en el campo de las fuerzas generadoras, a las moléculas de agua oceánicas. Si el "astro perturbador" se sitúa en el plano del ecuador, el astro vuelve a la misma posición relativa al cabo de un "día del astro" durante el cual la fuerza generadora, en un punto de la Tierra, pasa dos veces por el mismo valor. De esta forma, para la Luna, el día del astro vale 24 horas 50 minutos y la fuerza generadora tiene un período de 12 horas 25 minutos. En reali-

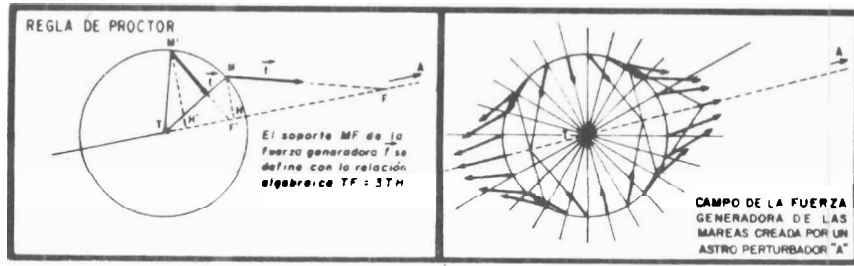


Figura 1

dad la distancia del astro a la Tierra varía periódicamente y resultan variaciones de la amplitud de la marea.

Estos fenómenos conciernen tanto al Sol como a la Luna, pero el efecto de esta última es 2 ó 3 veces más fuerte que el del Sol. La fuerza generadora de la marea posee, entonces, un carácter eminentemente periódico. DOODSON (1928) ha calculado alrededor de 400 pulsaciones características de la marea y su respectiva amplitud. Es importante notar que estas pulsaciones son conocidas con una precisión asombrosa. A cada pulsación se le asocia una "onda" de marea identificada por su nombre. En zonas marinas tales como las aguas litorales de Venezuela solamente unas 10 ó 15 pulsaciones son significativas, en particular :

Semi-diurnas

- M2 : Onda lunar promedio (12 horas 25 minutos)
- N2 : Onda elíptica mayor lunar (12 horas 39 minutos)
- S2 : Onda solar promedio (12 horas 0 minutos)

Diurnas

- K1 : Onda luni-solar declinacional (23 horas 56 minutos)
- O1 : Onda lunar principal (23 horas 49 minutos)
- P1 : Onda solar principal (24 horas 03 minutos)

La respuesta de los océanos a la fuerza generadora de marea se traduce por unas oscilaciones de sus niveles, con los períodos característicos que aparecen en la fuerza generadora. Esta oscilación del nivel se traduce en ondas que se propagan a través de los océanos, según las leyes de la hidrodinámica. Para aclarar el término "onda", hay que decir que estas ondas de mareas son de muy larga longitud ($\lambda \approx 1000$ Km) y de amplitud pequeña ($A = 0.5$ metros en los océanos), y de ninguna manera se pueden comparar al oleaje debido al viento.

2) PROPAGACION DE LA MAREA EN AGUAS SOMERAS, FENOMENOS NO-LINEALES

Las ecuaciones de la hidrodinámica (Navier-Stokes) aplicadas al problema de la marea se escriben así :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -2fv - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{1}{c^2} \frac{u \sqrt{u^2 + v^2}}{H} \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = 2fu - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{1}{c^2} \frac{v \sqrt{u^2 + v^2}}{H}$$

A estas ecuaciones conviene agregar la ecuación de continuidad :

$$\nabla \cdot [(h+\epsilon) \vec{v}] + \frac{\partial \epsilon}{\partial t} = 0 \quad (2)$$

en las cuales se reconocen :

- f = parámetro de Coriolis = $2\omega \sin \gamma$
- γ = latitud del lugar
- ω = rotación de la Tierra
- c = coeficiente de Chezy para el término de fricción.
- ϵ = nivel instantáneo con respecto a profundidad media h.
- $h+\epsilon$ = profundidad total.

Las ecuaciones (1) son no-lineales, debido a :

- Los términos de convección ($u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y}$)
- Los términos de fricción $\frac{1}{c^2} \frac{u \sqrt{u^2 + v^2}}{H}$

Los términos no-lineales son muy importantes en casos de aguas someras. Sin entrar en los detalles, es claro que si las soluciones de estas ecuaciones contienen funciones periódicas (con pulsaciones de base), los términos no-lineales introducen funciones periódicas que tendrán pulsaciones iguales a las combinaciones lineales de las pulsaciones de base principales.

En conclusión, todas las numerosas frecuencias de la fuerza generadora, se combinan entre ellas por efectos no-lineales, cuando estos son importantes, sobre todo en el caso de los mares litorales, poco profundos. Así la fuerza generadora de la marea, teóricamente, tiene frecuencias de origen puramente astronómico (las de la fuerza generadora) y frecuencias de origen no-lineal (debido a la convección y a la fricción).

Puede ocurrir que las frecuencias generadas, tanto por los efectos astronómicos como por los efectos no-lineales, sean muy vecinas. En estos casos, la separación de cada onda sólo se puede hacer con registros muy largos, de duración superior o igual al período de latido (beat period) entre las dos ondas. Siendo ν_i y ν_j las dos frecuencias vecinas, el período de latido T se calcula con

$$T = \frac{1}{|\nu_i - \nu_j|}$$

Algunas ondas del espectro de la marea poseen un período de latido que alcanza 8 años, 18 1/3 años, etc... Estas ondas se superponen en una sola, la cual se pondera con un coeficiente (tabulado para cada grupo de ondas) que cambia poco a poco cada año (SHUREMAN, 1958). La utilización de este coeficiente, llamado coeficiente de corrección nodal, permite reducir sensiblemente el número de componentes a tomar en cuenta, dando así mucha comodidad a la representación armónica de la marea.

3) REPRESENTACION ARMONICA DE UNA SEÑAL DE MAREA

Según lo que precede se puede representar una señal de marea de una forma aproximada utilizando una sumatoria de varias funciones sinusoidales:

$$S_{ap}(x,y,t) = S_0(x,y) + \sum_{i=1}^N A_i f_i \cos(\omega_i t + (V_0 + u)_i - G_i) \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^N A_i f_i \cos(\omega_i t + (V_0 + u)_i - G_i)$$

donde

- S_0 = señal promedio en el punto x,y .
- N = número de ondas significativas.
- A_i = amplitud de la onda i .
- f_i = coeficiente de corrección nodal de la onda i .
- ω_i = pulsación de la onda i .
- t^i = tiempo.
- $(V_0 + u)_i$ = coeficiente de corrección nodal en fase de la onda i .
- G_i = fase de la onda i .

En la fórmula (3), los datos locales son: $S_0(x,y)$, $A_i(x,y)$ y $G_i(x,y)$. Los demás parámetros están tabulados en obras tales como SHUREMAN(1958). El objetivo del análisis armónico de los registros de marea es determinar S_0 y los pares (A_i, G_i) para cada onda significativa del espectro en un punto P , donde se tiene el registro.

II) ANALISIS ARMONICO DE REGISTROS DE DATOS

1) ALGORITMO DE CALCULO

La ecuación (3) da una forma aproximada de las señales de marea utilizando N ondas. La idea es determinar los valores de las amplitudes A_i y fases G_i de un número de ondas N significativo de tal manera que dichos parámetros permitan representar la variación de nivel debida a la marea.

Para esto se aplica el método de los mínimos cuadrados. En forma general, se puede escribir:

$$S(t) = S_{ap}(t) + \epsilon(t) \quad (4)$$

donde ϵ representa el error entre la señal original S (datos de campo) y la señal aproximada S_{ap} . Si se tienen los datos S de una forma discreta, con un paso de tiempo Δt , la ecuación (3) se transforma en:

$$S(k \Delta t) = S_{ap}(k \Delta t) + \epsilon(k \Delta t)$$

Aplicar el método de los mínimos cuadrados equivale a calcular los A_i y G_i que tiendan a minimizar el error cuadrático promedio E :

$$E = \frac{1}{2m+1} \sum_{k=-m}^m \epsilon^2(k \Delta t)$$

Así

$$\frac{\partial E}{\partial a_j} = 0 \quad \frac{\partial E}{\partial b_j} = 0 \quad j \in [0, N] \Leftrightarrow \begin{cases} \sum_{k=-m}^m \epsilon(k \Delta t) \frac{\partial \epsilon}{\partial a_j} = 0 \\ \sum_{k=-m}^m \epsilon(k \Delta t) \frac{\partial \epsilon}{\partial b_j} = 0 \end{cases}$$

De acuerdo a la expresión de ϵ ,

$$\epsilon(k \Delta t) = S(k \Delta t) - S_{ap}(k \Delta t)$$

$$\varepsilon(k\Delta t) = S(k\Delta t) - \left[a_0 + \sum_{i=1}^N a_i \cos(2\pi v_i k\Delta t) + b_i \sin(2\pi v_i k\Delta t) \right]$$

El sistema (5) conduce a :

para a_j :

$$\sum_{k=-m}^m \left[a_0 + \sum_{i=1}^N [a_i \cos(2\pi v_i k\Delta t) + b_i \sin(2\pi v_i k\Delta t)] \right] \cos(2\pi v_j k\Delta t) =$$

$$\sum_{k=-m}^m S(k\Delta t) \cos(2\pi v_j k\Delta t)$$

para b_j :

$$\sum_{k=-m}^m \left[a_0 + \sum_{i=1}^N [a_i \cos(2\pi v_i k\Delta t) + b_i \sin(2\pi v_i k\Delta t)] \right] \sin(2\pi v_j k\Delta t) =$$

$$\sum_{k=-m}^m S(k\Delta t) \sin(2\pi v_j k\Delta t)$$

$j \in [0, N]$ con la convención de $v_0=0$, que puede escribirse :

$$a_0 I_0(v_j) + \sum_{i=1}^N a_i I_i(v_j) =$$

$$\left[\sum_{k=-m}^m S(k\Delta t) \cos(2\pi v_j k\Delta t) \right] = F_j$$

$$\sum_{i=1}^N b_i I'_i(v_j) = \left[\sum_{k=-m}^m S(k\Delta t) \sin(2\pi v_j k\Delta t) \right] = F'_j$$

con

$$I_0(v_j) = \frac{\text{sen}(2m+1)\pi v_j \Delta t}{\text{sen} \pi v_j \Delta t}$$

$$I_i(v_j) = \frac{\text{sen}(2m+1)\pi(v_j - v_i)\Delta t}{\text{sen} \pi (v_j - v_i)\Delta t}$$

$$+ \frac{\text{sen}(2m+1)\pi(v_i + v_j)\Delta t}{\text{sen} \pi (v_i + v_j)\Delta t}$$

$$I'_i(v_j) = \frac{\text{sen}(2m+1)\pi(v_j - v_i)\Delta t}{\text{sen} \pi (v_j - v_i)\Delta t}$$

$$- \frac{\text{sen}(2m+1)\pi(v_j + v_i)\Delta t}{\text{sen} \pi (v_j + v_i)\Delta t}$$

o sea, en forma matricial :

$$\begin{bmatrix} I_{i,j} & 0 \\ \hline 0 & I'_{i,j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_N \\ b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_0 \\ F_1 \\ \vdots \\ F_N \\ F'_1 \\ F'_2 \\ \vdots \\ F'_N \end{bmatrix} \quad (6)$$

Los segundos miembros del sistema lineal (6) en a_i y b_i son en realidad las transformadas de Fourier de la señal original para las frecuencias v_i que se suponen a priori que existen en el espectro.

Es de resaltar el problema de los registros de corta duración debido a que poseen ondas de frecuencias vecinas. LE PROVOST y BERTHERAT (1980) resuelven este problema utilizando las siguientes hipótesis, comprobadas con los datos de campo :

Dos ondas de frecuencias vecinas, tienen localmente el mismo comportamiento hidrodinámico y se pueden entonces deducir mutuamente mediante una regla de proporción de la amplitud y de diferencias de las fases.

Esto significa que, por ejemplo, si se conocen

S2 y K2 (amplitud y fase) en un lugar (1), en un lugar (2) próximo (10 ó 50 km) se tendrán las relaciones siguientes :

$$\left(\frac{Ak_2}{S_{s_2 1}}\right) = \left(\frac{Ak_2}{S_{s_2 2}}\right) = K_{sp}$$

$$(G_{k_2} - G_{s_2})_1 = (G_{k_2} - G_{s_2})_2 = \Delta G_{sp}$$

utilizando las notaciones de la ecuación (3).

Este ejemplo se puede ampliar a cualquier otro par de ondas de frecuencias vecinas. Por convención se llama onda principal del par, la que tiene la mayor amplitud, siendo la otra la onda secundaria.

Para determinar los coeficientes K_{sp} , G_{sp} es indispensable tener los valores A_s y A_p como también G_s y G_p en un lugar vecino. Sólo se puede tener esta información si se dispone de registros suficientemente largos en este lugar vecino. En el sistema lineal (6), la introducción de ondas principales con sus respectivas secundarias permite expresar (a_s , b_s) en función de (a_p , b_p) y así se reduce en 2 el orden del sistema, en el cual quedarán sólo ondas de frecuencias suficientemente alejadas con respecto a la longitud del registro, de tal manera que tendrá una solución precisa.

2) PROGRAMACION DEL METODO

El método fue programado en una microcomputadora HP 86A y comprende 4 módulos :

i) MODULO DE PREPARACION

Este módulo es el único que requiere un operador. Se introducen por pantalla varias informaciones como :

- Característica del archivo de datos :
 - nombre
 - número de puntos
 - paso de tiempo
 - fecha de inicio del registro
- Característica de las ondas a analizar
 - nombre de las ondas principales
 - nombre de las ondas secundarias
 - coeficientes K_{sp} y ΔG_{sp} para cada par (secundaria-principal)

Las demás informaciones, tales como las frecuencias de las diferentes ondas, los coeficientes de corrección nodal (hasta el año 2000), permanecen en un archivo del disco. Al salir de este módulo el programa no necesita interacción del operador.

ii) MODULO DE CALCULO DE LOS I_{ij} e I'_{ij}

Este módulo calcula todos los coeficientes I_{ij} e I'_{ij} incluyendo los referidos a las ondas secundarias. Obsérvese que estos coeficientes dependen solamente de la duración total del registro, del paso de tiempo y de las pulsaciones de las ondas. En el caso en que se desee analizar dos o más registros con iguales características, basta con utilizar una sola vez este módulo.

iii) MODULO DE CALCULO DE LOS F_j , F'_j

Este módulo es el único que necesita los datos a analizar, pues se calculan las expresiones del segundo miembro del sistema (6)

iv) MODULO DE RESOLUCION DEL SISTEMA (6)

En una primera parte se forma la matriz I , incluyendo las ondas secundarias. Luego, se resuelve el sistema utilizando el método clásico de Gauss-Seidel. Al finalizar este proceso, para cada onda, se determinan los valores de A_i y G_i (ver ecuación (3)). Estos resultados se guardan en un archivo del disco, junto con la información necesaria para la identificación precisa de los datos analizados. Este archivo servirá de base para la predicción de marea en el lugar para el cual se analizó el registro.

3) EJEMPLOS

A continuación se proporcionan los resultados en los mareógrafos analizados (ver mapa No. 1). Es de hacer notar que se ha sometido cada registro de nivel a un análisis espectral (tipo F.F.T.) previo, para determinar las ondas de interés.

III) PREDICCION DE MAREA

La predicción de marea se basa directamente en la ecuación (3). La exactitud de la predicción depende esencialmente del número N de ondas que se utilicen y de la precisión con la cual se conozca el nivel promedio S_0 . El número N se escoge tomando todas las ondas que tienen localmente una amplitud superior a un cierto mínimo (por ejemplo, 1 cm ó 0.7 cm). El nivel promedio amerita unas reflexiones particulares. Por definición, se tiene

$$S_0 = \frac{1}{T} \int_0^T S(t) dt \quad \text{cuando } T \rightarrow \infty$$

Pero, evidentemente, no se dispone de un período infinito de registros. Entonces el valor que se usa es una aproximación calculada para la máxima



MAREOGRAFO	POSICION
MALECON	11 00'16" N ; 71 35'06" O ;
Pta DIABLO	10 57'48" N ; 71 36'07" O ;
TABLAZO	10 53'13" N ; 71 36'40" O ;
TABLAZO ESTE IV	10 50' 00" N ; 71 33' 54" O ;
TABLAZO ESTE II	10 57'05" N ; 71 29'18" O ;
CANONERA	10 56'01" N ; 71 31'27" O ;
Pta PALMA	10 48'05" N ; 71 37'32" O ;
RIO LIMON	11 00'21" N ; 71 46'55" O ;
MARACAIBO	10 40'40" N ; 71 31'15" O ;
ENSENADA T-1	10 29'47" N ; 71 31'31" O ;

Mapa #1

Ubicación geográfica de los mareógrafos analizados.

MALECON		
ONDA	(cm)	(grados)
M2	40.7	272.7
N2	14.9	235.8
K1	13.2	245.1
D1	8.4	235.8
S2	5.2	194.5
S1	4.3	202.5
P1	4.1	245.1
2N2	3.4	197.9
MU2	2.8	242.0
L2	2.2	347.7
DP2	1.7	258.7
Q1	1.5	229.6
MN4	1.4	315.7
MKS2	1.3	75.2
MSK2	1.3	333.2
MU2	1.2	203.8
K2	1.2	219.8
M4	1.2	348.6
J1	1.1	244.7

PUNTA DIABLO		
ONDA	(cm)	(grados)
M2	38.6	279.9
N2	13.8	245.0
K1	11.7	236.0
D1	7.1	235.0
S2	6.0	212.0
S1	3.9	192.9
P1	3.6	236.0
L2	3.1	344.9
2N2	2.9	201.5
MU2	2.6	251.1
M4	1.9	336.7
MN4	1.6	280.6
K2	1.4	237.3
Q1	1.2	198.4
E2	1.1	230.0
MU2	1.0	207.5
J1	1.0	277.9
MS4	.9	271.3
LA2	.8	337.6

TABLAZO		
ONDA	(cm)	(grados)
M2	27.8	289.6
N2	10.0	253.3
K1	5.0	238.3
S2	4.7	207.7
D1	3.4	244.1
L2	2.9	344.9
MU2	1.9	259.5
2N2	1.9	202.2
S1	1.7	195.2
P1	1.5	238.3
2MK3	1.4	192.8
MK3	1.3	198.3
K2	1.1	233.1
Q1	1.0	261.9

TABLAZO ESTE IV

ONDA	(cm)	(grados)
MC	31.5	295.4
KC	11.1	265.3
K1	6.9	265.1
S2	5.7	229.7
O1	4.3	241.3
L2	3.7	351.2
S1	2.3	222.0
P1	2.1	265.1
NU2	2.1	271.4
2W2	2.0	201.4
M3	1.4	203.2
K2	1.3	255.1
M4	1.0	212.5
LA2	1.0	343.9
MN4	1.0	139.7
2MK3	.9	163.9

TABLAZO ESTE II

ONDA	(cm)	(grados)
M2	32.2	297.7
N2	12.6	269.9
K1	9.8	241.2
S2	5.2	219.2
O1	3.8	261.7
L2	3.8	339.5
S1	3.2	198.1
P1	2.9	241.2
NU2	2.4	276.0
MSN2	2.0	22.9
2W2	1.8	166.4
E2	1.4	50.1
M4	1.3	175.0
K2	1.2	244.6
MN4	1.2	157.3
MK3	1.2	156.8
LA2	1.0	332.2
2MK3	1.0	148.4
Q1	.9	277.8

CANONERA

ONDA	(cm)	(grados)
M2	37.7	288.2
N2	13.8	248.9
K1	10.3	249.3
O1	6.1	235.4
S2	4.2	198.2
S1	3.4	206.2
P1	3.1	249.3
L2	3.0	22.7
NU2	2.6	255.1
2W2	2.2	243.2
MK3	1.3	340.4
MSN2	1.0	.7
K2	1.0	223.6
E2	.9	251.4
LA2	.8	15.4

PUNTA DE PALMA

ONDA	(cm)	(grados)
N2	25.0	287.6
N2	8.3	253.3
S2	4.4	209.2
K1	4.1	228.9
O1	2.3	227.4
L2	1.9	3.1
S1	1.7	134.1
MK3	1.7	208.9
NU2	1.5	276.9
2W2	1.4	213.8
M4	1.3	270.6
2MK3	1.3	185.9
K2	1.2	277.7
P1	1.0	233.0
MSK2	.9	38.0
MN4	.9	198.6
MKS2	.9	148.2

RIO LIMON

ONDA	(cm)	(grados)
N2	26.5	296.2
N2	8.9	264.6
K1	4.8	241.1
S2	4.0	217.0
O1	2.9	233.5
L2	2.6	353.2
NU2	1.7	314.1
P1	1.4	248.8
2W2	1.4	240.1
K2	1.2	287.1
S1	1.2	173.8
OP2	1.1	310.5
MKS2	1.1	157.9
MSK2	1.0	50.2
LA2	1.0	209.9
2MK3	.9	179.9
MK3	.9	213.6
MSN2	.8	68.7

MARACAIBO

ONDA	(cm)	(grados)
N2	16.2	292.6
N2	5.3	259.4
K1	3.8	269.0
S2	2.9	220.3
L2	1.7	358.2
O1	1.6	223.8
M4	1.4	247.4
S1	1.2	225.9
MN4	1.2	176.8
P1	1.2	269.0
NU2	1.0	265.5
2W2	.8	204.7

ENSENADA T1

ONDA	(cm)	(grados)
M2	5.4	290.7
K1	2.3	300.4
N2	1.9	251.4
S2	1.2	200.6
L2	.9	7.2

Componentes armónicas correspondientes a los mareógrafos analizados. Se han tabulado solo aquellas ondas cuya amplitud es superior a 8mm.

duración del registro. En este caso, existen algunos mareógrafos que poseen más de 40 años de registro (PAZ-CASTILLO, 1972), pero otros con escasos meses solamente. Para éstos el nivel promedio calculado en un período de tiempo breve está influenciado por ondas de mareas de largos períodos (1 mes, 6 meses, 1 año, 8 años ...). Esta dificultad no tiene realmente solución, pero también es cierto que las ondas de largos períodos son en general de amplitud muy pequeña (del orden de 4 a 5 cm en nuestro caso). Lo importante es conocer esta dificultad para poder tomarla en cuenta en las interpretaciones.

Un programa de predicción de marea ha sido elaborado en la microcomputadora HP86A. Se trata de un programa de uso fácil dirigido a personas no especializadas. La parte de predicción propiamente dicha, consta de dos etapas :

i) Una etapa de preguntas sobre informaciones, las cuales se introducen por la pantalla :

- El nombre del lugar de predicción.
- El t de predicción.
- La fecha inicial de predicción.
- El número de días de predicción.

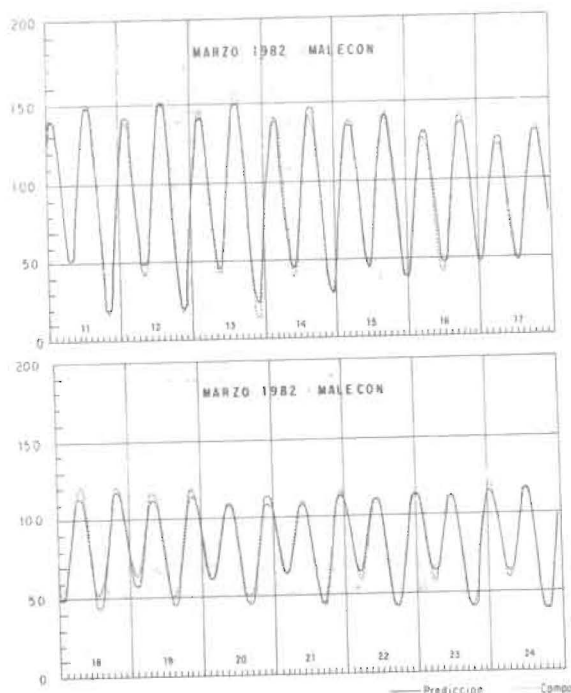
Con estos datos, el programa busca los archivos donde se tiene los componentes armónicas del lugar, toma en consideración las ondas de amplitud superiores a 0.7 cm, determina la fecha del instante central de la predicción y calcula las correc-

ciones nodales para esta fecha.

ii) Etapa de cálculo, utilizando directamente la fórmula (3) :

El resultado de la predicción se graba en un archivo del disco para su uso posterior. Este uso puede ser múltiple. Entre otros se ha escrito un programa que edita un almanaque de predicción de marea, dando la hora y la altura en los momentos de plena mar y baja mar. El uso de estos almanaques es primordial para los navegantes. Se presenta el ejemplo de una página de estos almanaques. Es importante notar que la precisión obtenida en estas horas, depende directamente de la exactitud con la cual se determinaron las diferentes fases de las ondas de marea. Estas fases se calculan utilizando la fecha de inicio del registro analizado. Por lo tanto, es indispensable que todo el registro tenga la misma referencia horaria (por ejemplo, hora legal en Venezuela u hora 6.M.T.), y sin duda, esto no se cumple con exactitud. La mayoría de los registros son obtenidos en forma gráfica y discontinua, Por ejemplo, cada cambio de papel del mareógrafo introduce una pequeña incertidumbre en el tiempo (posición inicial de la pluma, etc...). Recordamos que un error de 10 minutos en el tiempo, se traduce por una variación de aproximadamente 5 grados en la fase de las ondas semi-diurnas.

La exactitud de la predicción se puede comprobar haciendo comparaciones entre datos de mareógrafos y la serie calculada. En la figura (2) se mues-



Comparación entre una predicción de marea y el registro de campo correspondiente al período comprendido entre el 11 y el 24 de Marzo de 1982.

tran algunas de estas comparaciones. Analizando el residuo (diferencia entre la predicción y los datos de campo) se nota que en general la predicción es precisa. Sin embargo, hay momentos en los cuales se observan diferencias notables: estas diferencias no son debidas a la mala predicción de la marea,

pues no hay ninguna frecuencia característica de la marea en el espectro del residuo. Probablemente se trata de efectos de factores meteorológicos tales como, por ejemplo, el viento o la presión atmosférica que actúan sobre el nivel del Lago. Esta explicación se está actualmente investigando.

PREDICCIONES DE MAREAS 1985
MAREOGRAFO: PUNTA DIABLO (Canal de Maracaibo, VENEZUELA)
LATITUD: 10°57'48" N
LONGITUD: 71°36'07" W
HORA LEGAL EN VENEZUELA (60°00' W)

Mareógrafo Pta Diablo						Mes de JUNIO						Año 1985						
DIA	BAJA MAR		ALTA MAR		DIA	BAJA MAR		ALTA MAR		DIA	BAJA MAR		ALTA MAR					
	ALT. (m)	(Ft)	HORA (H.M)	ALT. (m)		(Ft)	HORA (H.M)	ALT. (m)	(Ft)		HORA (H.M)	ALT. (m)	(Ft)	HORA (H.M)	ALT. (m)	(Ft)	HORA (H.M)	
S01	-0.13	-0.44	09.22	1.32	4.35	02.53	0.16	0.51	10.11	1.05	3.44	03.07	0.32	1.05	21.35	1.22	3.99	16.15
D02	-0.17	-0.54	10.17	1.31	4.29	03.43	0.16	0.53	10.46	1.03	3.38	03.52	0.39	1.27	22.36	1.23	4.04	17.19
L03	-0.16	-0.51	11.14	1.26	4.14	04.38	0.17	0.55	11.22	1.02	3.34	04.07	0.45	1.48	23.42	1.24	4.05	18.25
M04	-0.11	-0.36	12.14	1.19	3.92	05.39	0.18	0.58	12.00	1.01	3.31	05.07	0.50	1.64	00.55	1.12	3.66	06.44
M05	-0.04	-0.12	13.17	1.23	4.04	06.44	0.18	0.61	12.41	1.05	3.45	05.57	0.05	0.15	02.13	1.04	3.42	07.55
J06	0.05	0.15	14.21	1.23	4.02	07.55	0.20	0.64	13.25	1.09	3.52	06.55	0.09	0.13	03.30	0.99	3.24	09.09
V07	0.49	1.60	15.26	1.22	3.99	08.09	0.21	0.69	14.14	1.12	3.67	07.56	0.13	0.43	04.39	0.96	3.14	10.26
S08	0.44	1.43	16.27	1.20	3.95	09.26	0.23	0.75	15.05	1.16	3.75	08.55	0.21	0.69	05.37	0.95	3.12	11.36
D09	0.37	1.23	17.22	1.18	3.88	10.41	0.25	0.81	15.58	1.19	3.81	08.55	0.28	0.93	06.39	0.98	3.21	12.43
L10	0.31	1.02	18.12	0.96	3.15	12.40	0.26	0.87	16.51	1.23	4.04	08.55	0.35	1.15	07.09	1.17	3.82	00.55
M11	0.26	0.85	18.59	0.98	3.21	13.36	0.28	0.93	17.44	1.27	4.18	08.55	0.41	1.36	08.09	1.17	3.82	00.55
M12	0.22	0.71	19.41	0.99	3.25	14.27	0.30	1.01	18.37	1.28	4.21	08.55	0.47	1.54	09.09	1.15	3.76	01.31
J13	0.18	0.60	20.21	1.00	3.29	15.14	0.33	1.08	19.32	1.33	4.37	08.55	0.52	1.71	09.26	1.00	3.29	02.02
V14	0.16	0.54	21.00	1.01	3.30	15.59	0.36	1.19	20.28	1.37	4.51	08.55	0.57	1.86	09.01	1.10	3.61	02.34
S15	0.16	0.52	21.36	1.07	3.52	03.00	0.40	1.32	21.26	1.40	4.64	08.55	0.61	2.00	09.36	1.07	3.52	03.00

Las alturas estan referidas al nivel medio de aguas minimas mensuales. Los cálculos fueron hechos en el Departamento de Hidraulica de la Escuela de Ingenieria Civil de La Universidad del Zulia.

IV) CONCLUSIONES

Se ha presentado el método armónico, tanto para el análisis como para la predicción de mareas. Este método se basa en la teoría de la marea, (la cual es determinística) y aparece en nuestros días como el único susceptible de proporcionar buenas predicciones para cualquier fecha. Los ejemplos tratados demuestran las bondades del método, y se observa que la precisión obtenida es suficiente para la confiabilidad de estas predicciones.

V) BIBLIOGRAFIA

- 1) BERTHERAT : "Sur l'analyse et la prédiction des marées à partir d'enregistrements de courtes durées". Tesis de Doctorado. Universidad de Grenoble (Francia), 1980.
- 2) DOODSON : "The analysis of tidal observations"

Phil. Trans. Roy. Soc. A 227, 1928, pp.90-108.

- 3) LE PROVOST : "Contribution à l'étude des marées dans les mers littorales. Application à la Manche". Tesis de Doctorado. Universidad de Grenoble (Francia), 1974.
- 4) MOLINES : "Análisis armónico de registros de niveles. Predicciones de mareas en el lago de Maracaibo". Trabajo de Ascenso. Universidad del Zulia, 1985.
- 5) PAZ-CASTILLO : "Mareógrafos del Golfo de Venezuela y Lago de Maracaibo". Publicación I.N.C. DI-7, 1972.
- 6) SHUREMAN : "Manual of harmonic analysis and prediction of tides". Spec. Pub. No.98.US Dept. of commerce-Coast and Geodetic Survey.U.S.A.1958.

NOTA : Este trabajo pudo realizarse gracias a los registros de campo suministrados por el Instituto Nacional de Canalizaciones.

Recibido el 13 de junio de 1985

Jean-Marc Molines
Marianela Fornerino
Departamento de Hidráulica
Escuela de Ingeniería Civil
Facultad de Ingeniería
Universidad del Zulia
Maracaibo, Venezuela

PREDICCIÓN DE MAREAS EN EL LAGO DE MARACAIBO

V Jornadas Nacionales de Ingeniería Hidráulica

ABSTRACT

The tidal phenomenon, which produces a very important movement of ocean water masses, occurs for every coast of the world and specially for the Venezuelan coasts.

The harmonic method, which derives from the tidal spectral theory, has been used to analyze tide gauge records for the Lake Maracaibo area.

Computed tidal components for the analyzed tide gauge are presented in the paper. The application to tidal prediction is also presented, with a set of comparison examples between the prediction and in-situ data.

RESUMEN

El fenómeno de mareas, el cual causa un movimiento muy importante de las masas de agua de océanos y mareas, está presente en cualquier costa del mundo y, en especial, en las costas venezolanas.

En base a la teoría espectral de la marea, se utilizó el método armónico para analizar registros de niveles en los mareógrafos existentes en la zona del Lago de Maracaibo.

En este trabajo se presentan los resultados concernientes a los parámetros armónicos de los lugares donde se poseen registros de campo, así como también los resultados de la aplicación más inminente: la predicción de mareas. Se presenta también un ejemplo de comparación entre dichas predicciones y los registros de campo.

I) GENERALIDADES

1) TEORÍA DE LA MAREA

La marea es un movimiento oscilatorio del nivel del mar debido a los efectos de atracción de la Luna y el Sol sobre las partículas líquidas de los océanos. El cálculo de la fuerza generadora se basa

en la siguiente hipótesis: las masas se atraen proporcionalmente a sus productos e inversamente proporcional al cuadrado de sus distancias. En el movimiento relativo de la Tierra con respecto al astro, se puede considerar como si la masa de la Tierra estuviera concentrada en su centro. Pero, al considerar una partícula aislada situada en la superficie de la Tierra, la atracción que el astro ejerce sobre ella, difiere un poco, en módulo y dirección, de la atracción que sobre ella ejercería si se encontrara en el centro de la Tierra. Se demuestra, (MOLINES, 1985) que la fuerza generadora de las mareas es la diferencia entre estas dos atracciones y provoca un desplazamiento de la partícula con respecto al centro de la Tierra, y en consecuencia, con respecto a cualquier parte sólida ligada al centro. La fuerza generadora de la marea, siempre muy pequeña en relación con la fuerza de gravedad, es inversamente proporcional al cubo de la distancia de la Tierra al astro. Sólo el Sol, cuya masa es considerable y la Luna, cuya distancia es "pequeña", tienen una influencia apreciable sobre la marea. La componente vertical de la fuerza generadora, la cual se adiciona algebraicamente a la gravedad, es despreciable con respecto a esta última, pero su componente horizontal no puede despreciarse puesto que es la única fuerza existente en el plano horizontal.

La regla de PROCTOR (figura 1) permite construir, en cualquier punto M del globo, el vector de la fuerza generadora \vec{f} debido al astro A: si H es la proyección ortogonal de M sobre la recta TA que une el centro T de la Tierra con respecto al astro, el punto F se define por la relación algebraica $\vec{TF} = 3\vec{TH}$, y el vector representativo de \vec{f} va en la dirección de la recta MF, pero su módulo es proporcional a MF. De esta construcción resulta que el campo de la fuerza generadora presenta una simetría con respecto a la recta TA, y otra con respecto al plano diametral de la Tierra, perpendicular a TA.

El movimiento diario de la rotación de la Tierra alrededor del eje de los polos hace desfilar, en el campo de las fuerzas generadoras, a las moléculas de agua oceánicas. Si el "astro perturbador" se sitúa en el plano del ecuador, el astro vuelve a la misma posición relativa al cabo de un "día del astro" durante el cual la fuerza generadora, en un punto de la Tierra, pasa dos veces por el mismo valor. De esta forma, para la Luna, el día del astro vale 24 horas 50 minutos y la fuerza generadora tiene un período de 12 horas 25 minutos. En reali-

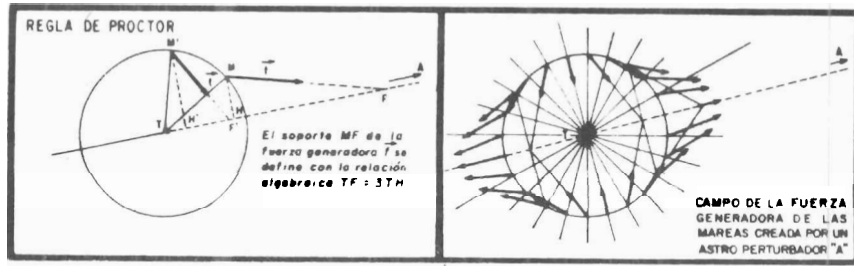


Figura 1

dad la distancia del astro a la Tierra varía periódicamente y resultan variaciones de la amplitud de la marea.

Estos fenómenos conciernen tanto al Sol como a la Luna, pero el efecto de esta última es 2 ó 3 veces más fuerte que el del Sol. La fuerza generadora de la marea posee, entonces, un carácter eminentemente periódico. DOODSON (1928) ha calculado alrededor de 400 pulsaciones características de la marea y su respectiva amplitud. Es importante notar que estas pulsaciones son conocidas con una precisión asombrosa. A cada pulsación se le asocia una "onda" de marea identificada por su nombre. En zonas marinas tales como las aguas litorales de Venezuela solamente unas 10 ó 15 pulsaciones son significativas, en particular :

Semi-diurnas

- M2 : Onda lunar promedio (12 horas 25 minutos)
- N2 : Onda elíptica mayor lunar (12 horas 39 minutos)
- S2 : Onda solar promedio (12 horas 0 minutos)

Diurnas

- K1 : Onda luni-solar declinacional (23 horas 56 minutos)
- O1 : Onda lunar principal (23 horas 49 minutos)
- P1 : Onda solar principal (24 horas 03 minutos)

La respuesta de los océanos a la fuerza generadora de marea se traduce por unas oscilaciones de sus niveles, con los períodos característicos que aparecen en la fuerza generadora. Esta oscilación del nivel se traduce en ondas que se propagan a través de los océanos, según las leyes de la hidrodinámica. Para aclarar el término "onda", hay que decir que estas ondas de mareas son de muy larga longitud ($\lambda \approx 1000$ Km) y de amplitud pequeña ($A = 0.5$ metros en los océanos), y de ninguna manera se pueden comparar al oleaje debido al viento.

2) PROPAGACION DE LA MAREA EN AGUAS SOMERAS, FENOMENOS NO-LINEALES

Las ecuaciones de la hidrodinámica (Navier-Stokes) aplicadas al problema de la marea se escriben así :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -2fv - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{1}{c^2} \frac{u \sqrt{u^2 + v^2}}{H} \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = 2fu - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{1}{c^2} \frac{v \sqrt{u^2 + v^2}}{H}$$

A estas ecuaciones conviene agregar la ecuación de continuidad :

$$\nabla \cdot [(h+\epsilon) \vec{v}] + \frac{\partial \epsilon}{\partial t} = 0 \quad (2)$$

en las cuales se reconocen :

- f = parámetro de Coriolis = $2\omega \sin \gamma$
- γ = latitud del lugar
- ω = rotación de la Tierra
- c = coeficiente de Chezy para el término de fricción.
- ϵ = nivel instantáneo con respecto a profundidad media h.
- $h+\epsilon$ = profundidad total.

Las ecuaciones (1) son no-lineales, debido a :

- Los términos de convección ($u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y}$)
- Los términos de fricción $\frac{1}{c^2} \frac{u \sqrt{u^2 + v^2}}{H}$

Los términos no-lineales son muy importantes en casos de aguas someras. Sin entrar en los detalles, es claro que si las soluciones de estas ecuaciones contienen funciones periódicas (con pulsaciones de base), los términos no-lineales introducen funciones periódicas que tendrán pulsaciones iguales a las combinaciones lineales de las pulsaciones de base principales.