

Modeling flow in pipes to detect and locate leaks using a state observer approach

Marcos L. Guillén¹, Jean-F. Dulhoste¹, Rafael Santos¹, Gildas Besançon²

¹Grupo Termofluidodinámica, Dpto. de Ciencias Térmicas, Escuela de Ing. Mecánica, Universidad de Los Andes. Mérida 5101, Venezuela.

²Département Automatique, GIPSA-lab, Instituto Politécnico de Grenoble. Saint-Martin d'Herès, Francia.

Abstract

This paper presents the aspects concerning the modeling of flow in pipes to detect and locate leaks, using a state observer based approach. The pipeline model is based on the equations of water hammer, discretized by finite differences. This discretization requires two boundary conditions: the pressure or flow at the inlet and outlet of the pipe. To improve the model, the effect of friction and how to introduce the boundary conditions were modified. Similarly shown, comparisons of simulations with real data, the importance of considering the variation of the friction coefficient, and also that the correct choice of boundary conditions, including the equations of the pump and flow restrictions, allow a better representation of the behavior dynamic flow. Also shown that the model can be used to estimate the leakage flow and position using state observers, and takes as an example the Extended Kalman filter type. It is further noted that the model obtained, it can work with only two measured variables: output pressure and input stream, instead of the four considered in previous work.

Keywords: water hammer, Finite Difference Model, Extended Kalman, leak detection and location.

Modelado de flujo en tuberías para detectar y localizar fugas utilizando un enfoque de observadores de estado

Resumen

En este trabajo se presentan los aspectos referentes al modelado de flujo en tuberías para detectar y localizar fugas, con un enfoque basado en observadores estado. El modelo de tubería está basado en las ecuaciones del Golpe de Ariete, discretizadas por diferencias finitas. Este requiere dos condiciones de frontera: presión o flujo a la entrada y salida de la tubería. Para mejorar el modelo, se modificó la forma de considerar el efecto de la fricción y la forma de introducir las condiciones de frontera. Se muestra, con simulaciones comparadas con datos reales, la importancia de considerar la variación del coeficiente de fricción, y además que la correcta selección de las condiciones de frontera, incluyendo las ecuaciones de la bomba y restricciones de flujo, permiten una mejor representación del comportamiento dinámico del flujo. Igualmente, se muestra que el modelo puede utilizarse para estimar el flujo de fuga y su posición utilizando observadores de estado, y se toma como ejemplo el filtro tipo Kalman Extendido. Se observó adicionalmente que, con el modelo obtenido, se puede trabajar con solo dos variables medidas: presión de salida y flujo de entrada, en lugar de las cuatro consideradas en trabajos anteriores.

Palabras clave: golpe de ariete, Modelo de diferencias Finitas, Kalman Extendido, detección y localización de fugas.

1. Introducción

Una fuga en una red de tuberías, puede causar tanto la pérdida del producto que se transporta, así como también graves daños ambientales que deben evitarse o reducirse al mínimo mediante un control estricto [1]. Por tanto, la detección y localización de fugas es muy importante para cualquier industria que transporta fluidos. La investigación en este tema ha sido amplia y ha generado varios artículos científicos, entre las cuales se pueden mencionar los siguientes: en [2-4] se muestran algoritmos que están basados en asumir un coeficiente de fricción constante, a pesar de que este coeficiente en una tubería depende del flujo. Esto significa que estos algoritmos de detección y localización de fugas son solo válidos en un punto de operación en particular en donde cambios pequeños en dicho punto pueden hacer que el algoritmo no funcione correctamente. En [5] el método de la respuesta en frecuencia es utilizado para determinar la ubicación y el caudal de fuga en un sistema de tuberías. El flujo constante y oscilatorio, producido por la apertura y cierre periódico de una válvula, es analizado en el dominio de la frecuencia mediante el método de la matriz de transferencia. Igualmente, se desarrolla un diagrama de la respuesta en frecuencia de la válvula. Para un sistema con fugas, este diagrama tiene picos adicionales de resonancia de amplitud de presión, estos picos son inferiores a los picos de amplitud de presión resonantes cuando no hay fugas en la tubería. El método, tiene el potencial de detectar fugas en sistemas de tubería real, para diferentes tipos de fluidos, tales como agua, petróleo, etc. En [6] se habla de que se necesitan técnicas confiables y rápidas para localizar y estimar fugas en sistemas de tuberías con el fin de reducir la pérdida de agua tanto como sea posible. El objetivo es mostrar que las pruebas en estado no estacionario, dan lugar a una pequeña sobrepresión, y ésta puede usarse para detectar y localizar fugas. Durante estas pruebas, es necesario registrar el historial de la presión en el tiempo en sólo una sección de la tubería, la sección de medición. Luego, se analiza la influencia que tienen las fugas sobre la señal de presión, junto con las condiciones de descarga y el régimen de flujo inicial. En este trabajo se proporciona un criterio fiable para una estimación aproximada del tamaño de la fuga, basado en los resultados de

un procedimiento de método inverso en relación con las señales de presión. Más información sobre otros métodos de detección y localización de fugas pueden ser encontrados en [7-14]. Así mismo, se puede decir que los métodos de detección y localización de fugas pueden ser abordados por dos clases de métodos [15]. Métodos que se basan en un modelo matemático y métodos que no usan modelo matemático. Los métodos basados en modelos matemáticos permiten calcular parámetros de flujo en diferentes partes de la tubería; como el caudal de una fuga y su posición en la tubería. Sin embargo, la eficacia del método depende en un alto porcentaje del modelo de tubería con el que se trabaje. Los modelos comunes para estudiar las tuberías se basan en las ecuaciones que describen el fenómeno de Golpe Ariete [16] discretizadas mediante diferencias finitas. Estos modelos necesitan dos condiciones de contorno para simular las presiones y los flujos a lo largo de la tubería, presiones o caudales en los extremos de la misma. En varios trabajos se utilizan las presiones al comienzo y final de la tubería; en [17] por ejemplo, se presenta un modelo de fricción para la estimación de fugas. En un trabajo posterior [18], se introdujo una configuración diferente: el flujo aguas arriba y la presión aguas abajo; y posteriormente se propone una mejora del modelo al tomar en cuenta una bomba y dos restricciones hidráulicas en los extremos de la tubería, modelo que se acerca más al comportamiento real de una tubería.

En el presente trabajo, se presenta el uso de un observador tipo filtro de Kalman basado en el modelo de tubería desarrollado. Es importante resaltar que, debido a la forma en que se seleccionaron las condiciones de frontera, sólo se necesitan dos mediciones en la tubería: la presión de entrada y el flujo de salida, mientras que otros enfoques requieren cuatro variables medidas. Las dos medidas adicionales corresponden a la presión de entrada de la bomba y la presión a la cual descarga la tubería consideradas constantes en nuestro nuevo modelo.

El artículo está organizado como sigue: En el punto 2 se presenta el desarrollo del modelo matemático, el punto 3 presenta el observador de Kalman, el punto 4 los resultados de las simulaciones realizadas y finalmente en el punto 5 las conclusiones.

2. Modelo matemático de la tubería

2.1 Ecuaciones básicas del modelo de tubería

Las ecuaciones del Golpe de Ariete, que representan la generación propagación, reflexión y atenuación de ondas de presión cuando ocurren cambios en el sistema de tubería, son las utilizadas para desarrollar los modelos de tubería [1]. Estas son un sistema de ecuaciones diferenciales parciales no lineales de tipo hiperbólico [19,20], las cuales son obtenidas por un balance de masa y energía:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = -\frac{c^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial z} \quad ; \quad \frac{\partial Q}{\partial t} = -Ag \frac{\partial H}{\partial z} - \frac{fQ|Q|}{2DA} \quad (1)$$

donde t y z son coordenadas de tiempo y espacio, H es la carga de presión, c es la velocidad del sonido, g aceleración de gravedad, Q flujo en la tubería, D diámetro de la tubería, A área de sección transversal, f coeficiente de fricción.

2.2. El término de fricción

El término f de las ecuaciones (1), corresponde al coeficiente de fricción de Darcy-Weisbach. Muchas veces en los enfoques para Detección y Localización de Fugas este coeficiente se considera constante. Ahora bien, f depende del número de Reynolds (Re) y del coeficiente de rugosidad de la tubería e . La relación implícita de Colebrook [21], describe este coeficiente para una tubería de sección circular con diámetro D como:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 0,86 \ln \left(\frac{1}{3,7} \frac{e}{D} + \frac{2,51}{Re \sqrt{f}} \right) \quad (2)$$

donde $Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{4 \rho Q}{\pi D \mu}$, ρ es la densidad del fluido y μ es la viscosidad del fluido.

La ecuación (2) no es fácil de implementar ya que requiere de una serie de iteraciones para el cálculo de f . En [17] se mostró que se puede utilizar una aproximación explícita conocida como la ecuación de Swamee-Jain, la cual se escribe de la siguiente manera:

$$f = 1,325 \left\{ \ln \left[0,27 \left(\frac{e}{D} \right) + 5,74 \left(\frac{1}{Re} \right)^{0,9} \right] \right\}^{-2} \quad (3)$$

Esta ecuación es válida para $10^{-8} < e/D < 0,01$ y $5000 < Re < 10^8$.

Debe notarse que esta formulación del término de la fricción es estacionaria $J_s = \frac{fQ|Q|}{2DA}$.

En [17] se evaluó también la posibilidad de utilizar de una formulación no estacionaria, en ese caso se sustituye el término estacionario por un término que incluye los efectos no estacionarios $J_u = \frac{k}{2A} \left(\frac{\partial Q}{\partial t} + c \Phi_A \left| \frac{\partial Q}{\partial z} \right| \right)$. En donde $\Phi_A = \text{sgn}(Q)$ y k : Coeficiente de Brunone. Sin embargo las conclusiones indican que esta formulación no aporta ventajas para la detección de fugas, por tanto en [17] se recomienda el uso de la formulación estacionaria.

2.3. Discretización espacial de Q y H

Para usar este modelo matemático para la detección y localización de fugas, es conveniente discretizarlo en el espacio.

Las derivadas parciales con respecto a z se pueden aproximar utilizando el método de diferencias finitas. Para ello se hace una discretización hacia adelante para la presión (H), y hacia atrás para el flujo (Q):

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_i}{\partial t} &= -\frac{c^2}{gA} \frac{Q_{i+1} - Q_i}{z_{i+1} - z_i} \quad \forall i = 1, \dots, n-1 \\ \frac{\partial Q_i}{\partial t} &= -Ag \frac{H_i - H_{i-1}}{z_i - z_{i-1}} - \frac{f_i Q_i |Q_i|}{2DA} \quad \forall i = 2, \dots, n \end{aligned} \quad (4)$$

El subíndice i en (4) representa a cada una de las variables en la sección i de la tubería.

También se deben considerar las condiciones de frontera, en nuestro caso el caudal aguas arriba $Q(0,t)$ y la presión aguas abajo $H(L,t)$, donde L es la longitud de la tubería. Igualmente, se deben definir las condiciones iniciales $Q(z,t)$ y $H(z,t)$ a lo largo de la tubería en el instante $t = 0$. Para detectar y localizar fugas, el modelo puede ser completado agregando los efectos de las fugas, tomadas como modificaciones del flujo, por lo que el flujo en la posición z de la tubería, donde se produce la fuga se puede escribir como:

$$Q_i = Q_i^* + F(i) \sqrt{H_i} \quad (5)$$

donde Q_i es el flujo en el punto i , Q_i^* es el flujo después de la fuga, y F_i un coeficiente que permite determinar el caudal de fuga en función de la presión interna de la tubería.

2.4. Inclusión de accesorios de la tubería

Con el fin de que el comportamiento del modelo se ajuste más al comportamiento real de un sistema de tuberías [22], se agregó la ecuación de una bomba y la ecuación de dos restricciones, que permiten simular las pérdidas de presión causadas por cualquier tipo de accesorios, vale decir válvulas, codos, reducciones, etc. (Figura 1).

La ecuación de una bomba centrífuga se escribe de la siguiente manera:

$$H_b - H_{in} = C_2 Q_1^2 + C_1 Q_1 + C_0 \tag{6}$$

donde: $H_b - H_{in}$ es la altura de presión manométrica de la bomba, Q_1 es el caudal manejado, C_0 , C_1 y C_2 son los coeficientes de la ecuación de la bomba.

La restricción hidráulica puede ser modelada a través de la siguiente de la ecuación:

$$R_{in} Q_1^2 = H_b - H_1 \tag{7}$$

En este caso R_{in} (coeficiente de restricción) depende de las pérdidas de presión que ocurren entre la salida de la bomba y el inicio de la tubería. La restricción al final de la tubería se modela de manera similar a la restricción R_{in} (7), por tanto:

$$H_n = H_{out} - R_{out} Q_n^2 \tag{8}$$

Haciendo algunas operaciones algebraicas y utilizando las ecuaciones (6) y (7) podemos obtener la siguiente expresión para el caudal de entrada a la tubería:

$$Q_1 = \frac{-C_1 + \sqrt{C_1^2 - 4(R_{in} + C_0)(-C_2 + H_1 - H_{in})}}{2(R_{in} + C_0)} \tag{9}$$

2.5. Modelo completo de la tubería

Al final se obtendrá un sistema de ecuaciones no lineales que va a depender del número de secciones que se utilicen en la discretización espacial. Para la simplificación de la presentación, presentamos a continuación el ejemplo de una discretización con solo dos secciones, en donde se han definido las variables: $x_1 = H_1$, $x_2 = Q_2$, $x_3 = H_2$, $x_4 = Q_3$, $u_1 = H_{ent}$, $u_2 = H_{atm}$, $y_1 = H_1$, $y_2 = Q_3$, para expresarlo en espacio de estado:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -\frac{c^2}{gA} \frac{x_2 - \left\{ \frac{-C_1 + \sqrt{C_1^2 - 4(R_{in} + C_0)(-C_2 + x_1 - u_1)}}{2(R_{in} + C_0)} \right\}}{z_2 - z_1} \\ \dot{x}_2 &= -Ag \frac{x_3 - x_1}{z_2 - z_1} - \frac{f_2}{2DA} x_2 |x_2| \\ \dot{x}_3 &= -\frac{c^2}{gA} \frac{x_4 - (x_2 - F_2 \sqrt{x_3})}{z_3 - z_2} \\ \dot{x}_4 &= -Ag \frac{((R_{out} y_2^2 + u_2) - x_3)}{z_3 - z_2} - \frac{f_3 y_2 |y_2|}{2DA} \\ y &= [H_1, Q_3]^T = [x_1, x_4]^T \end{aligned} \tag{10}$$

Es importante resaltar que para las simulaciones se utilizó un modelo con más secciones y no con dos secciones tal como muestran las ecuaciones (10).

2.6. Validación del modelo

Para validar este modelo de tubería, se hicieron simulaciones utilizando un simulador de elaboración propia en lenguaje Matlab-Simulink, y se simuló con los datos correspondientes a un prototipo real, el cual tiene 85 m de longitud y se encuentra en el centro de investigación mexicano CINVESTAV [22]. Se consideró para la comparación, los datos reales de un experimento con tres fugas que se presentan de manera consecutiva (en

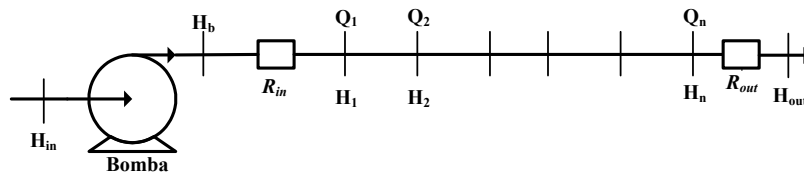


Figura 1. Sistema de tubería real.

los tiempos $t = 100, 400, 700$ respectivamente). En la Figura 2 se puede ver simultáneamente los datos de simulación $H_{ent}, H_{sal}, Q_{ent}, Q_{sal}$ y las medidas experimentales realizadas en el prototipo $h_{ent}, h_{sal}, q_{ent}$ and q_{sal} . Los coeficientes de la bomba se ajustaron a: $C_0 = 27,27; C_1 = -274, C_2 = -415860$ los cuales se obtienen de las curvas características de una bomba, y los coeficientes de restricción se obtienen por ajuste a los datos de la zona sin fugas del experimento.

La adición de la bomba y las restricciones hidráulicas en ambos extremos de la tubería permite simular en el modelo un cambio de Q y H en la entrada y salida de la tubería cuando se presenta una fuga, tal como ocurre en un sistema real. En [18] se mostró una comparación de estos resultados con los obtenidos mediante otras condiciones de frontera, y sin incluir la bomba y la restricción. Es importante resaltar que el comportamiento real, observado en la Figura 2, no se reproduce cuando la bomba y las dos restricciones hidráulicas no forman parte del modelo.

3. Detección y localización de fugas utilizando observadores de estado

Los observadores de estado, son herramientas matemáticas virtuales, que permiten estimar las variables o estados de un sistema en base a

mediciones de las señales de salida y señales de control. Los observadores también son llamados sensores virtuales, ya que su implantación se lleva a cabo en microprocesadores, y tienden a realizar la misma tarea que un sensor físico. Existen enfoques lineales y no-lineales para la estimación de estados. En el caso de sistemas lineales el llamado observador de Luenberger ofrece una solución completa al problema de la estimación de variables de estado, el cual tendría una aplicación válida solo en un rango pequeño de funcionamiento. Los observadores no lineales por su parte son capaces de copiar directamente las no linealidades del proceso. En función de la forma en que se pueda escribir el modelo, hay varias soluciones disponibles para sistemas no lineales [11]. Una solución sencilla, sería considerar el diseño de un observador Extended Kalman [23].

3.1. Observador tipo Kalman Extendido

Las ecuaciones del modelo (10), se pueden escribir de forma compacta de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x,u) \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (11)$$

Luego, basados en la forma (11), se pueden estimar los parámetros de la fuga (magnitud de la fuga y su posición) a través del uso de un observador tipo Kalman Extendido.

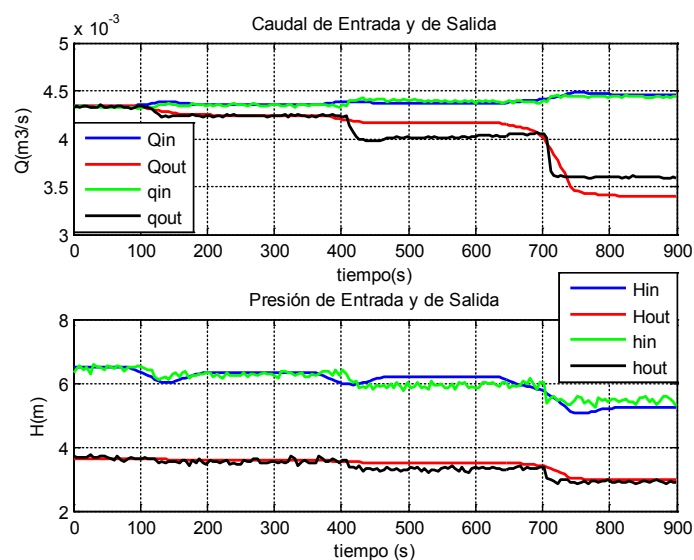


Figura 2. Comparación entre datos simulados y datos reales cuando se presentan tres fugas simultáneas (en el tiempo $t=100, 400, 700$ s).

El observador tipo Kalman Extendido está definido como [21]:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= f(\hat{x}, u) - k(C\hat{x} - y) \\ k &= PC^TW^{-1} \\ \dot{P} &= PF^T + FP - PC^TW^{-1}CP + V + \delta P \\ F &= \frac{\partial f}{\partial x}(\hat{x}, u) \end{aligned} \tag{12}$$

donde las matrices W y V deben ser definidas positivas. Igualmente, W representa el ruido en los estados y V representa el ruido en las salidas.

Como se ve en la Figura 3, para detectar y localizar una fuga, se necesita al menos dividir la tubería en dos secciones, a fin de poder incluir la posición z_2 que es donde se presenta la fuga.

En ese caso, $z_1 = 0$, $z_2 =$ posición de la fuga, y $z_3 = L$ en la representación en el espacio de estado presentada en la ecuación (10). Ahora bien, para estimar específicamente los parámetros de fugas, se debe ampliar el modelo agregando dos estados más de la manera siguiente: $x_5 = z_2$ que representa la posición en donde se presenta la fuga y $x_6 = F(i)$ que representa el coeficiente de fuga. Con estas definiciones de estados el modelo de tubería se convierte en:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -\frac{c^2}{gA} \frac{x_2 - \left\{ \frac{-C_1 + \sqrt{C_1^2 - 4(R_{in} + C_0)(-C_2 + x_1 - u_1)}}{2(R_{in} + C_0)} \right\}}{x_5} \\ \dot{x}_2 &= -Ag \frac{x_3 - x_1}{x_5} - \frac{f_2}{2DA} x_2 |x_2| \\ \dot{x}_3 &= -\frac{c^2}{gA} \frac{x_4 - (x_2 - x_6 \sqrt{x_3})}{L - x_5} \\ \dot{x}_4 &= -Ag \frac{((R_{out} y_2^2 + u_2) - x_3)}{L - x_5} - \frac{f_3 y_2 |y_2|}{2DA} \\ \dot{x}_5 &= 0 \\ \dot{x}_6 &= 0 \end{aligned} \tag{13}$$

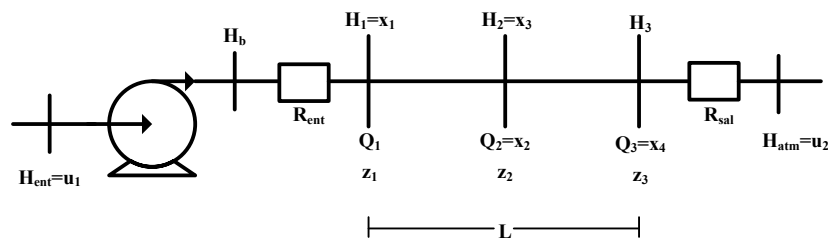


Figura 3. Esquema del modelo de tubería usado para detectar y localizar fugas.

4. Simulaciones y resultados

En esta sección se presentan algunos resultados de la detección y localización de fugas, utilizando el enfoque planteado. Para las simulaciones, la dinámica de la tubería está representada por un modelo de la forma (10), pero con 12 secciones, y los valores numéricos son tomados de un prototipo presentado en [22]. Los parámetros correspondientes a la simulación son: $g = 9,81$ m/s, $C = 373$ m/s, $A = 0,003$ m², $L = 85$ m. Las condiciones de operación son: Flujo de entrada $u_1 = Q_1 = 0,0043$ m³ y presión de salida $u_2 = 3,5$ m. Igualmente las medidas usadas en el observador son contaminadas con ruido blanco. Para el observador del tipo Kalman extendido se utilizó el diseño en base a 2 secciones (12).

La Figura 4 muestra los resultados de la estimación con el observador. En esta figura se puede ver como el observador estima la posición de la fuga muy rápidamente y de manera bastante exacta. Igualmente, se ve que la estimación de Q_f es correcta y precisa.

También se verificó la habilidad del observador para estimar diferentes posiciones de la fuga y diferentes porcentajes de la misma a lo largo de la tubería. En la Figura 5, se muestran los resultados de la estimación para fugas localizadas en 28,33, 56,67 y 70,833 m de longitud de tubería L . Igualmente, en la Figura 6 se muestran las estimaciones de tres diferentes porcentajes de fuga, 10, 20 y 30% del caudal de entrada Q_1 . Se puede ver en Figura 5 y Figura 6 que el observador estima de forma rápida tanto las diferentes posiciones como los diferentes porcentajes de fuga. En estas figuras se puede ver que el observador estima de manera correcta y precisa tanto la posición de la fuga como el flujo (Q_f) de la misma.

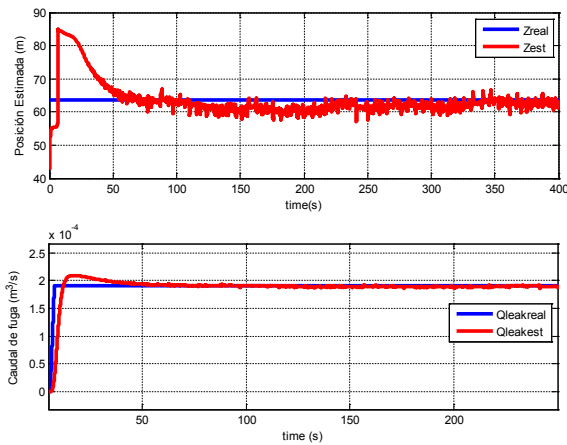


Figura 4. Resultados de la estimación de una fuga del 10% de Q_1 y una posición de 63.75 m.

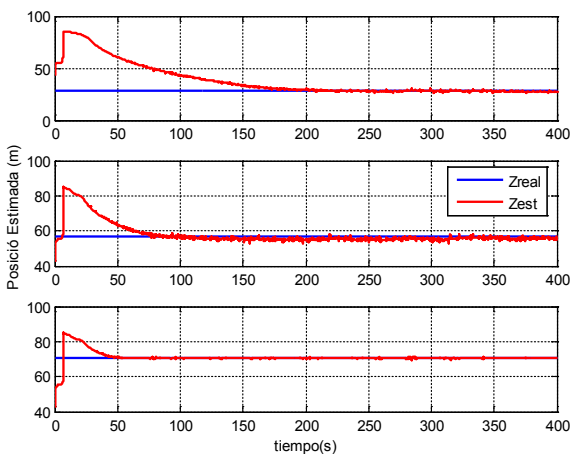


Figura 5. Diferentes posiciones de la fuga.

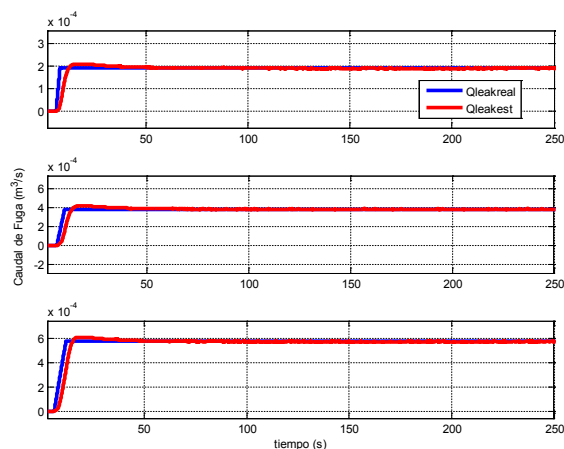


Figura 6. Estimación de tres diferentes porcentajes Q_f .

5. Conclusiones

En este artículo se presentó el modelado del flujo en tuberías para detectar y localizar fugas en tuberías con un enfoque basado en observadores de estado. Este enfoque se basó en un modelo de tubería mejorado, al adicionar al modelo de tubería una bomba y dos restricciones. El comportamiento de este modelo mejorado se validó comparando su desempeño con datos reales obtenidos de un banco de prueba experimental para fugas. Luego, se presentó un observador del tipo filtro de Kalman extendido con el propósito de estimar de forma simultánea el caudal de fuga y su posición. La implementación del observador, requirió solamente de dos variables medidas, y se observó que el mismo estima la posición de la fuga y su caudal muy rápidamente y de manera bastante exacta.

Agradecimiento

Al programa de colaboración Franco-Venezolano ECOS-Nord V11M02 / PI-2010000303 Fonacit, Fundayacucho Venezuela 2011 quien financió parcialmente este trabajo.

Referencias bibliográficas

1. Souza A.L., Cruz S.L. and Pereira J.F.R. "Leak Detection in Pipelines through Spectral Analysis of Pressure Signals". Braz. J. Chem. Eng. vol.17 n.4-7 São Paulo Dec (2000) 557-564.
2. L. Billman and R. Isermann, "Leak detection methods for pipelines," in Proceeding of the 8th IFAC Congress, Budapest, Hungary (1984) 1813-1818.
3. A. Y. Allidina and A. Benkherouf, "Leak detection and location in gas pipelines," Control Theory and Applications, IEE Proceedings D, vol. 135, no. 2, (1988) pp. 142-148.
4. G. Besançon, D. Georges, O. Begovich, C. Verde, and C. Aldana, "Direct observer design for leak detection and estimation in pipelines" in Proceedings of European Control Conf., Kos, Greece, (2007) pp. 5666-5670.
5. W. Mpesha, M. N. Chaudry, and S. Gassman, "Leak detection in pipes by frequency response method," Journal of Hydraulic Engineering, vol. 127, (2001) 137-147.

6. B. Brunone and M. Ferrante, "Detecting leaks in pressurised pipes by means of transients" *Journal of Hydraulic Research*, vol. 39, no. 5, (2001) pp. 539-547.
7. X. J. Wang, "Leak detection in pipelines using the damping of fluid transients," *Journal of Hydraulic Engineering*, vol. 128, no. 7, (2002) pp. 697-711.
8. M. Ferrante and B. Brunone, "Pipe system diagnosis and leak detection by unsteady-state test-1: Harmonic analysis," *Advanced Water Resources*, vol. 26, no. 1, (2003) pp. 95-105.
9. C. Verde, "Minimal order nonlinear observer for leak detection," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 26, (2004) 467-472.
10. D. Covas, H. Ramos, and A. B. de Almeida, "Standing wave difference method for leak detection in pipeline systems," *Journal of Hydraulic Engineering*, vol. 131, no. 12, (2005) pp. 1106-1116.
11. C. Verde, N. Visairo, and S. Gentil, "Two leaks isolation in a pipeline by transient response," *Advances in Water Resources*, vol. 30, no. 8, (2007) pp. 1711-1721.
12. L. Torres, G. Besançon, and D. Georges, "A collocation model for water-hammer dynamics with application to leak detection" in *Proceedings of the 47th IEEE Conference on Decision and Control*, Cancun, Mexico, (2008).
13. L. Castro-Burgos and H. Valds-Gonzlez, "Leak detection in water pipelines: Proposal based on a bank of filters." *Revista chilena de ingeniería*, vol. 17, no. 3, (2009) pp. 375-385.
14. L. Torres, G. Besançon, A. Navarro, O. Begovich, and D. Georges, "Examples of pipeline monitoring with nonlinear observers and real data validation," in *8th IEEE International Multi-Conf on Signals Systems and Devices*, Sousse, Tunisia, (2011).
15. Janos J. Gertler. *Fault Detection and Diagnosis in Engineering Systems*. Marcel Dekker New York, 1998.
16. M.H. Chaudry, *Applied Hydraulic Transients*, Van Nostrand Reinhold Co, 1979.
17. J-F Dulhoste, G. Besançon, L. Torres, O. Begovich and A. Navarro. "About Friction Modeling For Observer-Based Leak Estimation in Pipelines". 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC). Orlando, FL, USA, (2011) pp. 4413-4418.
18. M. Guillén, J-F Dulhoste, G. Besançon and R. Santos. "Study of A Flow Model for Detection and Location of Leaks and Obstructions in Pipes" 9th International Conference of Modeling, Optimization and Simulation-MOSIM'12 June 06-08, 2012 Bordeaux-France.
19. Jorge García-Serra, Vela, A.F. *Transitorios y Oscilaciones en Sistemas Hidráulicos a Presión*. Universidad de Coimbra, Universidad Politécnica de Valencia, Universidad de la República Oriental del Uruguay. ISBN: 84-600-9146-5.
20. Steven C. Chapra, Raymond P. Canale. *Métodos Numéricos para Ingenieros*. McGraw-Hill, México 2007
21. M. C. Potter, D. C. Wiggert. *Mecánica de Fluidos*. Thomson. México 2002.
22. O. Begovich, A. Pizano, and G. Besançon, "Online implementation of a leak isolation algorithm in a plastic pipeline prototype." *Latin American Applied Research*, vol. 42, no. 2, (2012) pp. 131-140.
23. A. Gelb, *Applied optimal estimation*, The MIT Press, Cambridge, MA, 1974.

Recibido el 10 de Enero de 2014

En forma revisada el 9 de Septiembre de 2014