

Año 25 No.90



Año 25 No. 90

Abril - Junio 2020

Revista Venezolana de Gerencia

Revista Venezolana de Gerencia



UNIVERSIDAD DEL ZULIA (LUZ)
Facultad de Ciencias Económicas y Sociales
Centro de Estudios de la Empresa

ISSN 1315-99

Esta obra está bajo una licencia de Creative Commons
Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual 3.0 Unpd
<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/deed.es>

Cartera réplica a partir de modelos estocásticos para predecir el índice bursátil Colcap

Parejo Rodríguez, Alexander¹
Payares Ayola, Marceliano²
Parodi Camargo, Eder³

Resumen

En el mundo contemporáneo, es común, el uso de los mercados de capitales para buscar financiación o realizar inversiones. Dichas decisiones, traen consigo un riesgo generado por la naturaleza del mercado al que se enfrentan. El objetivo del presente proyecto es predecir el índice bursátil colombiano Colcap a partir del pronóstico de las acciones que lo componen. Este proceso se realizará utilizando las 20 acciones que forman el índice estudiado, también, se construyó una cartera réplica utilizando el modelo de Media- Varianza enunciado por Markowitz, añadiéndole una restricción al modelo original. Para la predicción de las acciones se aplicó el modelo estocástico de Wiener Gauss, con la simulación de Montecarlo. El estudio pudo identificar que el modelo Media-Varianza excluye a los activos financieros que presentan altas volatilidades, concluyendo que la utilización de Media-Varianza de Markowitz es válido para construir carteras réplicas para pronosticar el índice Colcap

Palabras Clave: Media Varianza, Colcap, estocásticos, acciones bursátiles, probabilidad.

Recibido: 20-01-20 Aceptado: 15-03-20

¹ Economista, Especialista en Finanzas, Magister en Docencia e Investigación Universitaria, Investigador grupo de investigación GEECO Universidad Sergio Arboleda. Correo: Alexander.parejo@usa.edu.co. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7353-4976>

² Economista, Magíster en Administración. Investigador grupo GEECO universidad Sergio Arboleda. Correo: marceliano.payares@usa.edu.co .ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5530-864>

³ Administrador de Empresas, Maestría en Finanzas, profesional grado IV en el SENA. Correo: edder.parodi@gmail.com ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-2700-455X>

The use of stochastic models for the prediction of the Colombian stock index Colcap, based on the construction of a replica portfolio

Abstract

In the contemporary world, it is common to use capital markets to seek financing or make investments. These decisions, you will get a risk generating by the nature of the market they face. The objective of this project is to predict the Colombian stock index Colcap based on the forecast of the actions that comprise it. This process is carried out using the 20 actions that make up the index studied, likewise, a replica portfolio was built using the Media-Variance model enunciated by Markowitz, adding a restriction to the original model. For the prediction of the actions the stochastic model of Vienna Gauss was applied, with the Monte Carlo simulation. The study was able to identify the Media-variance model excluding financial assets that have high volatilities, concluding that the use of Markowitz's Media-Variance is valid for constructing replica portfolios to forecast the Colcap index

Keywords: Half Variance, Colcap, stochastics, stock market shares, probability

1. Introducción

En el complejo universo de las finanzas, el mercado de capitales cobra cada vez más, una mayor relevancia, atrayendo a diferentes tipos de actores, entre ellos, inversionistas, instituciones, empresas privadas, agentes especializados en el mercado bursátil. Quienes a su vez buscan diferentes alternativas de financiación y de inversión, en este sentido, los líderes empresariales y sus estrategias son fundamentales para la supervivencia de las empresas, porque modulan las condiciones financieras propias de la empresa y el entorno como lo reafirma Alvarado, sensores y otros (Alvarado et al, 2020). Los demandantes de

recursos buscan un costo menor que las opciones tradicionales, además de preferir opciones de largo plazo, y las que ofertan recursos, los inversionistas, esperan una mayor rentabilidad y un mayor control del riesgo sobre su inversión.

En cuanto al riesgo, este tipo de operaciones bursátiles, traen consigo la aparición de diferentes riesgos: mercado, liquidez, operacionales, entre otros. Los riesgos aumentan la incertidumbre, en consecuencia, se hace necesario la utilización y validación de instrumentos que faciliten los cálculos y por ende la agilidad y eficiencia en la toma de decisiones. La academia, por su función investigativa, juega un papel trascendente, gracias a que formaliza

estudios pertinentes, que atiendan las necesidades de los diferentes agentes que intervienen en el mercado.

En ese orden de ideas, se realizó la presente investigación, cuyo objetivo es validar el uso del modelo Media-Varianza para construir una cartera réplica, que permita a partir de la utilización de la familia de los modelos estocásticos y mediante la implementación de la simulación de Montecarlo, realizar el pronóstico del índice Colcap.

La investigación busca comprobar el uso de técnicas estadísticas que contribuyen a la toma de decisiones más informadas, específicamente en el mercado de capitales, concretamente el cálculo y la predicción del índice bursátil colombiano más importante. Trabajo que implica análisis, medición y control de los riesgos, representados en la volatilidad de este tipo de activos, permitiendo a inversionistas, académicos, y sociedad en general, el diseño y análisis de métodos que ayuden a la construcción de óptimos portafolios de inversión. El presente escrito, se compone de una revisión teórica, explorando algunos trabajos de investigación concernidos con el tema de estudio, seguido de una descripción metodológica, para luego mostrar los resultados y concluir con la reflexión final del índice Colcap en el mercado de capitales

El desarrollo del mercado de capitales contribuye significativamente al crecimiento económico de los países, debido a que conecta a los que tienen exceso de ahorros, con los que requieren recursos para invertir, dichas inversiones son las que generan desarrollo en el mediano y largo plazo. En estas transacciones intervienen, instituciones privadas, corredores de bolsa y el gobierno con triple papel: Prestatario, inversionista y regulador. La

relación es evidente como lo manifiesta Pablo Dapena "la formación de capital requiere de vasos comunicantes entre el ahorro y la inversión. Dicho proceso es facilitado por el mercado de capitales" (Dapena, 2009).

Igualmente, desde la Bolsa de Valores de Colombia (BVC), se pone de manifiesto la estrecha relación entre los mercados de capitales y el crecimiento económico. Su presidente Juan Pablo Córdoba, sostiene que el desarrollo del mercado de capitales necesita tanto de la iniciativa del sector privado como del sector público y demanda una acción coordinada de ambos. (Cordoba, 2017).

Hay que considerar también, que los procesos globalizadores, contribuyen no solo al crecimiento del mercado de capitales, sino potencializan los mercados de bienes ya lo advertía Vieira quien sostiene que la transformación productiva se inició primero en el campo financiero antes que, en el productivo, el cual posibilitó delinear herramientas financieras y nuevos productos transaccionales. (Vieira, 2014). En síntesis, el crecimiento y la globalización se expanden hacia todos los sectores de la economía, especialmente al sector financiero a través, de los mercados de renta fija y variable.

Al incrementarse las operaciones en el mercado de capitales, entre ellas las acciones que constituyen renta variable, los inversionistas se muestran interesados por anticiparse, al precio futuro, pero, no solo del precio individual de su activo sino también, están interesados en conocer la predicción del conjunto de índices que describen el comportamiento del mercado bursátil. De tal manera, que el inversor se vea dotado de herramientas que le guíen en la toma de decisiones (Pérez, 2016).

Debido a ello, cobra más relevancia el papel de la bolsa de valores, por ser un instrumento para determinar la fase del ciclo económico en el que se encuentra la economía. Al punto que se convierte en un indicador “que compara la relación existente entre el nivel de capitalización bursátil y el PIB” (Moreno et al, 2015:156).

Específicamente, las bolsas de valores en el mundo diseñan indicadores que miden el desempeño económico, Verbigracia el Daw Jones, que se utiliza en la bolsa de New York, el Nikkey 225 índice para Japón. Para el territorio suramericano, uno de los más representativos, es el de la Bolsa de Comercio de Santiago, el (IPSA), Índice de Precios Selectivos de Acciones que según Moraga y Roperó “se construye ponderando el patrimonio bursátil, que se refiere a la multiplicación de la cantidad de acciones emitidas por la empresa versus el valor en bolsa de dicha acción” (Moraga y Roperó 2018:148).

En Colombia los índices bursátiles, miden el desempeño desde diferentes perspectivas, el más conocido, el Índice General de la Bolsa de Valores (IGBC), indicador integral de todas las acciones. Este índice, fue reemplazo desde noviembre del año 2013 por otro más detallado: el Colcap⁴ que se convirtió en el más importante referente del comportamiento del mercado de acciones colombiano (BanRep, 2017⁵).

El Colcap, se calcula de manera similar al IPSA de la Bolsa de Comercio de Santiago. Estos índices, son una

herramienta necesaria frente al notorio crecimiento económico, que aumenta la volatilidad de las acciones y que por tanto obliga al inversionista a optimizar los fondos que colocan. Sobre todo, en estos tiempos de corrientes neoliberales, que de acuerdo con (Huertas, 2005), es sinónimo no sólo de apertura y liberalización del comercio, sino también, de capitales financieros y de la inversión extranjera que a su vez se ve afectado por las tasas de interés. Estos, (los inversionistas), tratan de minimizar la incertidumbre causada entre otras causas, por el creciente flujo de información que se da en estos mercados.

Este voluminoso flujo de información necesita, la aplicación de herramientas capaces de procesarlos de manera rápida y oportuna, (Guijarro y Moya, 2008), a agregan que deben pronosticar con cierto grado de fiabilidad los valores de estos activos financieros, con la ayuda de nuevas tecnologías, que permita la simplificación de la toma de decisiones por parte de los actores que participan en el mercado; Cabe entonces preguntarse ¿Cómo se podría predecir el índice colombiano Colcap, usando modelos estocásticos, a partir de la construcción de una cartera réplica?

2. Predicción del valor de activos financieros, consideraciones teóricas:

En la historia de las teorías bursátiles, uno de los aspectos

⁴ “El Colcap es un indicador que refleja las variaciones de los precios de las 20 acciones más liquidas de la Bolsa de Valores de Colombia (BVC), donde el valor de la Capitalización Bursátil Ajustada de cada compañía determina su nivel de ponderación. El valor inicial del índice es equivalente a 1.000 puntos y su primer cálculo se realizó el día 15 de Enero de 2008” (BanRep 2017).

⁵ Tomado del Banco de la República, enero de 2017.

fundamentales, lo constituye el adelantarse al futuro, a lo que pueda suceder, resultaría obvio entonces, tal situación, dado que tanto los inversionistas como los especuladores del mercado, desean obtener el máximo rendimiento de sus recursos, determinando los momentos de compra y venta. Es de esperarse que, en esta tarea, combinen muchos métodos; algunos no muy científicos, basados en corazonadas o simple subjetividad, pero otros muy elaborados, sustentados en modelos matemáticos, indicadores estadísticos y financieros y en conocimiento exhaustivo de las variables macroeconómicas.

Se podrían resumir los métodos más científicos en aquellos que sostienen que definitivamente el comportamiento en el pasado del precio del activo influye en el desempeño presente y futuro del mismo y otros que le conceden un papel protagónico a los movimientos aleatorios e independientes en la determinación de las cotizaciones de los títulos negociados en las bolsa de valores.

2.1. Dos enfoques teóricos distintos del cálculo de los valores futuros de los activos financieros

El presente estudio, toma elementos teóricos de varios autores y de documentos que se han escrito en torno al pronóstico de activos financieros. Entre ellos, un clásico editado en varias oportunidades, Mhurphy, con su libro: "Análisis técnico de los mercados financieros" publicado en el 2016 por la editorial gestión, y que en esta oportunidad retoma los conceptos publicados por el autor, destacando el papel del análisis técnico

en la predicción bursátil. Por otra parte, Charris y Causado con su artículo sobre la "Aplicación del modelo estocástico Winner Gauss para la predicción del precio de acciones del mercado bursátil colombiano, destacan el papel del modelo gaussiano, artículo publicado por la universidad Autónoma de México en el 2016.

Otro documento importante que ahonda sobre el tema, es el de Carla Moreno, en su trabajo de grado del master en Dirección Financiera y Fiscal para la universidad Pontificia de Valencia en el 2012, titulado: "Composición de cartera réplica para la predicción del índice español IBEX 35" donde utiliza el concepto de cartera replica, en un índice bursátil, como lo hace el presente artículo, como puede colegirse, la literatura es amplia, sin embargo, se podrían resumir en dos posturas diametralmente opuestas. Y que se describen a continuación

En el análisis realizado en cuanto a la predicción del comportamiento futuro de los activos e índices financieros se observó que coinciden los modelos de cotizaciones y precios de cierre de los activos financieros, desde dos perspectivas; una se refiere a las llamadas interpretaciones graficas o chartistas, análisis técnico, John J. Murphy argumenta que lo que ocurrió en el pasado, tiende a replicarse, y que los factores que influyeron en la conformación del precio pasado de un activo financiero, se harán presente en el futuro e influirá sobre su actual cotización. (Murphy, 2016)

En contraposición "el teorema de los mercados óptimos o caminatas aleatorias afirma que es imposible pronosticar las cotizaciones futuras sobre la base de las cotizaciones o precios de cierre pasados, debido a que

estas se encuentran influenciadas por un componente aleatorio o paseo aleatorio (Fama, 1965)". Citado por (Charris et al, 2016). Esto se debe según Maya y Torres (Maya y Torres 2005) a que el modelo "exige que los incrementos en los precios sigan una distribución independiente e idéntica" (Maya y Torres, 2005:68), dando a entender, que lo sucedido en el pasado, no influye en el comportamiento del ahora. Abandonando de hecho la idea de Murphy.

Esta segunda postura, es la que enmarca el presente estudio, por considerar válidos los argumentos de independencia en la relación de los precios futuros de los activos financieros que de acuerdo con (Charris et al, 2016), "explican que la serie de variaciones de precios no tiene memoria, es decir se asume que los precios de las acciones actúan reiteradamente como variables de un proceso estocástico". (Charris et al, 2016:5).

Este marco, contribuirá a lograr el objetivo principal del estudio, que consiste en Predecir el índice colombiano Colcap utilizando modelos estocásticos, a partir de la Construcción de una cartera réplica, para ello fue imperioso, cumplir con los objetivos preliminares así: caracterizar las empresas que componen el índice Colcap examinando la renta variable, seleccionarlas utilizando el método de Media Varianza, realizando predicciones con el modelo Winner Gauss para los valores que tomará el índice Colcap y por último, evaluar y validar la eficiencia del modelo a partir de las medidas de bondad de ajuste MAPE, así mismo y teniendo en cuenta que los modelos estocásticos parten de la premisa que no se necesita conocer el pasado para predecir el futuro, es decir no tiene en cuenta la memoria de la serie, por ello se le asigna poca importancia a la

trayectoria pasada del comportamiento de las acciones (Charris et al, 2016).

Dichas predicciones, tienen en consideración los estudios sobre pronósticos de variables financieras, que han sido ampliamente utilizados, teniendo como soporte los modelos estocásticos. En ese orden de ideas (Cortes, 2007). En su estudio sobre el Banco Sadabel, pudieron calcular con un error mínimo, el precio de la acción de este. Para ello se valieron de los principios del modelo Log-Normal, teniendo como base la simulación de múltiples valores, por intermedio del simulador de Monte-Carlo

Análogamente, (Moreno, 2012) "replicó el índice bursátil IBEX35 con la utilización de un número reducido de títulos, los cuales permitieron realizar predicciones y construir carteras de inversión basadas en este índice" (Citado por Charris et al, 2016:8). Por otra parte, (Pérez, 2016), estudia un modelo estocástico, el Modelo Browniano Geométrico, y lo aplica para el activo subyacente First Cobalt Corp FCC (FCC.MC), cuyo objetivo, era calcular las predicciones, del precio de los activos que se cotizan en bolsa a corto plazo.

Por otro lado, se han realizado estudios de técnicas cuantitativas para la predicción de valores de subyacentes a corto plazo través del modelo estocástico de predicción de subyacentes Log-Normal, cuya resolución requiere del conocimiento y aplicación del Cálculo de Itô. (Pérez, 2016)

Algo semejante realizaron, (Charrys et al, 2016) utilizaron un modelo Log-Normal complementado con simulaciones de Monte-Carlo, como un ejercicio para predicción del precio de las acciones del sector bancario que cotizaron en el índice general de la Bolsa

de Valores de Colombia, De hecho, en este estudio, también utilizaron el modelo de Wiener Gauss, en el cálculo de los precios futuros de cierre de las acciones de empresas de energía como ISAGEN y Ecopetrol y en ambos trabajos concluyen que estos modelos permiten pronósticos eficientes.

2.2. Método para la Construcción de Cartera Réplica

Antes de adentrarse en los aspectos técnicos, de la predicción del índice Colcap, se hace necesario elucidar algunos conceptos que se requieren para poder comprender cuál fue el camino tomado:

En primer lugar, aclarar que la investigación es de carácter cuantitativo, aplicada y por la interpretación de las variables es deductiva. Para el logro del objetivo general y los específicos planteados en esta investigación, se trazaron varios pasos: el primero de ellos, es la recopilación de datos, los cuales se analizarán, específicamente las cotizaciones al cierre de la jornada del 2016 de la canasta del índice Colcap, directamente de la BVC-Bolsa de Valores de Colombia-

El segundo, es la formación de las series de datos, estas estarán constituidas con las cotizaciones de cierre que se calculan en el inciso anterior de cada una de las empresas que componen el índice Colcap, mediante la comparación como lo indica (Delara, 2008), de los logaritmos neperianos de los precios hoy y los precios de la jornada bursátil anterior. Este autor es citado también por (Charrys et al 2016) en su trabajo: Aplicación del modelo estocástico Wiener Gauss para la

predicción del precio de acciones del mercado bursátil $R_1 = \ln(S_t) - \ln(S_{t-1})$, donde R_1 es la rentabilidad, S_t el precio más reciente y S_{t-1} el precio del día anterior

Obtenida la serie de datos, se procede a construir la Cartera réplica para simular el índice, dentro del conjunto de técnicas que tratan la gestión de carteras, se distinguen dos grandes grupos: técnicas activas y técnicas pasivas, en esta última los gestores mantienen la composición y ponderación de la cartera en el largo plazo, una de las técnicas más populares en la denominada Índex Traking (Guijarro y Moya, 2008). Técnica por medio del cual se desarrolla la presente investigación en lo referente a la construcción de la cartera réplica. De acuerdo a (Aita, 2014) La construcción de un fondo de gestión pasiva que réplica un índice bursátil se puede conseguir básicamente por 2 métodos: réplica total o réplica parcial. Sustenta el autor:

“el método de réplica parcial sobre el cual se desarrollará la investigación consiste en invertir en un subconjunto de títulos de los que están en el Benchmark intentando replicar el rendimiento del índice. Este método conlleva: 1. Menores costes de transacción 2. Rebalanceos más ágiles 3. La posibilidad de excluir títulos ilíquidos” (Aita, 2014:4)

Con la noción de réplica parcial, entra en juego una medida fundamental para evaluar la bondad de réplica del índice, el indicador de Tracking Error. La finalidad de este indicador es la medición de la volatilidad de la diferencia de rendimiento de la cartera réplica frente al índice de referencia (Benchmarking), esto se traduce en $\text{Min}(\text{Var}(P - B))$:

Dónde: P: es el rendimiento de la cartera réplica a futuro y B: es el

rendimiento del índice de referencia (Benchmarking) a futuro

Para el caso del proyecto, se constituyeron los portafolios óptimos a partir del enfoque de Media-Varianza, basado en el matemático Harry Markowitz, sobre la conformación de listado de acciones que constituyen las carteras óptimas de inversión. Markowitz, puso en otra perspectiva el campo bursátil, con fundamentos como el de la construcción de conjuntos de activos financieros eficientes, que sirven de base para la conformación de estructuras en varios modelos de carteras eficientes, sin modificar en grado sumo el fondo de la propuesta inicialmente presentada, (Gálvez et al, 2015).

Por otra parte (Martinez y Perozo, 2010) agregan que, en la selección del número y balance de los activos seleccionados, se presentan algunos problemas que deben solucionarse, para alcanzar la optimización, en este sentido expresan: “Este portafolio deberá solucionar las necesidades de los inversionistas en cuanto a riesgo y tiempo, por lo que el administrador del portafolio deberá maximizar el rendimiento dado el riesgo asumido” (Martinez y Perozo, 2010:254). Tarea nada fácil, que debe apoyarse en modelos matemáticos y probabilísticos como el de Markowitz, anteriormente mencionado.

Realizado los cálculos se procedió a aplicar el método de Media Varianza para obtener la cartera para simular el comportamiento del Colcap

2.2.1. Aplicación del método Media-Varianza para la obtención de la cartera réplica.

La aplicación del método media-

varianza, sostiene que en las decisiones de inversión sólo se tienen en cuenta el retorno esperado y el riesgo, por ello se basa en la siguiente ecuación (Zapata, 2014). **min.** $\sigma_p^2 = \mathbf{y}' \Sigma \mathbf{y}$; **Sujeto a:** $\mathbf{y}' = \mu = \mu_0$; $\mathbf{y}' \mathbf{1} = 1$; $y(i) \geq 0$ Donde: σ_p^2 es la varianza del portafolio que se desea minimizar

\mathbf{y} = se define como el vector de peso del portafolio que indica qué porcentaje se invertirá en cada acción en el óptimo.

$\Sigma_{ij} = [X_i - \mu_i][X_j - \mu_j]$ es la matriz de varianzas y covarianzas de los rendimientos]

μ es el vector de rendimientos de cada acción

$\mu > 0$ es el rendimiento esperado

Adicional a las restricciones anteriores se debe incluir otra restricción, debido a que la participación de una acción en la canasta del cálculo del Colcap, de ser igual o inferior al 20% (canasta informativa) (Bolsa de Valores de Colombia, 2016). Dicha restricción $Y_i \leq 20\%$;

Una vez se obtienen las acciones que harán parte de la cartera réplica, se procede a su predicción por medio de los modelos estocásticos, para ello es necesario los siguientes pasos:

a) Calibración de los Parámetros del Modelo: Esta calibración se desarrollará teniendo en cuenta el método de los momentos, Los parámetros a estimar son los promedios o medias poblacionales representado por la letra griega μ y las varianzas muestrales representado en este caso por las letras latinas S^2 , este método, después de unas transformaciones matemáticas, se obtiene la ecuación final que se muestran a continuación: (Cortes et al, 2007)

$$\hat{\mu} = \frac{1}{\Delta t} \left(\bar{U} + \frac{S^2}{2} \right), \hat{\sigma} = \frac{S}{\sqrt{\Delta t}}$$

b) El siguiente paso, consiste en la simulación de Montecarlo y de los movimientos Browniano, para ello se recurre a la literatura apoyados en Juan Cortes, (Cortes et al, 2007) citado por (Charrys et al, 2016)

“Se simulan valores de Z como variables aleatorias tipo $Z \sim (0,1)$, generando números de una distribución uniforme $(0,1)$. Posteriormente, a esos números generados, se les aplica la inversa de la función de la distribución de una variable aleatoria $N(0,1)$ ”. (Charrys et al, 2016:12)

c) Se realizaron mil simulaciones, con cinco acciones, estas acciones fueron seleccionadas de las 20 de canasta básica del índice Colcap, dado que el modelo de portafolio óptimo aplicado dio como resultados las acciones referenciadas en estas simulaciones, para un total de cinco mil valores estocásticos para las acciones que componen la canasta del Colcap. Dichas predicciones, siguieron un método Browniano tipo Markov. Luego se les calcula la media y el resultado se utiliza como pronóstico con estimación puntual, con el fin de inferir la cotización de las acciones involucradas en el índice, tomado como referencia el estudio de Charrys, Parodi y Causado (Charrys et al, 2016)

3. Análisis de resultados: Estadísticas, predicciones y medición de errores en la predicción del Colcap

Una vez realizada la predicción de las acciones que componen la cartera réplica, se procede a predecir el índice, teniendo en cuenta la siguiente ecuación (Bolsa de Valores de Colombia, 2016):

$$I(t) = E \sum_{i=1}^n W_i P_i(t)$$

Donde $I(t)$ = valor del índice en el instante t

E = Factor de enlace mediante el cual se da continuidad al índice cuando se presente un rebalanceo o recomposición de la canasta o en caso de darse eventos corporativos que lleven a variaciones en el índice” (Bolsa de Valores de Colombia, 2018)

t = Instante en el cual se calcula el valor del índice.

i = 1, 2, ..., n acciones que componen el índice.

n = Número de acciones en el índice en el instante t

W_i = Ponderador de la acción i en el instante t

P_i = Precio de la acción i en el instante t.

Finalmente se aplican las medidas de bondad de ajuste del error cuadrático medio y del error porcentual absoluto medio, para determinar la eficiencia del modelo, comparando los precios pronosticados y los precios reales.

3.1. Construcción de la Cartera Réplica

Uno de los enfoques que abordan la construcción de la cartera réplica, se identifica el desarrollo por medio de **Componentes Principales**. (Moreno, 2012) “Esta es una técnica multivariante que tiene como objetivo principal reducir la dimensión de una tabla de datos para pasar de “P” variables reales a “k” variables ficticias que, aunque no observables, sean combinación de las reales y sinteticen la mayor parte de la información contenida en los datos, a costa de una pequeña pérdida de información” (Moreno, 2012:19).

En este sentido: Sea $X = [X_1, \dots, X_n]$

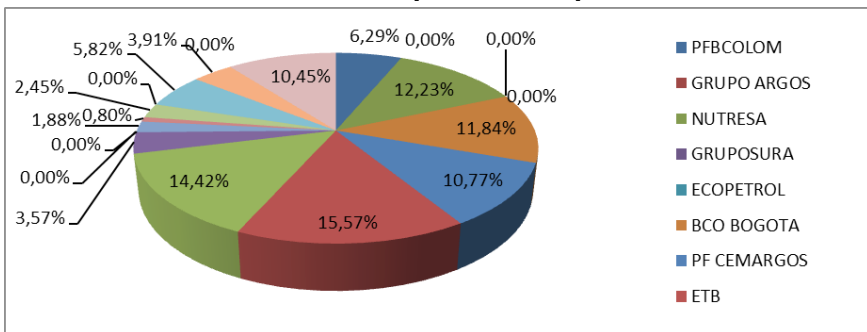
X_p] una matriz de datos multivariantes, en donde las filas representan los individuos y las columnas las “P” variables continuas analizadas. El método de Componentes Principales, lista las variables con sus niveles de correlación, tanto que muy pocas puedan explicar a qué se debe gran parte de la variabilidad de X (Peña, 2014).

Es relevante entonces, el análisis de Componentes Principales y las técnicas de regresión, para crear un algoritmo inédito que permita identificar los títulos que formarán parte de la cartera réplica entre el total de títulos disponibles y la ponderación de cada uno de ellos. (Gujarro y Moya, 2008), El segundo enfoque que aborda el desarrollo de carteras réplicas es el de Media-Varianza desarrollado propuesto por Harry Markowitz, el objetivo de este modelo es buscar un portafolio que, con un mínimo riesgo, maximice la rentabilidad. Dichos portafolios pueden calcularse resolviendo un problema

cuadrático paramétrico (Mendizabal et al, 2002)

Una vez solucionada el problema cuadrático paramétrico, con la utilización de herramientas matemáticas, (puede ser programación automatizada), se obtiene la combinación óptima con pesos específicos para cada acción dentro de la composición del Colcap, comprensiblemente, el programa garantiza que se cumplan las restricciones propias del modelo. (Galvez et al, 2010). Es decir, se encuentra el portafolio óptimo de la canasta de acciones que hacen parte del índice Colcap, este procedimiento, se le agrega, una restricción adicional planteada con el fin de que los activos seleccionados no tuvieran una participación mayor al 20% tal como lo establece la política del índice Colcap, para que la proporción otorgada a cada activo sea mayor o igual a 0, generando de esta manera números positivos, tal como se muestra en el siguiente gráfica 1:

Gráfico 1
Acciones del portafolio óptimo



Fuente: elaboración propia a partir de datos tomados de la BVC

Los números en mención y de acuerdo con la exigencia del modelo, se generan de manera estocástica; el proceso estocástico, posibilita puntualizar el comportamiento a través del tiempo de una variable aleatoria, formalmente, combinando así una “familia de variables aleatorias indexadas por uno o más índices” (Gimeno, 2016:46) (habitualmente, denotado por el tiempo). Fue en el siglo XX cuando se profundizó en el estudio de este proceso estocástico, cuya solución es conocido como movimiento browniano, que es un proceso estocástico gaussiano y se aplicó con éxito en diversos campos (Gimeno, 2016).

Para poder aplicar un proceso estocástico, se necesita previamente el método llamado de Wiener, para modelizar activos subyacentes denominado como Modelo Log-Normal, ya que como se ha anunciado previamente la solución del modelo es un proceso estocástico denominado Modelo Browniano Geométrico (MBG) (Gimeno, 2016).

Paralelamente, (Pérez, 2016) Plantea un modo más simple de simular el Movimiento Browniano, valiéndose de variables aleatorias normales tipificadas, y apelando a la identidad: $B(t)^d = \sqrt{t}Z, Z \sim N(0:1)$, (Pérez, 2016) citado por (Charrys et al, 2016) que sostiene:

“una variable X sigue un proceso de Ito si puede ser expresada mediante la ecuación: $dX = a(x,t)dt + b(x,t)dz$. Donde dz sigue un proceso Wiener, siendo a y b funciones de x y t. Por su parte, aplicando el Lemma de Ito, se

demuestra que una función G de x y t sigue igualmente un proceso Wiener. Entonces, dado que dz sigue el mismo proceso Wiener, se colige que G también sigue un proceso Ito. Así, empleando el Lemma de Ito y si $a = \mu S$ y $b = \sigma S$ se puede observar el proceso seguido por una función G de S y t: según Hull, si $G = \ln S$ y dado que m y s son constantes, entonces como Gt

$$dG = \left(\frac{\partial G}{\partial S} \mu S + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right)$$

= $\ln St$ y $G_{t-1} = \ln St-1$, se tiene: Por consiguiente, se puede establecer que: $\ln \left[\frac{S_t}{S_{t-1}} \sim N \right] \left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) dt, \sigma dz \right]$

Del planteamiento anterior se puede desprender que los valores del activo financiero, se distribuyen en forma Log-Normal y el cambio en los valores del activo S, vale decir la rentabilidad $\ln (St / St-1)$, se distribuye normalmente” (Charris et al, 2016:8)

Como se evidencia en la tabla 1. Todos los activos seleccionados poseen un peso porcentual menor o igual al 20%, cumpliendo con lo establecido por la BVC en la metodología para el cálculo del índice Colcap⁶, sin embargo, hay que mencionar que las acciones que poseen un riesgo medio-bajo son las que mayor participación tienen en el índice, dejando por fuera algunos activos como Ecopetrol, Grupo Sura, Isa, que tienen un riesgo medio-alto, mostrando desventaja frente a otros modelos.

Una vez aplicada la metodología propuesta al objeto de estudio, nos arroja que los activos seleccionados como cartera réplica para predecir el índice Colcap son los siguientes:

⁶ Para mayor claridad, consultar método de obtención del índice Colcap de la BVC (BVC), de mayo de 2016.

Tabla 1
Acciones que conforman la cartera réplica del índice Colcap

ACCIÓN	PESO EN EL PORTAFOLIO
PFBCOLOM	6,29%
NUTRESA	12,23%
BCO BOGOTA	11,84%
PF CEMARGOS	10,77%
ETB	15,57%
BVC	14,42%
CLH	3,57%
PF AVAL	1,88%
PFAVH	0,80%
GRUPOAVAL	2,45%
CORFICOLOMBIANA	5,82%
PF DAVIENDA	3,91%
CONCRET	10,45%
SUMATORIA	100,00%

Fuente: Datos de la Bolsa de Valores de Colombia, organizado y proyectados por los autores

Al dejar por fuera de la canasta de acciones para el cálculo del Colcap, activos muy volátiles, como los mencionados en líneas anteriores, el producto resultante comprueba lo sostenido por Franco y Avendaño, quienes afirman que

“Los portafolios eficientes resultantes en el modelo, se componen con activos de alta rentabilidad, reducida varianza y baja correlación con otros activos, de los que resultan portafolios altamente concentrados en unos pocos títulos” (Franco et al, 2011:76). lo que traduce baja diversificación y alto riesgo.

“El poder de diversificación de un portafolio está en la correlación. Los portafolios que incluyan activos con la menor correlación posible (especialmente negativa) presentarán

menor volatilidad –menor riesgo– que aquellos que incluyan activos altamente correlacionados”. (Franco et al, 2011:76).

Se dejan por fuera activos muy volátiles, porque al hacer el cálculo pueden generar sesgos en las estimaciones y puede conllevar a erróneas interpretaciones de la ponderación promedio de sus cotizaciones. Y lo que se busca precisamente es calcular el Colcap a través de una cartera replica que simule con bajo nivel de dispersión el comportamiento del índice real.

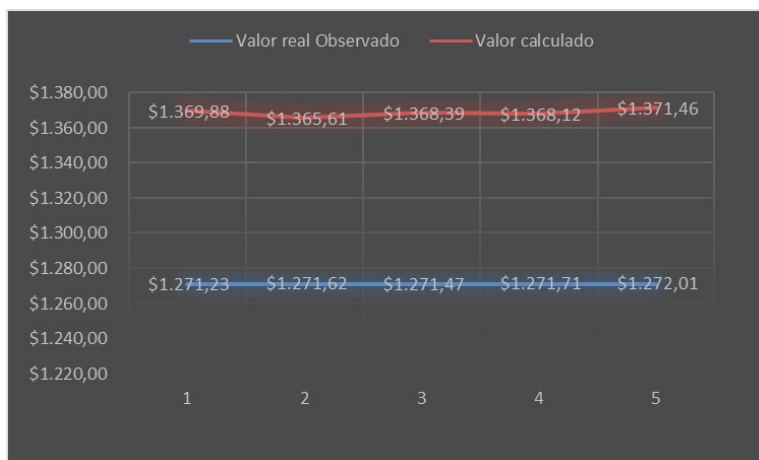
3.2. Calculando el Índice Colcap a partir de la cartera réplica

Luego de haber depurado la canasta básica y determinado las acciones que componen la cartera réplica del índice Colcap, se procedió a realizar las predicciones utilizando los modelos estocásticos; encontrando que los pronósticos realizados se enmarcan en los parámetros estipulados, es decir, comprendidos por encima del límite inferior y por debajo del límite superior lo que muestra un alto grado de eficiencia en el modelo desarrollado.

El efecto detallado del Colcap calculado y el observado, se muestra en el grafico 2, el cual permite deducir: en primer lugar, las distancias entre lo realmente observado y los valores calculados, arrojando una desviación promedio porcentual significativamente baja para cada día; sobre todo, si trata de una cartera réplica calculada con métodos estocásticos. En segundo lugar, ilustra la tendencia del Colcap observado, que se refleja casi como un espejo en el Colcap calculado siguiendo similares ritmos en su comportamiento, siendo el segundo día el de menor dispersión.

Grafico 2

Predicción de los valores del índice Colcap a partir de la construcción de la cartera réplica



Fuente: Datos de la Bolsa de Valores de Colombia, organizado y proyectados por los autores

3.3. Validando el modelo a través del MAPE

Al realizar el pronóstico del índice Colcap, (tabla 2), y compararlos con los observados, se puede inferir, que los valores pronosticados con la construcción de la cartera réplica se encuentran cercanos a los valores reales. Con un error promedio solo del

7%, lo que demuestra la validez del modelo. Con un acierto mayor al 90%. Se razona entonces, que los valores pronosticados se aproximan a los que realmente sucede en la realidad; lo que demuestra que los valores del índice Colcap calculados por intermedio de la cartera réplica, es un buen estimador de los valores reales observados que toma dicho Índice

Tabla 2
Error porcentual medio absoluto (MAPE)

Día	1	2	3	4	5	Promedio
MAPE	7,201	6,883	7,083	7,047	7,251	7,093

Fuente: Datos de la Bolsa de Valores de Colombia, organizado y proyectados por los autores

En este sentido al calcular la cartera replica, se obtuvo un error mínimo (7%), del valor del índice Colcap observado, comparado con el cálculo que se obtuvo de manera estocástica utilizando los modelos de media varianza. Lo que comprueba la validez del modelo

4. Consideraciones finales

Se puede concluir que existe en el comportamiento del precio de los activos financieros un alto componente aleatorio, que influye definitivamente en el desempeño futuro de sus cotizaciones. En este sentido, el modelo de Media-Varianza de Markowitz, constituye herramienta deseable y técnicamente eficiente para construir carteras réplicas, que pronostiquen no solo activos financieros, sino índices financieros, como en el caso particular de estudio del índice de capitalización colombiano Colcap.

Lo anterior, llevaría a pensar a algunos, que el método es una opción a técnicas y sistemas de predicción como el análisis Chartista. Incluso, otros pretenderían suponer que se contraponen estos tipos de análisis. Si bien es cierto, los métodos estocásticos, suponen que el componente aleatorio limita el pensamiento tradicional del chartismo, que sustenta que lo que sucedió en el pasado se repite, o dicho en su propio lenguaje: la historia se repite.

No es menos cierto, que estos métodos el Chartista y los métodos estocásticos, se pueden combinar y terminan complementándose (por lo menos así lo consideran los autores), a tal grado que su mezcla podría llegar a darle más elementos de juicio a los tomadores de decisiones bursátiles. Este tipo de decisiones, no solo aplican

para los activos financieros específicos, sino para la predicción de índices que se encuentren compuestos por una serie de activos y que en la mayoría de los casos tienen una ponderación distinta.

En esta misma línea, la teoría de las caminatas aleatorias constituye un método eficiente para determinar los valores futuros y para la construcción de carteras réplicas que componen un índice, como el índice colombiano de capitalización Colcap. Debido a que no solo pronostica el valor futuro de los activos y del índice, sino que construye una cartera réplica óptima, es decir, seleccionan los activos que lo componen, combinando riesgo y rentabilidad, e identificando aquellos que presenten niveles que hagan más eficiente y real la predicción. Lo que genera ventajas como, por ejemplo, que el inversionista no tendrá que escoger un número determinado de títulos, sino que el modelo le arroja el número de títulos que permiten maximizar la inversión, con unos aceptables niveles de riesgo.

En esta maximización, el modelo excluye los activos con altas volatilidades, lo que resulta de singular interés, dado que en mercados bursátiles pequeños y con altos grados de concentración como el colombiano, dichos activos pueden sesgar la información e influir en la predicción, generando errores y malas interpretaciones.

Sin embargo, y en aras de robustecer el modelo y los análisis, se recomienda para futuras investigaciones utilizar los modelos que tengan en cuenta la presencia de volatilidades que condicionen los resultados de las predicciones. Entre ellos. ARCH, es decir, una auto regresión condicional de la heterocedasticidad y GARCH, heterocedasticidad condicional auto

regresiva generalizada, que supere las limitaciones que ofrecen los modelos lineales y que ajusten de una manera más eficiente la volatilidad entre los activos que componen la canasta básica.

Referencias Bibliográficas

- Aita, A. (2014). Cartera réplica de mínima Varianza relativa. http://eprints.ucm.es/26896/1/TFM_Aita_Antonio.pdf
- Aita, A. (2014). *Cartera réplica de mínima Varianza relativa*. http://eprints.ucm.es/26896/1/TFM_Aita_Antonio.pdf
- Alvarado, L., Sensores, E., Narrete, J. & Licandro, O. (2020). Diagnóstico situacional en microempresas mexicanas: Fracaso o sobrevivencia empresarial. *Revista de Ciencias Sociales (RCS)*, XXVI, 61-76.
- Bolsa de Valores de Colombia. (2016). *Métodología Para el cálculo del índice COLCAP*. Bogota.
- Bolsa de Valores de Colombia. (2018). *BVC*. <https://www.bvc.com.co/>
- Charris, A., Parody, E. y Causado, E. (2016). Aplicación del modelo estocástico wiener gaus para la predicción del precio de acciones del mercado bursátil colombiano. *XXI congreso internacional de Contaduría, Administración e Informática*.
- Cordoba, J. (2017). Elementos para Alcanzar el mercado de capitales que Colombia necesita hoja de ruta y desafíos estructurales. En U. d. Andes, & Uniandes (Ed.), *Documnetos CEDE* (págs. 6-37). Bogota: Uniandes. https://economia.uniandes.edu.co/components/com_booklibrary/ebooks/dcede2017-70.pdf
- Cortes, J., Debon, A. y Moreno, C. (2007). Aplicación del Modelo Log-normal para la predicción de activos del banco Sabadell. *XVI jornadas ASEPUMA, Universidad Politécnica de Valencia*.
- Dapena, P. (2009). Rol del mercado de capitales en el crecimiento de la economía literaruta y evidencia para Argentina. *Universidad del CEMA Working Papers "serie documentos de trabajo"*.
- Delara, A. (2008). *Medición y control de riesgo financiero* (Tercera edición ed.). Limusa.
- Franco, L., Avendaño, C. y Barbutin, H. (2011). Modelo de Markowitz y Modelo de Black-Litterman en la Optimización de Portafolios de Inversión. *Tecno Lógicas*, 71-88.
- Gálvez, P., Salgado, M. y Gutierrez, M. (2010). Optimización De Carteras De Inversión modelo De Markowitz Y Estimación De Volatilidad Con Garch. *Horizontes Empresariales*, 39-50.
- Gimeno, I. (2016). *Modelización estocástica para realizar predicciones del subyacente bankia(BKIA.MC) del IBEX-35*. Universidad Politécnica de València-Facultad de Administración y Dirección de Empresas.
- Gujarro, F. y Moya, I. (2008). Propuesta metodológica para la selección de acciones en la réplica de índices. *Revista Economía Financiera*.
- Huertas, M. (2005). El neoliberalismo y la conformación del estado subsidiario. (U. A. Xochimilco, Ed.) *Política y Cultura*(24), 121-150.
- Martinez, H. y Perozo, B. (2010). Sistema de información gerencial para la optimización de portafolios de inversión. *Revista Venezolana de Gerencia (RVG)*, 15(50), 253-272.
- Maya, C. y Torres, G. (2005). Las caminatas aleatorias no son de este mundo. *Revista académica*

Cartera réplica a partir de modelos estocásticos para predecir el índice bursátil Colcap Parejo Rodríguez, Alexander; Payares Ayola, Marceliano; Parodi Camargo, Eder_____

Universidad EAFIT, 41(138), 65-83.

Mendizabal , A., Miera, L. y Zubia, M. (2002). El modelo de Markowitz en la Gestión de Carteras. *Cuadernos de Gestión Vol 2*, 33-46.

Moraga, H. y Roperó , E. (2018). Gobierno Corporativo y desempeño financiero de las empresas más importantes del mercado bursátil chileno. *Revista Venezolana de Gerencia*, 23(81), 145-162.

Moreno, C. (2012). *Composición de Cartera Réplica para la predicción del índice bursátil Español IBEX 35*. Universidad Politécnica de Valencia. https://riunet.upv.es/bitstream/handle/10251/18453/TRABAJO%20FINAL%20DE%20MASTER_FINAL.pdf?sequence=1

Moreno, C. (2012). *riunet.upv.es*. https://riunet.upv.es/bitstream/handle/10251/18453/TRABAJO%20FINAL%20DE%20MASTER_FINAL.pdf;sequence=1

Moreno, E., Vazquez, D., Larios , L. y Hernandez , S. (Julio de 2015). Interdependencia de los mercados de valores en el mundo. *Economía teoría y práctica*, 43, 155-181.

Murphy. (2016). *Análisis técnico de los mercados financieros*. Mexico: Gestión.

Peña, D. (2014). *Análisis de componentes principales en la estimación de índices de empoderamiento en mujeres de Colombia*. informe final de mastes, Universidad de Granada, Estadística e Investigación Operativa, Granada. [http://masteres.ugr.es/moea/pages/tfm1314/tfmpenamendez/!](http://masteres.ugr.es/moea/pages/tfm1314/tfmpenamendez/)

Pérez, D. (2016). *Cálculo estocástico en finanzas: aplicación del modelo browniano geométrico para la predicción del activo subyacente FCC.MC en el IBEX-35*. Valencia: Universidad Politecnica de Valencia-Facultad de Administración y Dirección de Empresas.

Vieira, E. (2014). Las crisis financieras en la globalización. *Civilizar 14 (26): 115-132*.

Zapata, E. (2014). *Portafolio óptimo en el modelo de media-varianza de Markowitz bajo una condición de cardinalidad*. <http://bibliotecadigital.univalle.edu.co/bitstream/10893/7570/1/CB-0509372.pdf>

• Esta obra está bajo una licencia de Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual 3.0 Unported. http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/deed.es_ES