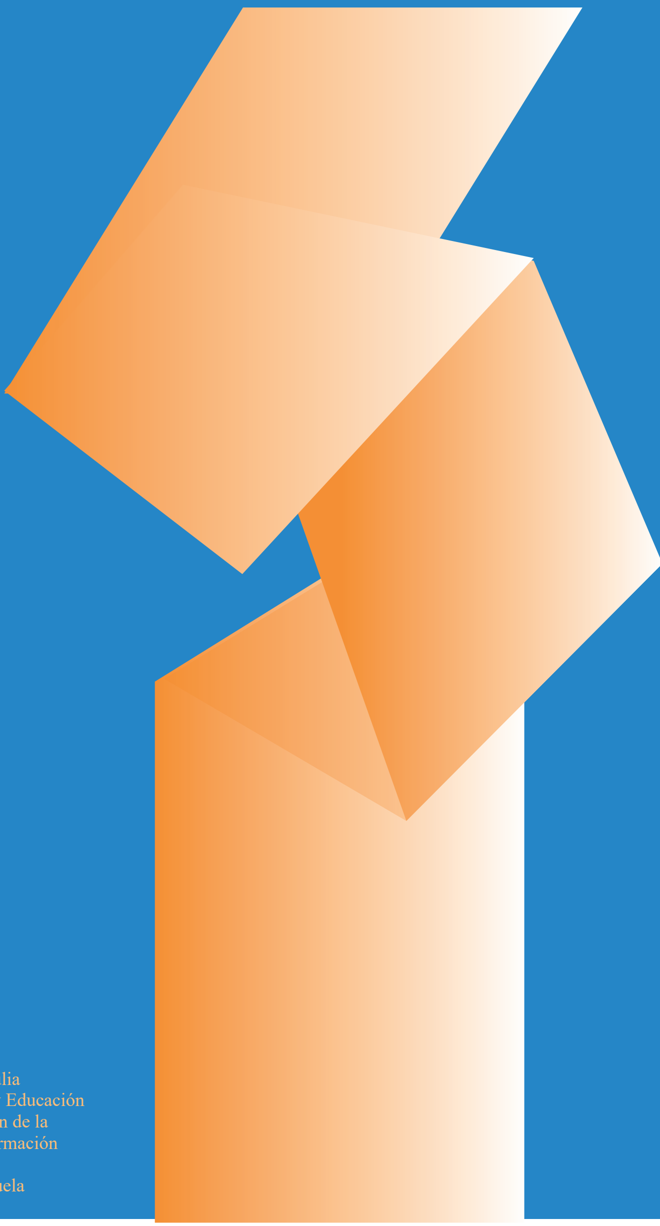
Depósito legal: ppi 201502ZU4635
Esta publicación científica en formato digital es continuidad de la revista impresa
Depósito Legal: pp 200402ZU1627 ISSN:1690-7582

QUÓRUM ACADÉMICO

Revista especializada en temas de la Comunicación y la Información



Universidad del Zulia
Facultad de Humanidades y Educación
Centro de Investigación de la
Comunicación y la Información
(CICI)
Maracaibo - Venezuela

Volumen 22 No. 2 Julio - Diciembre 2025

QUÓRUM ACADÉMICO
Vol. 22 Nº 2, Julio - Diciembre 2025. Pp. 121-144
Universidad del Zulia

Obstáculos epistemológicos y representaciones semióticas en pre-saberes de trigonometría: un enfoque de superación desde el Modelo BARRISO

Luis Barrios[1], Xiomara Arrieta[2], Juan Maradey Coronell[3]

Resumen

En la enseñanza de las matemáticas, y en particular el tema de trigonometría, resulta fundamental partir del conocimiento previo de los estudiantes, pues este permite orientar el aprendizaje y evitar la simple repetición de saberes ya adquiridos. Sin embargo, con frecuencia se privilegia la práctica mecánica de ejercicios enfocados en la aplicación rutinaria de algoritmos sobre la resolución de problemas, que exige comprensión, análisis y toma de decisiones. Esta práctica limita la identificación de errores conceptuales, así como las dificultades que surgen al transitar entre diferentes formas de representación matemática, como la numérica, la algebraica, la gráfica o la verbal. La presente investigación tiene como propósito analizar los pre-saberes de los estudiantes en trigonometría, identificando los obstáculos epistemológicos que interfieren en su comprensión y evaluando la influencia de las representaciones semióticas en el aprendizaje. El estudio se fundamenta en los aportes teóricos de Bachelard (1996) y Duval (1993), en

Recibido: Octubre 2025. Aceptado: Noviembre 2025

1 Doctor en Ciencias Humanas. MSc. en Matemáticas mención docencia. Lcdo. en Matemáticas. Profesor Titular de la IED La Salle y Docente catedrático de la Institución Universitaria de Barranquilla (IUB), Barranquilla, Colombia. E-mail: lmbs19@hotmail.com

2 Doctora en Ciencias Humanas. Postdoctorado en Ciencias Humanas. MSc. en Matemática Aplicada. MSc. en Ciencias Aplicadas Área Física. Lcda. en Educación, mención Ciencias Matemáticas. Profesora Titular de la Universidad del Zulia e Investigadora PEII Nivel C, Maracaibo, Venezuela. E-mail: xarrieta2410@yahoo.com

3 Doctorante en Ciencias Humanas. MSc. en Matemáticas mención docencia. Lcdo. en Matemáticas. Profesor Titular de la IED De Barranquilla CODEBA y Docente de la Universidad Simón Bolívar de Barranquilla (UNISIMON), Barranquilla, Colombia. E-mail: maradeyjuan@gmail.com

articulación con el modelo BARRISO propuesto por Barrios y Delgado (2025). Metodológicamente, se adopta un enfoque cualitativo con diseño fenomenológico e interpretativo-descriptivo, centrado en el análisis de las representaciones gráficas realizadas por 30 estudiantes de educación secundaria durante la resolución de problemas de trigonometría. Los resultados revelan dificultades persistentes en la construcción gráfica, evidenciadas en errores al asignar valores, ubicar ángulos y representar figuras congruentes con el enunciado. Se concluye que estas dificultades responden a la presencia de obstáculos epistemológicos y a limitaciones en los procesos de conversión semiótica, lo que devela la necesidad de nuevos enfoques de enseñanza o estrategias pedagógicas, como el modelo BARRISO para superar dichas barreras y favorecer una comprensión matemática más rigurosa y significativa.

Palabras clave: Obstáculos epistemológicos, representación semiótica, modelo pedagógico BARRISO, pre-saberes, trigonometría, matemáticas.

Epistemological obstacles and semiotic representations in trigonometry prior knowledge: an approach to overcoming difficulties through the BARRISO model

Abstract

In teaching mathematics, and particularly trigonometry, it is essential to build on students' prior knowledge, as this allows learning to be guided and avoids the simple repetition of knowledge already acquired. However, practice often privileges the mechanical execution of exercises focused on the routine application of algorithms over problem solving, which requires comprehension, analysis, and decision-making. This tendency hinders the identification of conceptual errors, as well as the challenges that arise when moving across different forms of mathematical representation, such as numerical, algebraic, graphical, or verbal. The present study aims to analyze students' prior knowledge in trigonometry, identifying the epistemological obstacles that interfere with their understanding and evaluating the influence of semiotic representations on learning. The research is grounded in the theoretical contributions of Bachelard (1996) and Duval (1993), in articulation with the BARRISO model proposed by Barrios and Delgado (2025). Methodologically, a qualitative approach is adopted with a phenomenological and interpretive-descriptive design, focused on the analysis of graphic representations produced by 30 secondary school students while solving trigonometry problems. The results reveal persistent difficulties in graphical construction, evidenced by errors in assigning values, locating angles, and representing figures consistent with the problem statement. It is concluded that these difficulties stem from the presence of epistemological obstacles and limitations in semiotic conversion processes, which reveals the need for new teaching approaches or pedagogical strategies, such as the BARRISO model, to overcome these barriers and promote a more rigorous and meaningful mathematical understanding.

Keywords: Epistemological obstacles, semiotic representation, BARRISO pedagogical model, prior knowledge, trigonometry, mathematics

1. Introducción

En el ámbito educativo, la enseñanza de las matemáticas, y en particular el tema de trigonometría, ha estado marcada por la introducción de nuevos contenidos sin la mediación de un diagnóstico previo que permita identificar las dificultades específicas del estudiantado ni explorar sus necesidades cognitivas particulares. Esta omisión compromete la pertinencia de las estrategias didácticas, dado que la práctica docente suele centrarse en la asignación de calificaciones como principal indicador del desempeño, desatendiendo enfoques orientados a la mejora efectiva de los procesos de aprendizaje. En consecuencia, el interés se orienta hacia el cumplimiento de temarios establecidos, reduciendo las oportunidades para fomentar el desarrollo de habilidades matemáticas significativas y contextualizadas (Párraga-Quijano et al., 2024; García & Atilano, 2024; Beltrán-Pellicer & Alsina, 2022).

Si bien en numerosos contextos escolares se aplican pruebas diagnósticas al inicio de los períodos académicos, su implementación suele estar condicionada por exigencias administrativas que limitan su valor pedagógico.

Esta visión instrumental restringe su capacidad para explorar los saberes previos y los prerrequisitos conceptuales que favorecen la apropiación de nuevos contenidos. No obstante, desde una perspectiva semiótica, dichas pruebas pueden convertirse en un medio privilegiado para analizar las representaciones que los estudiantes movilizan frente a situaciones matemáticas. De acuerdo a Duval (2006), el aprendizaje matemático implica coordinar distintos registros de representación (gráfico, simbólico, verbal, entre otros), y las dificultades en dicha coordinación suelen generar errores persistentes. En consecuencia, el diagnóstico no debe asumirse como un trámite formal, sino como un proceso sustantivo que permita reconocer competencias, necesidades y registros semióticos del estudiantado, a fin de diseñar apoyos pertinentes que impulsen aprendizajes significativos desde el inicio (Bruna-Jofré et al., 2023).

La enseñanza de las matemáticas también ha estado históricamente dominada por la ejercitación mecánica, centrada en la repetición sistemática de procedimientos algorítmicos. Esta orientación metodológica tiende a relegar la resolución de problemas como eje articulador del aprendizaje, lo que limita el desarrollo del pensamiento crítico y la comprensión profunda de los conceptos (Orozco-Carvajal, 2023). Teniendo en cuenta que la trigonometría es clave en ciencias como física, arquitectura, astronomía, ingeniería, geografía, telecomunicaciones, su estudio no debe estar limitado al cálculo de distancias y ángulos, sin un análisis profundo de situaciones que conecten lo abstracto con lo concreto. En esta línea, Patiño et al. (2021) advierten que, en la práctica docente, es común que el profesorado focalice sus clases en ejercicios rutinarios, con frecuencia desvinculados de contextos significativos o experiencias reales del estudiantado. Tal enfoque propicia una enseñanza orientada a la obtención de respuestas automáticas, lo que obstaculiza la construcción de sentido matemático y restringe la transferencia de saberes hacia situaciones cotidianas (Cerón, 2024).

Por otro lado, los errores cometidos por los estudiantes suelen interpretarse como signos de fracaso, lo que genera desmotivación, bajo rendimiento y rechazo hacia las matemáticas. Sin embargo, desde la epistemología de Bachelard (1996), el error no debe entenderse como una simple equivocación, sino como la manifestación de obstáculos epistemológicos que emergen en el proceso de construcción del conocimiento. Dichos obstáculos configuran formas de pensamiento que limitan la comprensión profunda de los conceptos matemáticos. En consecuencia, el tratamiento de los errores debe asumirse como una práctica reflexiva y fundamentada, orientada a identificar sus raíces epistemológicas y a promover rupturas cognitivas que favorezcan el avance conceptual (Molina et al., 2025; Mendoza et al., 2021; Bachelard, 2000).

A partir de lo anterior, el presente artículo tiene como propósito analizar los pre-saberes de los estudiantes en trigonometría, identificando los obstáculos epistemológicos que interfieren en su comprensión y evaluando la influencia de las representaciones semióticas en el aprendizaje. Con este fin, se plantea la aplicación del modelo BARRISO como estrategia pedagógica que articula el diagnóstico semiótico con el abordaje de los errores, favoreciendo la superación de obstáculos y la construcción de significados matemáticos relevantes.

2. Fundamentos teóricos

2.1. Pre-saberes

El término pre-saber (conocimiento o idea previa) alude a los conocimientos, experiencias, creencias y representaciones que los estudiantes poseen antes de enfrentarse a nuevos contenidos. Estos no se reducen a información acumulada, sino que comprenden estructuras cognitivas, interpretaciones del mundo y formas de pensar que determinan la manera en que se asimilan los aprendizajes; además, constituyen la base sobre la cual se construyen nuevos significados (Brod, 2021; Adawiyah et al., 2022).

En consecuencia, los conocimientos previos condicionan la comprensión, la construcción de relaciones entre conceptos y la interpretación de diferentes registros de representación (gráfico, simbólico, verbal, entre otros). Su reconocimiento permite al docente diseñar intervenciones didácticas que partan de la realidad cognitiva del alumnado, favoreciendo aprendizajes más significativos y efectivos (Orozco-Carvajal, 2023; Duval, 1993)

2.2. Obstáculos epistemológicos

El concepto de obstáculo epistemológico, introducido por Bachelard (1934), se refiere a las barreras internas que dificultan la construcción del conocimiento científico. Estos surgen del propio pensamiento del individuo, arraigados en concepciones previas, hábitos intelectuales y modos de razonamiento que, aunque funcionales en otros contextos, resultan inadecuados para comprender nuevos saberes. En el campo de la educación matemática. según Da Silva et al., (2025), Peña (2024) y Villalba (2024), estos obstáculos se evidencian cuando los estudiantes interpretan conceptos con base en saberes intuitivos o informales, aplicando esquemas mentales inapropiados para la naturaleza formal y abstracta de la disciplina.

Trindade et al. (2019), enuncian los tipos de obstáculos epistemológicos que inciden en el aprendizaje, basándose en la teoría de Bachelard (1996):

- Experiencia primera: caracterizada por la opinión y la observación básica, que privilegia lo inmediato y lo visible.
- Obstáculos verbales: originados en el uso de analogías, metáforas o asociaciones entre palabras concretas y abstractas que inducen a errores conceptuales.
- Obstáculos sustancialistas: cuando se atribuyen cualidades o imágenes a los fenómenos, vinculándolos a una sustancia en lugar de comprenderlos de manera abstracta.
- Obstáculos animistas: dar vida a representaciones para explicar contenidos, atribuyendo características vitales a objetos o fenómenos inanimados.
- Obstáculos realistas: aceptar la sustancia de un objeto como un bien personal, limitando la comprensión al plano concreto sin avanzar a lo abstracto.
- Conocimientos unitario y pragmático: generalizaciones exageradas y tendencias a unificar o extender indebidamente principios, creando falsos problemas.

Estos obstáculos evidencian que aprender no es simplemente incorporar nueva información, sino transformar las estructuras cognitivas, superando concepciones previas que, aunque coherentes en la vida cotidiana, resultan inadecuadas para el pensamiento científico.

2.3. Representación semiótica

Las representaciones semióticas constituyen sistemas de signos como el lenguaje natural, las expresiones algebraicas, las gráficas o las figuras geométricas, que posibilitan la descripción y comunicación de los objetos matemáticos, carentes de existencia física. En este sentido, Duval (1993) sostiene que el aprendizaje matemático depende de la capacidad de los estudiantes para movilizar, coordinar y transformar diversas representaciones de un mismo concepto, proceso fundamental para el desarrollo de una comprensión profunda y flexible. Por su parte, Lizana y Antezana (2021) argumentan que el uso sistemático de estas representaciones tiene un impacto significativo en la comprensión de los conceptos fundamentales de las matemáticas, especialmente cuando se integran en propuestas didácticas que articulan aspectos visuales, simbólicos y verbales de manera intencionada.

En su desarrollo teórico, Duval (2006) identifica dos procesos cognitivos esenciales vinculados al uso de representaciones. El primero es el tratamiento, que corresponde a las operaciones realizadas dentro de un mismo registro, como la simplificación de una expresión algebraica o la modificación de una figura manteniéndose en el plano gráfico. El segundo es la conversión, entendida como la transformación de una representación de un registro a otro, por ejemplo, al pasar de una descripción verbal a un diagrama o de una figura geométrica a una fórmula trigonométrica.

2.4. Modelo Pedagógico BARRISO

El Modelo Pedagógico BARRISO surge con el propósito de reorientar la práctica docente hacia un enfoque más reflexivo, dinámico y contextualizado, centrado en el desarrollo del pensamiento geométrico espacial. Su propuesta parte de la idea de que la enseñanza de la geometría debe ir más allá de la transmisión de definiciones y procedimientos, fomentando en los estudiantes la capacidad de observar, interpretar y aplicar conceptos geométricos en situaciones reales (Barrios y Delgado, 2025).

Este modelo propone ocho Acciones Pedagógicas en la Enseñanza de la Geometría (APEG), las cuales constituyen estrategias concretas que el docente puede implementar para enriquecer su práctica y favorecer aprendizajes significativos. De estas acciones, el presente estudio aborda dos de particular relevancia, que buscan transformar la experiencia de aprendizaje en un proceso activo y significativo, en el que el alumno asimile contenidos y desarrolle competencias para observar, analizar y modelar el mundo desde una perspectiva geométrica fundamentada:

- Identificación de la geometría en el entorno: consiste en guiar a los estudiantes a reconocer, en su contexto cercano, formas, estructuras y relaciones geométricas presentes en objetos, espacios y fenómenos, favoreciendo la conexión entre el conocimiento escolar y la realidad cotidiana.

- Problemas de situaciones contextuales: plantea el uso de problemas vinculados a contextos reales que desafíen al estudiante a aplicar conceptos geométricos para su resolución, promoviendo la interpretación, la representación y la argumentación.

2.5. Obstáculos epistemológicos y representaciones semióticas como base para la aplicación del Modelo BARRISO en el abordaje de pre-saberes trigonométricos

El análisis de los pre-saberes en trigonometría exige una mirada integradora que articule perspectivas teóricas, con el fin de comprender tanto las concepciones iniciales de los estudiantes como las barreras que inciden en su proceso de aprendizaje. En este marco, la noción de obstáculo epistemológico permite reconocer que muchas de las dificultades no se derivan exclusivamente de la falta de práctica, sino de la persistencia de concepciones previas (Bachelard, 1934; 2000). Complementariamente, la teoría de las representaciones semióticas aporta una dimensión cognitiva clave al señalar que la comprensión profunda de un concepto trigonométrico depende de la capacidad del alumno para manejar y coordinar distintos registros de representación (gráfico, numérico-simbólico, algebraico y verbal), así como para realizar conversiones significativas entre ellos (Duval, 1993; 2006).

En ese contexto, el Modelo Pedagógico BARRISO, orientado a la transformación de la práctica docente y al desarrollo del pensamiento geométrico espacial, ofrece un marco metodológico pertinente para abordar conocimientos previos en matemáticas. La implementación de las Acciones Pedagógicas en la Enseñanza de la Geometría (APEG) permite al docente trabajar desde los pre-saberes, confrontar ideas erróneas y promover la interacción entre registros de representación, favoreciendo así la superación de obstáculos epistemológicos y el fortalecimiento de la comprensión conceptual (Barrios y Delgado, 2025).

Así, el estudio de la trigonometría no debe limitarse a la evaluación de conocimientos previos, sino orientarse hacia la exploración de los modos de pensamiento del alumno: qué representaciones moviliza, qué concepciones lo condicionan y cómo la enseñanza puede intervenir para transformar dichas concepciones y construir un conocimiento matemático más sólido, articulado y transferible.

3. Metodología

La presente investigación se desarrolló bajo un enfoque cualitativo, orientado a comprender en profundidad los significados, percepciones y procesos que los estudiantes construyen en torno a la trigonometría, sin generalizar los resultados de manera estadística. Tal como señalan Quezada y Arrieta (2021) y Hernández-Sampieri y Mendoza (2018), este enfoque permite interpretar la realidad educativa desde la perspectiva de los actores implicados, atendiendo a la complejidad de sus experiencias y construcciones simbólicas.

El diseño metodológico adoptado fue de tipo fenomenológico, centrado en la descripción y análisis de las vivencias subjetivas de los participantes en su contexto natural. Desde la perspectiva de Finol y Arrieta (2021), este diseño busca captar la esencia del fenómeno educativo a partir de las narrativas y descripciones de quienes lo experimentan, favoreciendo una comprensión situada y profunda. Asimismo, el estudio se enmarca en un enfoque interpretativo-descriptivo, según lo planteado por Niño (2019), orientado a la caracterización detallada de los fenómenos observados, con el propósito de reflejar de manera rigurosa y auténtica la realidad objeto de análisis.

Se utilizó la observación participante como técnica principal de recolección de información, lo que permitió una inmersión directa en el contexto de estudio y una comprensión situada de las interacciones. Como instrumento, se aplicó una guía de trabajo estructurada, diseñada por los docentes investigadores, que permitió organizar, categorizar y sistematizar las respuestas de los participantes en relación con las actividades propuestas. Posteriormente, un docente investigador realizó una intervención pedagógica mediada por el Modelo BARRISO, orientada a profundizar en los significados construidos, retroalimentar los procesos de aprendizaje y favorecer la reflexión contextualizada a partir de la información recolectada. La información fue interpretada mediante la técnica de análisis de contenido que organiza y examina información cualitativa para identificar significados relevantes, facilitando la interpretación de los registros y la obtención de conclusiones coherentes al propósito de la investigación (Hernández-Sampieri y Mendoza, 2018).

La muestra estuvo conformada por 30 estudiantes de décimo grado, pertenecientes a la Institución Educativa Distrital La Salle, Barranquilla, Colombia. La selección fue intencional, dado que los participantes habían trabajado previamente en temáticas relacionadas con la trigonometría, lo cual aseguraba un nivel básico de familiarización con el contenido. Los alumnos cuentan edades comprendidas entre 15 y 17 años, etapa en la que se encuentran en proceso de consolidación de habilidades lógico-matemáticas y de desarrollo del pensamiento abstracto, aspectos pertinentes para los objetivos del estudio. La investigación contó con la autorización institucional y el consentimiento informado de los participantes, garantizando el cumplimiento de los principios éticos de confidencialidad, voluntariedad y respeto por la dignidad de los sujetos involucrados.

3.1. Aplicación de la guía de trabajo en el aula

La implementación de la actividad en el aula se estructuró en dos momentos pedagógicos complementarios, diseñados para favorecer la articulación entre distintos registros de representación semiótica. En el primer momento, se entregó a los estudiantes una guía de trabajo que incluía tres problemas formulados en registro verbal, con un nivel de dificultad básico y centrados en el uso de razones trigonométricas, con la finalidad de promover la comprensión inicial de los conceptos fundamentales, facilitar la identificación de las razones seno, coseno y tangente de un ángulo en triángulos rectángulos, favorecer la transición desde el lenguaje cotidiano hacia el lenguaje matemático formal, activando conocimientos previos y el razonamiento proporcional, para lograr la articulación entre distintos registros de representación semiótica (Figura 1).

En el segundo momento, se solicitó a los participantes la elaboración de un boceto gráfico que representara la situación descrita en cada problema, con el objetivo de vincular la comprensión textual con la interpretación geométrica, promoviendo así el proceso cognitivo de conversión entre registros, tal como lo plantea Duval (2006). Esta dinámica permitió observar cómo los educandos activan sus pre-saberes y enfrentan los desafíos propios de la transición entre representaciones, en el marco de una experiencia situada y significativa, que favorece la construcción de significados desde la interacción entre lo verbal, lo visual y lo simbólico.

Figura 1. Problemas presentados a los alumnos en la guía de trabajo.

Problemas iniciales:

1. Un árbol proyecta una sombra de 10 metros de longitud cuando los rayos del sol forman un ángulo de 30° con el suelo. ¿Cuál es la altura del árbol?
2. Se coloca una escalera de 3 metros de largo apoyada contra una pared, formando un ángulo de 60° con el suelo. ¿A qué altura llega la escalera sobre la pared?
3. Un dron se eleva en línea recta formando un ángulo de 45° respecto al suelo. Después de avanzar 100 metros por esa trayectoria, ¿a qué altura se encuentra respecto al suelo y qué distancia ha recorrido horizontalmente?

Dibujo 1	Dibujo 2	Dibujo 3
Proceso:	**Proceso:**	**Proceso:**

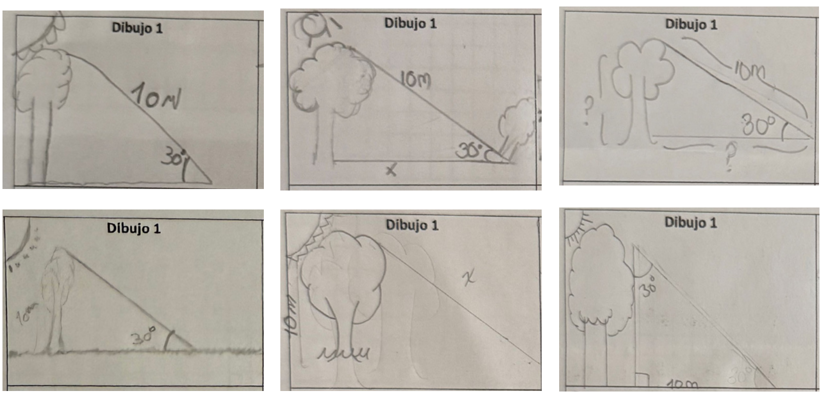
Fuente: Barrios, Arrieta y Maradey (2025)

4. Resultados y discusión

Al examinar las producciones gráficas elaboradas por los estudiantes frente al primer problema propuesto: “Un árbol proyecta una sombra de 10 metros de longitud cuando los rayos del sol forman un ángulo de 30° con el suelo. ¿Cuál es la altura del árbol?”, se realizó un análisis interpretativo desde dos marcos teóricos complementarios: los obstáculos epistemológicos planteados por Bachelard (1934) y la teoría de las representaciones semióticas desarrollada por Duval (1993).

Si bien los problemas trabajados son sencillos y han estado presentes en los libros de texto desde hace décadas, la actividad los retoma no como ejercicios rutinarios, sino como referentes que permiten situar al estudiante en un contexto cercano y emplear el entorno como recurso inmediato en el aula. La Figura 2 presenta una selección de las representaciones gráficas realizadas por los educandos, a partir de las cuales se examinan las técnicas de representación, los errores recurrentes y las concepciones previas que inciden en la comprensión del problema inicial de la guía de trabajo.

Figura 2. Representación del primer problema de la guía de trabajo.



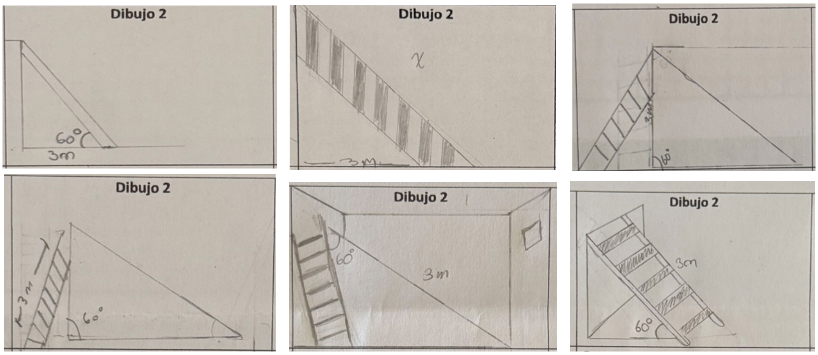
Fuente: Barrios, Arrieta y Maradey (2025)

En los dibujos de la Figura 2, se observa una confusión entre la longitud de la sombra y la hipotenusa del triángulo rectángulo que se forma, asignando a esta última el valor de 10 metros (a, b y c). En otras representaciones, la medida de la sombra fue representada como si correspondiera a la altura del árbol, lo que denota dificultades en el pensamiento lógico y en la comprensión del problema (d y e). Además, se evidencia un error en la ubicación del ángulo respecto al suelo, lo que revela una disposición automática de los elementos sin atender al enunciado (f). No obstante, también se identifican aspectos positivos, como la correcta ubicación del sol en relación con el suelo para la formación de la sombra, lo cual refleja una aproximación adecuada al contexto del problema.

De acuerdo con las producciones gráficas de los alumnos frente al segundo problema presentado: "Se coloca una escalera de 3 metros de largo apoyada contra una pared, formando un ángulo de 60° con el suelo. ¿A qué altura llega la escalera sobre la pared?", se identificaron diferentes tipos de representaciones que se presentan a continuación.

En los registros gráficos de la Figura 3 se evidencia cómo algunos estudiantes asignaron erróneamente los 3 metros a la base del triángulo rectángulo, sin considerar que dicha medida corresponde a la escalera, la cual, en el contexto geométrico, actúa como hipotenusa (a y b). En otros casos, la confusión fue más profunda: los 3 metros se ubicaron como altura y el ángulo de 60° se situó en la posición del ángulo recto, revelando una distorsión en la interpretación del enunciado y en la construcción del triángulo rectángulo (c y d). También se identificaron disposiciones espaciales incoherentes con el planteamiento verbal del problema (e), y solo una de las producciones representa correctamente la situación, con la escalera dibujada como hipotenusa, el ángulo de 60° en el suelo y los 3 metros asignados adecuadamente a la longitud de la escalera (f).

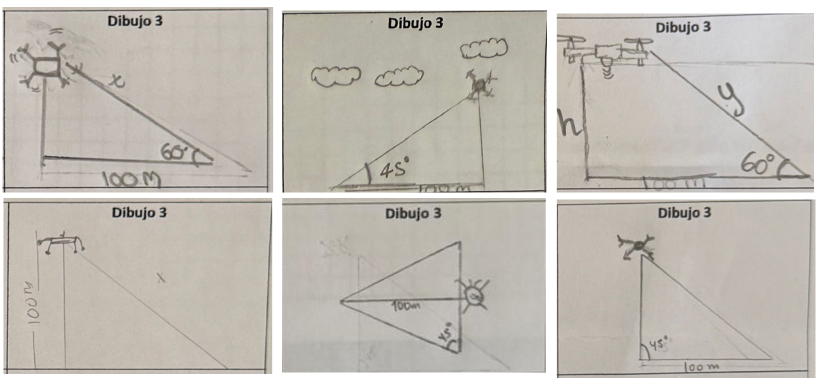
Figura 3. Representación del segundo problema de la guía de trabajo.



Fuente: Barrios, Arrieta y Maradey (2025)

A partir del análisis de las construcciones geométricas realizadas por los estudiantes ante el tercer problema: “Un dron se eleva en línea recta formando un ángulo de 45° respecto al suelo. Después de avanzar 100 metros por esa trayectoria, ¿a qué altura se encuentra respecto al suelo y qué distancia ha recorrido horizontalmente?”, se identificaron diversas formas de representación recogidas en la Figura 4.

Figura 4. Representación del tercer problema de la guía de trabajo.



Fuente: Barrios, Arrieta y Maradey (2025)

En los registros gráficos se observa una confusión entre el desplazamiento real del dron (hipotenusa) y la distancia horizontal recorrida, ubicando los

100 metros como base del triángulo (a, b y c). En otros dibujos, los 100 metros fueron interpretados como altura, situándolos en el cateto vertical, lo que evidencia una asociación inmediata entre movimiento ascendente y “altura” sin considerar la trayectoria descrita (d). También se identificó una construcción acutángula, es decir, un triángulo con ángulos menores a 90°, que fue dividido en dos triángulos rectángulos. Esta representación no corresponde al planteamiento geométrico del problema, pues desvirtúa la relación entre sombra, altura y ángulo de incidencia solar. Tal proceder revela limitaciones en la identificación de la estructura básica de la situación (e). Asimismo, se observa la ubicación incorrecta del ángulo de 45°, situado en el vértice del ángulo recto (f).

Los resultados obtenidos en los tres problemas muestran la presencia de dificultades recurrentes en los procesos de interpretación y representación gráfica de los estudiantes. Desde la perspectiva de los obstáculos epistemológicos planteados por Bachelard (1934, 2000), se observa principalmente tres tipos de bloqueos en el pensamiento: 1) experiencia primera, evidente cuando los estudiantes asignaron directamente los valores dados a las dimensiones más visibles (como la base o la altura), privilegiando lo inmediato y lo perceptual sin atender al sentido del enunciado; 2) obstáculos realistas, manifestados en la ubicación automática de ángulos o en la disposición habitual de los elementos geométricos, donde la representación concreta prima sobre el análisis abstracto y racional de la situación y, 3) obstáculos verbales, presentes en la interpretación literal de términos como altura, sombra o trayectoria, los cuales son comprendidos desde el lenguaje cotidiano y no desde su significado geométrico, generando barreras en la construcción de los triángulos.

Diversos estudios coinciden en que las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas no pueden reducirse únicamente a la falta de práctica o al desconocimiento de contenidos, sino que responden a la persistencia de concepciones previas que operan como obstáculos epistemológicos. Peña (2024) sostiene que estos obstáculos pueden entenderse como prejuicios o ideas iniciales que median la forma en que los estudiantes interpretan la realidad, limitando el acceso a comprensiones más abstractas y científicamente fundamentadas. Lejos de enriquecer el conocimiento, tales concepciones se consolidan como barreras cognitivas que dificultan la apropiación de saberes matemáticos rigurosos. En esta misma línea, Molina et al. (2025), Peña (2024) y Villalba (2024) advierten que los errores recurrentes en la resolución de problemas pueden configurarse como modelos mentales funcionales en ciertos contextos, pero carentes de validez científica, lo que restringe el desarrollo conceptual.

Complementariamente, Pedrosa et al. (2022) señalan que muchas de estas concepciones se originan en etapas escolares tempranas y se trasladan de manera acrítica a niveles más complejos, generando interpretaciones limitadas desde marcos topológicos cotidianos. Esta transferencia no reflexiva impide que los alumnos articulen dichas nociones con un razonamiento geométrico formal, lo que evidencia la necesidad de estrategias pedagógicas que promuevan rupturas epistemológicas y reconstrucciones conceptuales.

Desde la perspectiva del enfoque semiótico propuesto por Duval (1993, 2006), los errores cometidos por los educandos en tareas geométricas pueden interpretarse como fallas en los procesos de conversión y coordinación entre distintos registros de representación. En este sentido, se identificaron dificultades significativas al momento de traducir el registro verbal del enunciado al registro gráfico correspondiente, lo que derivó en construcciones incorrectas de triángulos, asignaciones erróneas de magnitudes y ubicaciones incoherentes de ángulos.

Las deficiencias describas no solo demuestran una comprensión parcial del contenido, sino también una limitada capacidad para movilizar de manera integrada los sistemas semióticos implicados. De manera ilustrativa, algunos intentos de representación revelan una fragmentación entre registros, como en el caso del triángulo acutángulo dividido en dos partes (Figura 4, e), lo que pone de manifiesto la ausencia de una articulación que permita interpretar coherentemente la información geométrica desde una perspectiva multirrepresentacional.

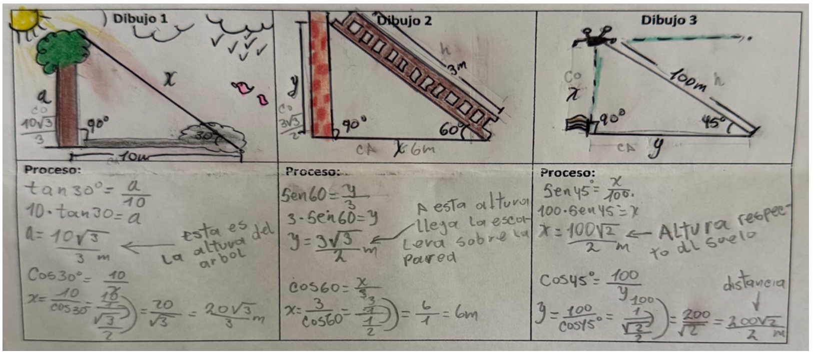
La persistencia de respuestas escolares con rasgos irreales o incluso surrealistas, como advierten Zapatera et al. (2024), pone en evidencia una enseñanza matemática que, al estar descontextualizada y desvinculada de la experiencia cotidiana, limita la construcción de significados pertinentes. Esta desconexión se ve agravada por la predominancia de la ejercitación mecánica sobre la resolución de problemas auténticos, lo que conduce a una práctica escolar centrada en la repetición de algoritmos sin promover el pensamiento crítico ni la comprensión profunda (Cerón, 2024).

En consecuencia, los educandos desarrollan hábitos cognitivos orientados a la automatización, en vez de la reflexión y la argumentación matemática. A ello se suma la escasa implementación de pruebas diagnósticas que permitan identificar las dificultades conceptuales previas, lo cual repercute negativamente en la interpretación de problemas textuales y en la articulación de saberes matemáticos más complejos (Bruna-Jofré et al., 2023). Estos factores configuran un escenario pedagógico que exige una revisión profunda de las prácticas docentes, orientada hacia modelos que favorezcan la contextualización, la problematización y la evaluación formativa como ejes para una enseñanza matemática significativa.

4.1. Intervención del docente investigador mediada por el Modelo BARRISO.

El docente investigador, tras observar y analizar los dibujos iniciales elaborados por los estudiantes, ofreció una retroalimentación general mediante preguntas orientadoras vinculadas a cada problema, con el objetivo de que los alumnos identificaran los errores presentes en sus representaciones gráficas. Para facilitar las interpretaciones de los problemas, se recurrió incluso a elementos disponibles en el aula como recursos inmediatos. A continuación, se les instó a revisar y perfeccionar sus producciones, así como a contrastarlas con las de sus compañeros, fomentando la reflexión colectiva y la validación conceptual. Esta dinámica permitió que los educandos, a partir de la corrección de sus representaciones, avanzaran hacia la resolución de los problemas mediante el uso de cálculos matemáticos coherentes con los enunciados planteados, lo que se puede evidenciar en la Figura 5.

Figura 5. Representaciones finales y procesos de solución a los problemas de un alumno



Fuente: Barrios, Arrieta y Maradey (2025)

En las representaciones finales se evidenció un progreso significativo en la mayoría de los estudiantes, lo que refleja una comprensión más sólida de los problemas trabajados. Gracias a la intervención docente y a los procesos de retroalimentación, los participantes lograron reconstruir sus dibujos incorporando adecuadamente los datos numéricos, la disposición correcta de los ángulos y la identificación precisa de la hipotenusa y los catetos. Este avance se complementó con una transición efectiva del registro gráfico al simbólico–algebraico, aplicando con pertinencia las razones trigonométricas para resolver las incógnitas.

La resolución de problemas de mayor complejidad, utilizando las APEG (identificación de la geometría en el entorno y problemas de situaciones contextuales), permitió consolidar estos progresos, al exigir que los estudiantes trascendieran los planteamientos básicos presentes en los textos escolares. Este proceso dio lugar a un aprendizaje matemático más profundo y contextualizado, con mayor capacidad de transferencia a situaciones reales, en concordancia con lo señalado por Morán et al. (2024). Asimismo, Yupanqui (2023) subraya que el reconocimiento de las experiencias previas y culturales de los estudiantes potencia su capacidad para descifrar problemas, vincularse con el saber matemático y desarrollar un aprendizaje global. Desde esta perspectiva, la propuesta fundamentada en el Modelo BARRISO no solo permitió superar obstáculos epistemológicos iniciales, sino que también articuló de manera coherente distintos registros de representación, promoviendo una comprensión rigurosa y culturalmente pertinente de los contenidos.

Asimismo, el Modelo BARRISO enfatiza la aplicación de las APEG como estrategia para reconocer la geometría implícita en fenómenos del entorno antes de recurrir a procedimientos formales (Barrios & Delgado, 2025). Este enfoque favorece una aproximación significativa que prioriza la observación, la interpretación y la problematización de lo visible, al tiempo que confronta las percepciones iniciales con estructuras racionales que permiten establecer correspondencias precisas entre registros verbales, gráficos y algebraicos. La integración entre lo perceptual y lo formal se erige, así, como un eje fundamental para superar fragmentaciones cognitivas y avanzar hacia una comprensión geométrica integrada y científicamente fundamentada (Lizana & Antezana, 2021). En consecuencia, la enseñanza de las matemáticas debe entenderse como un conocimiento en continua reconstrucción, donde diseñar estrategias efectivas implica reconocer la complejidad de las interacciones entre actores, contenidos, recursos y contextos educativos (Barrios & Delgado, 2025; Litardo, 2023).

5. Conclusiones

Los hallazgos de este estudio evidencian que los estudiantes presentaron dificultades recurrentes en la representación gráfica de los tres problemas de trigonometría trabajados, lo que se tradujo en errores al ubicar ángulos, asignar valores y construir figuras coherentes con los enunciados. Dichos errores no se limitan a fallas operativas, sino que persistieron en cada uno de los problemas y en la mayoría de los participantes, manifestándose como obstáculos epistemológicos propios de cada estudiante, enraizados tanto en concepciones previas como en la influencia del lenguaje cotidiano sobre los conceptos matemáticos.

Desde la perspectiva de las representaciones semióticas, se constata que gran parte de las dificultades radican en la conversión entre registros, particularmente al pasar del enunciado verbal al registro gráfico. La falta de coordinación entre registros impide, en muchos casos, que los estudiantes reconozcan las estructuras geométricas subyacentes y avancen hacia un tratamiento algebraico adecuado de los problemas.

El Modelo Pedagógico BARRISO se presenta como una estrategia pertinente para superar estas barreras, ya que promueve la identificación de la geometría en contextos cercanos, la reflexión colectiva sobre los errores y la articulación progresiva entre registros. La intervención del docente-investigador mediada por este modelo permite que los estudiantes corrijan sus representaciones iniciales y avancen hacia la resolución de problemas mediante el uso de razones trigonométricas más complejos y cercanos al entorno.

Finalmente, es importante reconocer que este estudio presenta algunas limitaciones. Los resultados corresponden a un grupo reducido de estudiantes de una institución específica, lo que restringe la posibilidad de generalizar los hallazgos a otros contextos educativos. Asimismo, el análisis se centra en tres problemas de trigonometría, lo cual acota el espectro de observación. Esta delimitación permite identificar que los errores no se presentan de manera aislada o circunstancial, sino que persisten en cada situación planteada, manifestándose como verdaderos obstáculos epistemológicos y no como simples equivocaciones operativas. Futuras investigaciones pueden ampliar la muestra, incorporar otros contenidos matemáticos y explorar cómo la mediación del Modelo BARRISO impacta en la superación de obstáculos en distintos niveles educativos.

6. Referencias bibliográficas

Adawiyah, R., Meiliasari, M., Aziz, T. A. (2022). The Role of Prior Mathematical Knowledge and Interestin Mathematics on Mathematical Concept Understanding Ability in Senior High School Students. Journal of Innovative Mathematics Learning (JIML), 5(4), 196-204. https://doi.org/10.22460/jiml.v5i4.15397

Bachelard, G. (1934). Lumière et substance. Revue de métaphysique et de morale, 41(3), 343-366. http://www.jstor.org/stable/40897288

Bachelard, G. (1996). A formação do espírito científico: contribuição para uma psicanálise do conhecimento (Estela dos Santos Abreu, trad.). Rio de Janeiro: Contraponto.

Bachelard, G. (2000). La formación del espíritu científico: Contribución a un psicoanálisis del conocimiento (J. Babini, Trad.). Siglo XXI Editores. (Obra original publicada en 1938).

Barrios, L. M., & Delgado, M. J. (2025). Modelo pedagógico BARRISO para el desarrollo del pensamiento geométrico espacial. Encuentro Educacional, 32(1), 10-27. https://doi.org/10.5281/zenodo.15665563

Beltrán-Pellicer, P. y Alsina, Á. (2022). La competencia matemática en el currículo español de Educación Primaria. Márgenes, Revista de Educación de la Universidad de Málaga, 3(2), 31-58. https://riuma.uma.es/xmlui/handle/10630/24845

Brod, G. (2021). Toward an understanding of when prior knowledge helps or hinders learning. Npj Science of Learning, 6. https://doi.org/10.1038/s41539-021-00103-w

Bruna-Jofré, C. E., Espinoza-Parcet, C. F., Fernández-Branada, C. A., & Labraña-Cabrera, C. G. (2023). Diseño, implementación y resultados del rediseño de pruebas diagnósticas disciplinares institucionales en la Universidad de Concepción, Chile. Formación Universitaria, 16(5), 27-40. https://dx.doi.org/10.4067/S0718-50062023000500027

Cerón, A. (2024). Dualidad en el aprendizaje matemático: explorando el enfoque mecánico y el aprendizaje significativo [Tesis doctoral, Universidad Pedagógica Experimental Libertador]. Repositorio Institucional UPEL. https://www.espacio.digital.upel.edu.ve/index.php/TD/article/view/1666

Da Silva, J. J., Da Silva, J. R., & Rufino, M. A. (2025). El conocimiento matemático, sus problemas filosóficos y su importancia para la enseñanza. Cuadernos de Educación y Desarrollo, 17(7), e8846. https://doi.org/10.55905/cuadv17n7-032

Duval, R. (1993). Registres de représentations sémiotiques et fonctionnement cognitif de la pensée. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 5, 37-65. https://mathinfo.unistra.fr/websites/math-info/irem/Publications/Annales_didactique/vol_05/adsc5_1993-003.pdf

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. Educational Studies in Mathematics, 61(1-2), 103-131. https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z

Finol, M. y Arrieta, X. (2021). Métodos de investigación cualitativa. Un análisis documental. Encuentro Educacional, 28(1), 9-28. https://doi.org/10.5281/zenodo.8169472

García, M. M., & Atilano, A. L. (2024). Los errores matemáticos identificados en el examen diagnóstico de álgebra a estudiantes de primer semestre del Centro de Estudios Científicos y Tecnológicos No. 16 "Hidalgo. LATAM Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales y Humanidades, 5(3), 1469-1481. https://doi.org/10.56712/latam.v5i3.2131

Hernández-Sampieri, R., y Mendoza, C. (2018). Metodología de la investigación. Las rutas cuantitativas, cualitativas y mixtas. México: McGrawHill

Litardo, A. (2023). Las estrategias didácticas y el aprendizaje de las matemáticas en educación general básica. Revista Interdisciplinaria de Humanidades, Educación, Ciencia y Tecnología, 9(2). 477-491. https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/9261074.pdf.

Lizana, D. & Antezana, R. P. (2021). Representación semiótica en el aprendizaje de conceptos básicos de la estructura algebraica de grupo. Horizonte de la Ciencia, 11(21), 177-188. https://doi.org/10.26490/uncp.horizonteciencia.2021.21.904

Mendoza, S. M., Ramírez, P. y Serpa, A. M. (2021). Errores y dificultades vinculadas al razonamiento cuantitativo entre estudiantes de nuevo ingreso en la carrera de Ingeniería. Revista Boletín Redipe, 10(11), 379-399. https://doi.org/10.36260/rbr.v10i11.1545

Molina, J. A., Vega, A. M., Ambato, C. E., Quintana, C., Zuleta, A. B., & Arias, D. P. (2025). El error como estrategia didáctica innovadora para mejorar el aprendizaje matemático: un estudio correlacional en educación básica. Revista Científica Multidisciplinar G-Nerando, 6(1), 4768. https://doi.org/10.60100/rcmg.v6i1.623

Morán, N., Zavala, D., Chilan, G., & Tuárez, H. (2024). Estrategia Metodológica de Aprendizaje Significativo para el Desarrollo de la Habilidad Resolver Problemas en la Asignatura Metodología de las Matemáticas. Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar, 8(4), 3251-3279. https://ciencialatina.org/index.php/cienciala/article/view/12566/18183 .

Moreira, M. A. (2012). La teoría del aprendizaje significativo crítico: un referente para organizar la enseñanza contemporánea. UNION. Revista Iberoamericana de Educación Matemática, (31), 9-20. http://funes.uniandes.edu.co/15845/

Niño, V. (2019). Metodología de la investigación. Diseño, ejecución e informe. 2da edición. Ediciones de la U. Bogotá, Colombia.

Orozco-Carvajal, C. A. (2023). Análisis de los resultados de una prueba diagnóstica de saberes previos en el área de matemáticas en una Institución Educativa Rural Colombiana. Revista De Investigaciones De La Universidad Le Cordon Bleu, 10(1), 72-83. https://doi.org/10.36955/RIULCB.2023v10n1.007

Párraga-Quijano, O., Velez-Cantos, C. E., & Beato-Díaz, O. (2024). Evaluación del Pensamiento Matemático en Estudiantes de Nivelación: Resultados y Estrategias de Mejora Basadas en una Prueba de Diagnóstico. MQRInvestigar, 8(4), 5252-5267. https://doi.org/10.56048/MQR20225.8.4.2024.5252-5267

Patiño, K., Prada, R. y Hernández, C. (2021). La resolución de problemas matemáticos y los factores que intervienen en su enseñanza y aprendizaje. Revista Boletín redipe, 10 (9), 459-471. https://doi.org/10.36260/rbr.v10i9.1453

Pedrosa, C., Maz, A., & Rodríguez, M. (2022). Obstáculos epistemológicos en la adquisición de conceptos matemáticos elementales. Épsilon-Revista de Educación Matemática, (111), 29-34. https://thales.cica.es/epsilon_d9/sites/default/files/2023-02/epsilon111_2.pdf.

Peña, D. (2024). Los Obstáculos Epistemológicos en Bachelard, el concepto de Campo y la Reproducción Social en Bourdieu, transferencia a la Esfera de la Praxis Educativa [Tesis de maestría, Universidad Pedagógica Nacional]. http://repositorio.pedagogica.edu.co/bitstream/handle/20.500.12209/20119/Los%20obstaculos%20epistemol%C3%B3gicos%20en%20bachelard%20.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Quezada, J. F., y Arrieta, X. (2021). Estudio de metodologías científicas para el desarrollo de competencias investigativas del docente de ciencias naturales de bachillerato. En T. Fontaines-Ruiz, J. Maza-Cordova, & J. Pirela Morillo (Eds.), Tendencias en investigación 2 (pp. 221–237). Ediciones RISEI. https://editorial.risei.org/index.php/risei/catalog/book/tendencias_investigacion_2

Trindade, D. J., Nagashima, L. A., & Andrade, C. C. de. (2019). Obstáculos epistemológicos sob a perspectiva de Bachelard. Brazilian Journal of Development, 5(10), 17829-17843. https://doi.org/10.34117/bjdv5n10-050

Villalba, A. (2024). Identificación de obstáculos epistemológicos a partir de textos escritos por estudiantes universitarios. Ciência & Educação, (30), 1-16. https://doi.org/10.1590/1516-731320240059

Yupanqui, Y. (2023). Estrategias didácticas para la resolución de problemas matemáticos en alumnos de educación básica regular. Horizontes. Revista de Investigación en Ciencias de la Educación, 7(30). 1903-1916. https://revistahorizontes.org/index.php/revistahorizontes/article/view/1140/2118

Zapatera, A., Quevedo, E., González, S., Santana, A., & Álamo, J. (2024). Obstáculos y dificultades de los alumnos en la incorporación de los números enteros. AIEM. Revista de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, (26), 41-63. https://aiem.es/article/view/v26-zapatera-quevedo-gonzalez-etal/4725-pdf-es