

Fundamentos Epistemológicos de un modelo de Instrucción Comunicacional para la Enseñanza y Aprendizaje de la Matemática

Rexne Castro y María Inés Mendoza**

Resumen

Este artículo es una investigación de carácter cualitativa que tiene como propósito desarrollar los fundamentos epistemológicos que conceptualizan la génesis del conocimiento promovido por un modelo de instrucción comunicacional para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, cuyo carácter dinámico de funcionamiento lo adquiere en las actividades de acciones prácticas, operaciones cognoscitivas e interacciones sociales ejecutadas en un aula de clases de pregrado del nivel de Educación Superior. Para tal efecto, se usó el tipo de indagación documental-abductivo, donde los hallazgos conseguidos describieron su principio de origen documentado en tres dimensiones (comunicacional, funcional y operativa) que se conjugan entre sí en la práctica para ir progresivamente estructurando en el intelecto de los participantes, una secuencia de operaciones mentales que los dota de condiciones para conseguir como logro, producir resultados de aprendizaje matemático.

Palabras clave: Epistemología, instrucción, interacción, comunicación, matemática.

* Profesores de la Facultad de Humanidades y Educación de la Universidad del Zulia.

Epistemological Bases for a Communicational Instruction Model for the Teaching and Learning of Mathematics

Abstract

The purpose of this qualitative investigation was to develop the epistemological principles conceptualizing the genesis of knowledge promoted by a communicational instruction model for the teaching and learning of mathematics, whose functioning, dynamic nature is acquired from the practical actions, cognitive operations and social interactions carried out in an undergraduate classroom of higher education. For this purpose, a documentary-abductive type of research was used, where the findings obtained described their principle of origin, documented in three dimensions (communicational, functional and operational) which fit together in practice to progressively structure in the participants' intellect, a sequence of mental operations that provide them with conditions to achieve in the learning of mathematics.

Key words: Epistemology, instruction, interaction, communication, mathematics.

Introducción

El problema que aborda esta investigación se enmarca en el pregrado de la Educación Superior, declarada por la Ley Orgánica de Educación como el último nivel del Sistema Educativo Venezolano, y específicamente en carreras que requieran una avanzada formación matemática. En este contexto es preciso señalar que en el proceso instruccional de esta disciplina, así como de otras, hay como un acuerdo natural para aceptar que en la actualidad los docentes actúan según las concepciones y creencias autodidactas que éstos manejan.

Para contribuir, por tanto, con la conformación de teorías que brinden alternativas didácticas para ser usadas por los profesores en el momento que así lo consideren, se profundiza en una serie de reflexiones epistemológicas tanto en la educación matemática, como en las interacciones comunicativas que en el mismo se deben promover, mientras se desarrollan las actividades de enseñanza y aprendizaje.

En esta perspectiva teórica-educativa, se pretende redimensionar la naturaleza epistemológica que está implícita en el modo convencional de enseñar matemática en pregrado. De una ciencia estática eminentemente formal, basada en principios absolutos (González, 1994) que induce a los docentes a enseñarla con hechos cargados de un formalismo carente de significado, se propone un nuevo proceso que usa la ciencia ya estructurada, para organizar las actividades didácticas que promuevan su reconstrucción a través de un esfuerzo común y compartido entre docente y alumnos, actuando en forma de interacción simétrica y complementaria.

Para responder a este requerimiento, se produce teóricamente, un modelo que permite desarrollar acciones prácticas y operaciones cognoscitivas, activándolas y regulándolas a través de un proceso de interacción social de comunicación multidimensional que se realiza en las actividades instruccionales de las situaciones didácticas.

El modelo provee las herramientas que hacen posible vincular el corpus propio de la matemática con la didáctica pertinente para el desarrollo de procesos mentales y, a través de las interacciones comunicativas que promueve, facilita progresivamente los efectos prácticos-cognoscitivos esperados en los participantes.

De aquí puede decirse que, el docente debe promover un conjunto de actividades que permitan desarrollar en los alumnos: a) el redescubrimiento de conocimientos matemáticos, para el cual se centrará en un trabajo responsable de acciones prácticas; b) la evolución de estructuras mentales de significantes y significados matemáticos que se producen como resultado de haber consolidado en su intelecto la validez o falsedad de los mismos; y c) la necesidad de reflexionar críticamente sobre las ideas y resultados matemáticos en las discusiones que se realicen en el aula de clases.

En consecuencia, los referentes educativos que caracterizan el modelo de instrucción comunicacional para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática se organizan en tres dimensiones, que por razones puramente explicativas, se presentan separadas una de las otras; sin embargo, para lograr las dos funciones indicadas anteriormente, se conjugan en las acciones didácticas para lograr su cometido. De esta manera se constituye una estructura que asegura una actuación más dinámica, participativa y significativa; éstas son: Dimensión Comunicacional, Funcional y Operativa.

El estudio está centrado, por lo tanto, en describir los fundamentos epistemológicos según las dimensiones comunicacional, funcional y operativa primordiales del proceso educativo de la matemática, que permita la excelencia académica del profesor y los alumnos en cuanto al manejo de significantes y significados del corpus propio de esta disciplina, que vaya a su vez, en busca de un fin personal y social.

Planteamiento del problema y objetivo

El proceso educativo de la matemática en pregrado puede describirse desde la relación existente entre epistemología de la matemática y la labor educativa de esta disciplina, puesto que “las concepciones sobre lo que es la matemática y lo que es el conocimiento matemático, permean los elementos que conforman los procesos de enseñanza y de aprendizaje de dichos contenidos” (Moreno y Waldegg, 1992: 1). Es decir, “se reconoce la importancia que tiene una visión adecuada de la naturaleza de la matemática como condicionante de los distintos modelos de instrucción, así como de la actuación de los profesores en clases” (Godino y col., 1995: 1).

En la actualidad, la actividad matemática que realizan la mayoría de los matemáticos, se desarrolla dentro de las fronteras del enfoque formalista (Quevedo, 1998), orientada a su vez, por la utilización de tres sistemas sintetizados en: “objetos matemáticos¹, relación entre ellos y criterios para validar resultados²” (Moreno y Waldegg, 1992: 3). La acepción expuesta, por tanto, hizo prevalecer en la enseñanza de la disciplina en cuestión, la condición formalista de los sistemas-matemáticos que Hilbert definió a finales del siglo XIX como un esquema axiomático-deductivo (Marcus col., 1978); en esta perspectiva educativa, la estrategia de trabajo del docente se acentúa en explicar las formas y las relaciones entre objetos matemáticos que se derivan de una base axiomática de las teorías en sí mismas (González, 1994).

En atención a la condición de enseñanza de la matemática antes citada, tanto la posición idealista de Platón, según la cual el conocer significa trasladar el cuerpo de objetos y relaciones matemáticas preexistentes en un mundo exterior de ideas e implantarlas en el intelecto del individuo; como la empírica de Aristóteles que asume la perspectiva educativa anterior, pero cambia el mundo de las ideas de Platón por el de la naturaleza material; dieron lugar a una simbiosis en el aspecto formal (uso de sistemas

formales) de la educación matemática a partir del empirismo lógico del siglo XX, denominado realismo-formalismo (Moreno y Waldegg, 1992).

La conjunción realismo-formalismo en la enseñanza de la matemática “exige extirpar el significado de los objetos matemáticos a fin de trabajar exclusivamente con las formas y con las relaciones entre dichos objetos” (Moreno y Waldegg, 1992: 3), constitutivos de los significantes correspondientes a los contenidos por estudiar.

Por su parte, la corriente idealista-formalista establece que es dentro de la propia estructura matemática, entendida como el contexto real de acción (realismo) donde se produce el descubrimiento; y la empírica-formalista proporciona el mundo material donde se desarrolla el carácter de validez y justificación de los conocimientos matemáticos producidos (formalismo).

Sobre este aspecto, se observa un interés creciente en la comunidad de investigación en educación matemática por el uso de nociones y negociaciones de significados como centrales en el estudio de los procesos de enseñanza y aprendizaje de esta disciplina y admiten además que, se necesitan más investigaciones en cuanto a la naturaleza y tipo de los objetos cuyos significados se ponen en juego (Godino y Recio, 1996), a través del trabajo en un ambiente social que estimula la participación colectiva de los alumnos en la producción del conocimiento.

A este respecto Beyer (1998) establece que en la educación matemática, vista desde el aspecto social del aula, se produce un complejo sistema comunicacional en el cual interactúan el docente, los alumnos y el saber matemático, donde se “pretende que los alumnos logren un óptimo aprendizaje que contribuya a su formación integral” (Medina, 1997: 15).

En esta perspectiva educativa, se deben representar los contenidos matemáticos, como objetos de enseñanza y aprendizaje constituidos por los signos lingüísticos, donde la relación comprensión-interpretación permite a los participantes expresar sus ideas y resulta dos matemáticos. Por lo tanto, las interacciones comunicativas proveen las condiciones intelectuales necesarias para que los mensajes cargados de ideas y resultados matemáticos, se elaboren en la conciencia individual de los participantes de la acción didáctica.

Con el objeto de propiciar los cambios indispensables para lograr la excelencia en la educación matemática del pregrado, se presentan los lineamientos generales de un modelo denominado: Modelo de instrucción comunicacional para la enseñanza y aprendizaje de la matemática. Éste se “fundamenta en un proceso, donde los participantes (docente y alumnos), con un esfuerzo común y compartido, puedan formalizar gradualmente el conocimiento matemático por estudiar” (Castro, 2003: 96).

Este modelo se ubica dentro de “una teoría científica que contiene elementos que representan de algún modo y hasta cierto grado aspectos del mundo” (Escalona e Inciarte, 2004: 134), donde se acepta en la instrucción matemática en pregrado una disciplina de naturaleza epistemología (Escalona e Inciarte, 2004) que permite establecer la génesis del conocimiento matemático para poder dilucidar el cómo se logran producir resultados de aprendizajes en el escenario de una aula de clases.

En función a los planteamientos expuestos se infiere la formulación de la siguiente pregunta: ¿Cuáles son los fundamentos epistemológicos que condicionan al modelo de instrucción comunicacional para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en pregrado?, planteando como objetivo desarrollar los fundamentos epistemológicos requeridos en dicha interrogante.

De allí que, la temática a abordar por la presente investigación está referida a la ciencia que condiciona las actuaciones prácticas y cognoscitivas que deben realizar los participantes que intervienen en las actividades didácticas de dicha disciplina. En consecuencia, el estudio se ubica en los fundamentos epistemológicos que abarcan el cómo se logran promover resultados de aprendizajes matemáticos en aula, a fin de establecer algunos parámetros implicativos que sirvan para orientar las tendencias prescriptivas del modelo en cuestión.

Metodología

El proceso metodológico que se siguió para producir los fundamentos teóricos indicados en el objetivo, fue conducido por un tipo de indagación cualitativa, partiendo del estudio de referencias bibliográficas que se contrastaron con actividades de campo desarrolladas para corroborar, retroalimentar, reorientar y/o redefinir, a través de la mejor praxis ensayada, los hallazgos teóricos conseguidos. El estudio se dividió en dos fases, una de tipo documental y la otra de tipo abductivo.

La investigación documental se utilizó en el sentido de “obtener nuevos conocimientos, a partir del análisis de datos o informaciones recolectadas y registradas en distintas fuentes de consulta” (Rivas y Bellorín, 1997: 58). De allí se inició con el estudio de referencias teóricas de distintos autores y, sobre la base de los constructos conseguidos, se desarrollaron los elementos teóricos previos que definieron los principios epistemológicos del modelo.

Complementariamente se trabajó con la investigación abductiva para consolidar la construcción de la teoría a través de observaciones participativas sobre la práctica social de aula, donde las representaciones evidencian una libertad, “más que una apertura, para la aproximación a los fenómenos reales totales o parciales. Esta autonomía produce múltiples acercamientos a lo real, permitiendo asumir la mejor explicación y proyección del fenómeno y su permanencia como teoría” (Escalona e Inciarte, 2004: 142).

En consecuencia, el método de abducción se aplicó para sustentar los elementos teóricos fundamentales con la aplicación de una experiencia ensayada del proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática, en un salón de clases del nivel de pregrado, donde el profesor y los alumnos actuaron como protagonistas que trabajan conjuntamente, con el fin de alcanzar un propósito común y compartido, guiados por un material instruccional que se elaboró para tal fin.

Los análisis que se hicieron de la información recolectada mediante el trabajo de campo, enriquecieron los aspectos teóricos previos que permitieron elaborar las conceptualizaciones relacionadas con el origen y génesis del conocimiento que se debe promover en el modelo de instrucción comunicacional para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.

Principios Educativos

La propuesta de modelo que se presenta en esta investigación considera actividades de enseñanza y aprendizaje promovidas en unidades curriculares de carreras que demanden un alto componente de formación matemática. El mismo tiene como acción fundamental, promover actividades instruccionales que permitan la producción compartida y significativa de conocimientos matemáticos, la cual se activa y regula por los procesos de interacción comunicativos que realizan los participantes (docente-a-

lumnos) en el contexto de un salón de clases. Se ofrece por tanto una propuesta teórica para la educación formal de la matemática en el pregrado del nivel superior, que se convierte en un proceso que facilita una actuación más dinámica, participativa y significativa.

En este sentido se presentan las siguientes premisas generales que orientan al modelo de instrucción comunicacional aquí estudiado:

- El modelo está constituido por un conjunto de actividades didácticas que permiten ver la matemática como un lenguaje de conceptos y procesos factibles de comunicar en el contexto de la educación superior, respetando las restricciones inherentes a dicha analogía.
- Promueve el desarrollo de un proceso de comunicación interactivo, con la intención de producir progresivamente el conocimiento matemático y el discurso en los participantes de la acción didáctica.
- La propuesta educativa contempla la formación de destrezas a través de las relaciones propias de la misma estructura de esta disciplina, configurando así la realidad matemática expresable como acción comunicativa (Castro, 2002: 26).

En consecuencia, el modelo se estructura con unos principios educativos que proveen las capacidades comunicacionales y de producción de conocimientos matemáticos. Éstos se consolidan en tres dimensiones que se conjugan complementariamente: comunicacionales, funcionales y operativos.

Los elementos comunicacionales facilitan la producción gradual de los conocimientos por estudiar. Estos deben ser legitimados por la aplicación de un proceso de validación fundamentado en la propia estructura de la matemática por medio de reglas preestablecidas.

Los funcionales permiten consolidar en los comunicantes, competencias relacionadas con el dominio sintáctico y semántico propios de la matemática, para configurar en su estructura mental la intencionalidad y uso que debe hacer del signo lingüístico y patrones de expresión (pragmática). Igualmente proporcionan las acciones psicológicas que permiten elaborar la base teórica que se va acumulando gradualmente en el intelecto de los participantes (docente-alumnos), conformando algunas representaciones mentales de patrones lingüísticos propios de la matemática (comprensión) que, partiendo de la discusión interior del significado

intrínseco de la clase de conjunto de símbolos diferenciados que lo constituyen (interpretación), les permita inferir y enunciar juicios relacionantes entre lo aprendido y lo nuevo (expresión).

De allí que en el ámbito de la comunicación de mensajes en aula, se da un complejo, exigente y permanente proceso de intercambio de componentes matemáticos, en el cual se utiliza un híbrido entre el lenguaje natural (materno) y el artificial (matemático) explicado por Beyer (1998) como un lenguaje mixto, donde el primero se usa básicamente como medio que permite la comunicación y el segundo como cuerpo lingüístico que establece el código que se desea transmitir en el mensaje.

Los elementos operativos están centrados en el desarrollo de esquemas mentales en evolución y/o de reforzar los ya existentes en el interior de los participantes; éstos propician la construcción gradual de conocimientos conceptuales y procedimentales de la generalización matemática, a través de los momentos de comunicación que promueve esta propuesta (acercamiento, formalización y transferencia (Castro, 2000), para lograr los efectos esperados en las otras dos dimensiones.

Se aclara en este punto que los esquemas mentales referenciales desarrollados con anterioridad en los alumnos, adquieren a través de los tres momentos operativos mencionados, una dinámica de producción gradual, que incorpora continuamente nuevos elementos que van enriqueciendo las estructuras y funciones intelectuales de los participantes en el transcurso de una clase y a lo largo del tiempo de un conjunto de ellas.

Epistemología como condicionante instruccional

La comprensión que maneja el profesor del conocimiento de la matemática y su comunicación, se refiere a su naturaleza, cómo se desarrolla, cómo se transforma, etc, determinando por tanto el tipo de práctica educativa a la que se verán sometidos los estudiantes.

Por consiguiente, se requiere establecer las orientaciones de un sistema de convicciones que permitan fundamentar tanto el conocimiento como la génesis de su producción, que sirvan como base teórica para producir la tendencia epistemológica del modelo de instrucción comunicacional en referencia, para lo cual se describe a continuación la tipología epistemológica en la enseñanza.

La epistemológica aplicada a la enseñanza

Lo que interesa a la epistemología en la enseñanza, es lo referente a la cuestión básica de la comprensión del conocimiento humano para saber cómo lograr resultados de aprendizajes; aplicación que se caracteriza por los argumentos que dan respuesta a la siguiente interrogante ¿cómo se puede compaginar al mismo tiempo una posición imparcial para analizar, comprender y dirigir el conocimiento escolar, es decir, aquel que se desarrolla tanto en los profesores como en los estudiantes durante el intercambio didáctico, con la evidencia de la ingente diversidad de formas de conocer y de pensar que han existido, existen y existirán en el mundo? (Toulmin, 1972).

Este problema se abordó como cuestión operativa en todos los ámbitos del pensamiento, tal como se hacía en la tradición de la Grecia clásica y de la Europa del siglo XVII. Al respecto Toulmin decía:

Por su misma naturaleza, el problema de la comprensión humana (el problema de reconocer las bases de la autoridad intelectual) no puede ser abarcado por ninguna técnica o disciplinas aislada, ya que los límites entre diferentes disciplinas académicas son ellos mismos; una consecuencia de las actuales divisiones de la autoridad intelectual, y la justicia de estas divisiones es precisamente una de las principales cuestiones que es necesario abordar de nuevo..., el campo de la epistémica es necesariamente un ámbito de indagación interdisciplinaria. Media docena de disciplinas tienen aspectos, sectores o implicaciones epistémicas, por ejemplo, la filosofía de la percepción, la sociología del conocimiento y la psicología de la formación de conceptos (Toulmin, 1972: 23).

En este contexto, se observa en la interrogante algunas nociones antagónicas. Por un lado, la posición de imparcialidad, ha sido objeto de debate entre epistemólogos modernos lo que hizo surgir la necesidad de definir un criterio de racionalidad imparcial, con el propósito de conseguir una descripción adecuada; criterio que generó un enfrentamiento entre racionalistas, que lo ubican exclusivamente en la razón, y positivistas o empiristas, que lo ubican en los hechos de la naturaleza; por otro lado, la constatación histórica y psico-sociológica de una ingente diversidad de conceptos y formas de pensamientos, también presente en la interrogante, ha provocado, la emergencia de un potente pensamiento relativista (Toulmin, 1972).

Estas dos nociones, aparentemente contradictorias, caracterizadas por la búsqueda de la imparcialidad racional absoluta y por la defensa radical de la diversidad conceptual, son expresiones reduccionistas de lo que suele llamarse en el pensamiento científico y epistemológico contemporáneo como: paradigma de simplificación. Toulmin (1972) niega la existencia absoluta de este antagonismo y propone un macroconcepto denominado ecología para proporcionar la complementariedad dialéctica entre ambas nociones; proceso instruccional dinamizado por las bondades del paradigma general educativo, donde el flujo de información se da a través de las interacciones ecológicas que se producen entre los agentes participantes de las situaciones didácticas.

Por consiguiente, en la ecología académica las cuestiones de imparcialidad y de justicia racional no son consideradas en términos lógico-formales sino en términos ecológicos y contextuales; con ésto Toulmin (1972) resuelve el antagonismo entre las posiciones relativistas radicales y absolutistas para explicar el desarrollo del conocimiento humano, lo cual implica sustituir el análisis sistemático de las actividades cognitivas por un análisis poblacional de las mismas. En otras palabras, se abandona la suposición de que el conocimiento se organiza en sistemas proposicionales estáticos para reconocer que las ideas de cualquier tipo constituyen poblaciones conceptuales en desarrollo histórico tanto en el plano colectivo como en el individual.

Así, lo relacional de las actividades intelectuales no está asociado, desde esta perspectiva, con la coherencia interna de los conceptos y creencias habituales de un individuo, sino a la manera en que cada persona es capaz de modificar su posición intelectual ante experiencias nuevas e imprevistas. Es decir, se propone un ejercicio de apertura mental, en la cual se rechacen los criterios formales y abstractos como paradigmas de la racionalidad, para sustituirlos por otros, acordes con la multiplicidad conceptual (Toulmin, 1972).

La argumentación que se presenta está sustentada en la necesidad de solucionar problemas planteados, lo que requiere de una serie de exigencias teóricas y/o prácticas aplicadas a determinadas poblaciones conceptuales que provocan un mecanismo de presión selectivo sobre las variantes conceptuales relativas a dichos problemas, produciendo como resultado, o bien el abandono de las variantes aceptadas y su cambio por innovaciones más ventajosas, o bien la perpetuación sin cambios de las mismas, lo que produce un doble mecanismo: el de selección crítica y

el de producción de innovaciones, convirtiéndose en el motor del desarrollo y la evolución conceptual.

Este doble mecanismo se manifiesta a través de pequeños cambios en períodos cortos de tiempo lo que da lugar a transformaciones lentas de las poblaciones conceptuales, transformaciones que ocasionalmente son relativamente rápidas. Postulados que permiten sugerir una suerte de gradualismo en el sentido de que cualquier transformación, sea ésta lenta o rápida, siempre es parcial y está sometida a la selección crítica de la comunidad intelectual (Toulmin, 1972).

Principios teóricos previos y fundamentales

Llegar a la reconstrucción de nuevos conocimientos matemáticos implica identificar las relaciones que se producen entre conceptos, entre procesos y entre conceptos y procesos. Se distingue, por tanto, una reestructuración de tramas conceptuales y procedimentales con relaciones de orden superior. Esto permite asumir a la matemática como una estructura, pues, los conjuntos de conocimientos pueden ser considerados ampliamente interconectados, incluyendo las rutinas necesarias para el ejercicio de las destrezas, las cuales se adquieren a partir de la utilización de conocimientos matemáticos almacenados en la memoria, para adaptar un concepto o un procedimiento a una nueva situación.

El carácter estructural que se acaba de describir se refiere entonces, “a las relaciones que se pueden establecer entre una serie de conceptos básicos, que permiten generar unas propiedades e inferir algunas conclusiones destacadas, a las que se llaman teoremas” (Llinares y Sánchez, 1990: 137). Con esta definición, vista desde la perspectiva psicológica, la persona se considera como alguien que está aprendiendo (e incluso en compañía con otros) para compartir significados matemáticos que pueden evolucionar dentro de esta comunidad.

De lo expuesto se deduce que tanto la psicología del aprendizaje humano como la epistemología de la producción de conocimientos, dirigidos al proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática, pueden centrar su atención en los procesos de producción de significados matemáticos que impliquen la adquisición de conceptos y procedimientos, así como la relación entre éstos.

Las tendencias recientes de la filosofía de la matemática, descritas por autores como Tymoszko (1986) y Ernest (1991), entre otros, consideran tres aspectos esenciales. Éstos se describen a continuación en correspondencia con los componentes comunicacional, funcional y operativo, para constituirse en los principios teóricos previos sobre los cuales se fundan los referentes epistemológicos del modelo de instrucción comunicacional aquí presentado:

a) El primer aspecto filosófico presenta a la matemática como una actividad humana comprometida con la solución de situaciones matemáticas de una cierta índole, socialmente compartida. Se resalta aquí la utilización del concepto definido como ecología, que otorga al proceso instruccional, un flujo de información a través de las interacciones ecológicas entre comunicantes (Toulmin, 1972).

En esta perspectiva se aceptan los términos ecológico y contextual para explicar el desarrollo del conocimiento humano; es decir, asume un análisis poblacional en la producción de significados matemáticos que involucren la relación entre conocimientos aplicables tanto en el plano colectivo como el individual.

En consecuencia, este principio es denominado para el modelo como epistemología de lo comunicacional, y está dirigido hacia la promoción del flujo de información externa e interna de la comunicación que permite mantener activadas las discusiones para lograr un consenso social en la significación de los conocimientos compartidos.

b) La segunda posición filosófica le asigna a la matemática un componente de lenguaje simbólico con el que se expresan las situaciones problemáticas y las soluciones encontradas; este lenguaje es considerado como universal, donde la semántica y sintaxis de los signos empleados son compartidos por los diferentes grupos humanos apoyados en el lenguaje natural (materno). Por tanto, se produce un discurso de la matemática para el cual se utiliza el lenguaje mixto (materno-matemático).

Se deduce, entonces, que los resultados de aprendizajes se caracterizan por las cuestiones básicas de la comprensión, interpretación y expresión del conocimiento humano, para constituirse en realidad cultural que se adquiere tanto a nivel personal como institucional. La realidad cultural la forman los objetos matemáticos “cuya significación personal e institucional está ínti-

mamente ligada a los sistemas de prácticas realizadas para la resolución de situaciones problemas” (Godino y col., 1995: 3).

Las posiciones descritas permiten asumir para el modelo un segundo principio denominado epistemología de lo funcional, que tiende hacia la consolidación de significantes y significados matemáticos tanto en el nivel intelectual como el externo, a través de la producción de discursos que promuevan el consenso de los conocimientos matemáticos compartidos.

c) La tercera cuestión filosófica percibe a la matemática como un sistema conceptual, lógicamente organizado y socialmente compartido. Estos componentes hacen surgir una paradoja en su enseñanza; pues, su carácter sistémico no permite enseñar cada concepto adecuadamente en forma aislada, ni pueden enseñarse los diferentes conceptos simultáneamente, cabría pensar que no es posible su enseñanza. Este problema se resuelve, al menos parcialmente, con la utilización de un curriculum en espiral, en donde “cada concepto es tratado varias veces a lo largo de la enseñanza, las primeras veces de modo implícito; progresivamente se va tomando como objeto de estudio en sí mismo, aumentando el grado de complejidad y completitud en su estudio” (Godino y col., 1995: 3).

El motor de desarrollo de este modelo se logra a través de un doble mecanismo, el de selección crítica y el de producción de innovaciones, sustentado en una perspectiva gradualista con respecto al cambio conceptual (Toulmin, 1972).

En consecuencia, se deriva un principio epistemológico de lo operacional, dirigido a promocionar un conjunto de actividades estructuradas como espiral virtuosa, que permitan reconstruir el conocimiento matemático de una manera gradual en cuanto a la producción de tramas de conceptos y de proposiciones en evolución.

Las tres descripciones epistemológicas anteriores, se aplicaron a la praxis ensayada a través del análisis de escenarios. La información se obtuvo de la participación oral y escrita del docente y los alumnos en la ejecución de actividades instruccionales. Estas informaciones permitieron proveer los elementos teóricos fundamentales como etapa de análisis, por cada una de las dimensiones comunicacional, funcional y operativo

Para demostrar estos efectos en las dimensiones nombradas, se presenta uno de los casos utilizados en las actividades instruccionales; en este ejemplo se describieron las tres dimen-

siones en forma global. La temática en discusión, fue el concepto de integral doble, sustentado en los siguientes prerrequisitos estudiados previamente:

- Integrales definidas para funciones de una variable independiente
- Funciones de dos variables independientes
- Dominio, contradominio y gráfica de una función $Z = f(x, Y)$
- Partición de un rectángulo y norma

A continuación se presenta la situación de enseñanza y aprendizaje que realizaron los estudiantes y el docente para definir el concepto de integrales dobles:

Después de haber revisado los prerrequisitos, el profesor sugirió utilizar un proceso análogo al de integral definida para funciones de una variable independiente, y promovió una discusión entre grupos de alumnos con el propósito de reconstruir la definición requerida.

La discusión fue dirigida por las siguientes preguntas:

i) Haga una ilustración para representar en el plano cartesiano, el dominio y el contradominio de la función $Z = f(x, Y)$. Coloque todas las notaciones correspondientes.

ii) ¿Con cuáles datos se cuenta inicialmente para formular la definición de integral doble?. Responda con los datos obtenidos en la pregunta (i).

iii) ¿Qué se debe hacer con la región R formada en el plano XY de la ilustración de la pregunta (i)?. Ubique las notaciones R_k y ΔA_k , luego establezca sus significados.

iv) ¿Qué representa la longitud mayor de la diagonal de los R_k ?. Expresé su notación simbólica con su correspondiente igualdad y establezca su significado?.

v) ¿Qué se debe hacer para determinar los $f(x_k^*, Y_k^*)$?. Ubique las notaciones (x_k^*, Y_k^*) y $f(x_k^*, Y_k^*)$, luego establezca sus significados.

vi) En la ilustración de la pregunta (i), represente gráficamente los productos $f(x_k^*, Y_k^*) \cdot \Delta A_k$.

vii) ¿Qué puede representar el resultado de la pregunta (vi)?.

viii) ¿Qué se puede hacer para que la región del espacio comprendido entre el plano $f(x, Y)$ y la región R del plano XY , sea cu-

bierto totalmente por el resultado de la pregunta (vi)? Coloca una notación simbólica al respecto y explique su significado.

ix) Con sus propias palabras, haga una aproximación a la definición de integral doble definida.

x) Acuerde con todos los participantes (docente y alumnos) de la situación didáctica, ¿Cuál es la definición formal del concepto de integral doble definida?. Responda en forma simbólica y escriba su significado.

xi) Aplique la definición de integral doble para demostrar que el volumen de un paralelepípedo de dimensiones a, b, c respectivamente es $V = a.b.c$.

Dimensión comunicacional

Se observó el flujo de información que se produjo entre los discentes y el docente en el sistema aula, según el cual se percibió la existencia de una frecuente actuación práctica y discusión, en función de ir respondiendo a las preguntas formuladas en las actividades instruccionales y aceptar o no en forma colectiva la generalización del conocimiento matemático estudiado. El docente participó en algunas ocasiones para reorientar la discusión.

Las sesiones de clases se iniciaron con discusiones dirigidas a recordar los conocimientos que sirvieron como prerrequisitos, luego, éstos fueron relacionados con los nuevos contenidos, logrando un flujo de información entre todos los participantes que permitió mantener una discusión efectiva de ideas y resultados matemáticos en el salón de clases.

Con este proceso comunicacional, los alumnos lograron responder satisfactoriamente las preguntas de la situación educativa y se observó, además, que para llegar a ellas se produjo un flujo de información externa caracterizado por: una permanente interacción entre los actores del sistema aula, así como en el intercambio de ideas y resultados matemáticos; y por una interacción centrada en la relación entre los mensajes previamente comunicados y los nuevos.

Se deduce que en los estudiantes se produjo, un flujo de información interna, puesto que ellos tuvieron que realizar las siguientes operaciones cognoscitivas:

- Configurar los significados matemáticos.
- Organizar las ideas y resultados matemáticos.

- Estructurar el código matemático.
- Realizar un proceso de interacción mental que relacione los signos lingüísticos matemáticos de esquemas referenciales con los nuevos.

Dimensión funcional

En las situaciones de enseñanza y aprendizaje se observó la participación de los aprendices en la realización de acciones prácticas para ir resolviendo las preguntas dadas por el profesor; fijando posición en cuanto a las dimensiones simbólicas y gráficas del nivel matemático, a partir de las cuales lograron establecer los patrones sintácticos requeridos. El enseñante intervino en las ocasiones donde los alumnos presentaron estancamientos que no les permitía continuar.

Posteriormente, los alumnos procedieron a escribir los significados correspondientes a los significantes obtenidos en las preguntas que orientaron las acciones prácticas, logrando como resultado la activación de su conciencia individual, mediante la asignación de interpretaciones que definieron el concepto estudiado.

También se observó que este proceso de relación significante-significado fue desarrollado con la ayuda de los discursos generados en grupos de discentes, entre éstos y con el docente. Las discusiones estuvieron dirigidas a expresar ideas y resultados matemáticos a través del lenguaje materno; es decir, se produjeron relaciones entre los códigos que estructuraron los significados matemáticos y los discursos emitidos por los comunicantes.

Dimensión operativa

Se prestó atención a la participación de los estudiantes en cada una de las preguntas formuladas en las sesiones de clases. La ejecución se inició previa revisión de los prerrequisitos de la nueva exigencia, y en base a éstos, los alumnos, fueron respondiendo a las preguntas que les permitieron expresar los resultados matemáticos que iban logrando, hasta el punto de enunciar con sus propias palabras, lo que consideraron como lo más apropiado para definir el concepto estudiado. Apoyados en estos resultados y a través de una discusión entre todos los participantes, se consolidó la definición formal buscada tanto en el sentido sintáctico como en el semántico.

En general se puede inferir, basado en las observaciones que se logró utilizar el constructo matemático referencial para consolidar las condiciones teórico-prácticas que permitieron construir el nuevo conocimiento como prerrequisito para estudiar otros contenidos.

Fundamentos epistemológicos del modelo de instrucción comunicacional

Este apartado contempla los aspectos epistemológicos, dirigidos a establecer cómo se logran producir resultados de aprendizajes matemáticos en el contexto de una aula de clases de pregrado. Es decir, se requiere explicar por cada uno de los componentes estructurales del modelo, el origen y la naturaleza de las secuencias operativas que el sujeto debe realizar para describir el objeto de conocimiento matemático, al cual se enfrenta en las situaciones de enseñanza y aprendizaje de esta disciplina.

Epistemología de lo comunicacional

En esta dimensión, la comunicación y la cultura matemática se juntan para promover un proceso de discusión de inferencias y juicios, de ideas y resultados matemáticos, para lograr un consenso en la significación del conocimiento compartido, conceptualizada como un consenso social³ (Villalobos, 1996), con la intención de ir construyendo progresivamente la generalización y formalización de conceptos y procesos que estructuran dicha disciplina.

El consenso de conocimientos compartidos y el consenso social se consideran como sinónimos, y para los efectos del modelo propuesto, éstos actúan como herramientas que estimulan en los participantes la producción de operaciones mentales generadas entre los referentes conceptuales (corpus matemática aprendidos previamente) y los constructos conceptuales (corpus matemática que serán inferidos para estructurar el conocimiento que debe ser construido).

La cultura en la educación matemática, por tanto, es vista como una función sistémica, donde el todo puede superar la suma de sus partes, en el sentido de que, además de los sujetos que integran al sistema, se desarrolla un proceso entre ellos que permite inferir los significados de conocimientos matemáticos por medio de la interacción comunicativa, la cual estimula una continua retroa-

limentación de sus esquemas, para enfrentar situaciones nuevas que tiendan a reforzar los sistemas simbólicos comunes para enriquecerlos, expresarlos e interpretarlos. Se refiere al proceso que establece cómo se integran la comunicación y la cultura matemática en la construcción del consenso social en aula.

En este sentido se busca registrar el cómo se produce el flujo de información externa e interna de mensajes matemáticos, que resulta tanto de las funciones sociales que cumple el sistema de aula⁴ en el caso externo, por lo que se asume para esta parte un enfoque “estructural social”. El aspecto interno se concreta en el sistema de signos que organizan las secuencias operativas de relaciones intrapersonales de los esquemas lingüísticos, lo que origina la gramática y el discurso del lenguaje matemático, de allí que este último corresponda al enfoque “estructural lingüístico”. Se precisa que estas dos formas de información funcionan complementariamente.

El flujo de información externa es promovido por un proceso de interacción comunicativa y producido por los alumnos y el profesor en el sistema de aula, participando complementariamente para ir regulando la manera de entender el mensaje a través de un complejo (exigente y permanente) intercambio de ideas o inferencias, que se van estructurando en forma simétrica. La génesis de su producción está condicionada por las implicaciones permanentes y continuas que se dan cuando se propicia de manera intencional el uso de relaciones entre los constructos manejados y organizados sobre la base de otros previamente comunicados.

El flujo de información interna se constituye como un factor básico en la organización de ideas y resultados matemáticos en el intelecto del comunicante, propiciando la configuración de los significados necesarios para estructurar el cuerpo lingüístico matemático, que establece el código por medio del cual, los sujetos se interrelacionan entre sí a través del lenguaje natural (materno).

En este sentido se promueve en los comunicantes, a través del enfrentamiento con una situación nueva, un proceso de interacción psicológica entre, los signos lingüísticos estructurados previamente en los esquemas conceptuales referenciales, induciéndolos a recordarlos para organizarlos y expresarlos según sus vínculos con la nueva exigencia, y los significados de los constructos matemáticos logrados con propósito de enunciación.

Este proceso forma un sistema de interacción mental, donde la génesis de su producción (que lo mantiene activo como tal), está condicionada por la actividad intelectual que realiza el educando con los elementos del sistema, cuya intención es configurar las secuencias operativas que estructuran su origen, centradas en el aspecto relacional que se mantiene entre estos elementos, retroalimentándose permanentemente para enriquecer los esquemas lingüísticos y adquirir una función evolutiva. Función que logra un acoplamiento de la estructura mental matemática⁵ de manera tal, que los alumnos puedan estructurar secuencialmente el conjunto de signos, que serán puestos en acto de comunicación en el instante que lo deseen.

Epistemología de lo funcional

El aspecto funcional de este modelo se desarrolla simultáneo y complementariamente con el componente anterior (comunicacional), para constituirse en un proceso que adopta un estado dinámico en las discusiones, referidas a los significados del cuerpo lingüístico de la matemática que serán producidos en el intelecto de los comunicantes.

Se observan, por tanto, dos aspectos que se integran para lograr su cometido. El primero describe el cómo se producen las reglas y códigos comunes, centrado en la consolidación de los niveles sintáctico, semántico y pragmático del signo lingüístico de la matemática. Estos niveles se relacionan entre sí para proveer las leyes que estructuran el sistema de reglas que permiten formular y comprender el mensaje, adquiriendo un carácter de expresividad. Por tanto se asume un enfoque “estructural lingüístico” en la producción de reglas y códigos, donde la génesis de su producción se encuentra en la relación significante-significado con intencionalidad de uso. Al mismo tiempo, se utiliza una perspectiva “racionalista” en la producción de significados, mediante la secuencia de operaciones que se originan en el sujeto, como resultado de las actividades intelectuales que realiza cuando opera sobre los objetos, pero extrayendo conocimientos a partir de la acción intrapersonal.

El segundo se refiere al cómo se produce el discurso. Está dirigido a crear las herramientas para que se produzca el conjunto de palabras (discurso) del lenguaje natural (materno), por medio del cual se expresan los comunicantes para interpretar las ideas y resultados matemáticos producidos en su interior, regulando con

dicha participación las discusiones hasta lograr el consenso de los conocimientos compartidos. Este proceso se operacionaliza mediante la intervención del componente semiótico, conformado por los planos operativos de la comunicación lingüística, adaptados específicamente para este modelo.

Se presenta, entonces, una interrelación entre el código que estructura la significación del lenguaje matemático producido por el propio sujeto y su discurso, cuya función es el intercambio y el aumento de constructos.

Estas consideraciones permiten asumir un enfoque “estructural lingüístico” en la producción del discurso, en donde las secuencias operativas que estructuran el origen del conocimiento se elaboran actuando sobre las relaciones entre los códigos y el discurso que establecen el nivel de significación que tiene el signo lingüístico de la matemática dentro del lenguaje natural.

Epistemología de lo operativo

Este punto se desarrolla en el contexto de un complejo sistema de interacción, promovido por las actividades didácticas de acercamiento, formalización y transferencia seleccionadas estratégicamente, que permitan a los educandos relacionarse con el nuevo conocimiento que debe ser aprendido; cada actividad encierra un mecanismo de actuación permanente, originada en cada caso por la puesta en práctica del componente comunicacional y el funcional. Estos procesos pretenden dar un carácter evolutivo a las estructuras mentales de los participantes, mediante esquemas referenciales que van adquiriendo una dinámica de desarrollo gradual, incorporando continuamente valores agregados para constituir nuevos constructos o ampliar los ya existentes en su intelecto. Es decir, en este apartado se describe el cómo se producen las tramas de conceptos y proposiciones en evolución.

Se asume, por tanto, un enfoque estructural tanto en el nivel externo como en el interno al individuo, donde las operaciones mentales activan en ambos casos el desarrollo de esquemas conceptuales en evolución y se centran en la elaboración de inferencias logradas cuando interactúan sobre las relaciones entre los constructos matemáticos referenciales y la nueva exigencia (abstrae propiedades y construye relaciones), con la intención de ir acortando cada vez más la distancia entre los saberes alcanzados y los que se desean alcanzar.

Consideraciones Finales

Los hallazgos obtenidos en esta investigación permitieron desarrollar los fundamentos epistemológicos de un modelo teórico de instrucción comunicacional para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, en pregrado del nivel de Educación Superior. El mismo permite direccionar las actividades instruccionales de acciones prácticas, y realizar operaciones cognoscitivas e interacciones sociales en el contexto de un salón de clases, con el propósito de facilitar la producción compartida y significativa de conocimientos matemáticos.

Esta conclusión de carácter general, se relaciona con las reflexiones que se realizaron sobre la base del análisis de los resultados obtenidos. Al centrar la atención en el objetivo previsto en esta investigación, se generan otras conclusiones que dan respuesta a la interrogante del problema que ocupa la atención de este estudio; éstas se presentan a continuación según las distintas dimensiones formuladas:

- A nivel epistemológico los componentes comunicacional, funcional y operativo se conjugan para estructurar la secuencia de operaciones mentales que permitan establecer cómo se logran producir resultados de aprendizajes matemáticos.
- La epistemología de lo comunicacional se fundamenta en un enfoque estructural socio-lingüístico aplicado a la producción del flujo de información externa e interna al sujeto. Las secuencias de operaciones se orientan mediante funciones que van desde las relaciones sociales del sistema aula, hasta el efecto que éstas generan en el sistema de significados en las relaciones intrapersonales.
- La epistemología de lo funcional adopta dos aspectos: uno para describir el cómo se producen las reglas y los códigos comunes del cuerpo lingüístico matemático, asumiendo un enfoque estructural lingüístico centrado en la relación significante-significado y apoyado en una perspectiva racionalista en la producción intelectual de significados; y el otro, para explicar el cómo se produce el discurso de ideas y resultados matemáticos, mediante un enfoque estructural lingüístico originado en la relación código-discurso.

- La epistemología de lo operativo responde al cómo se producen las tramas conceptuales y proposiciones en evolución, aplicando, para tal efecto, un enfoque estructural que tiene su origen en la relación entre los referentes conceptuales y los constructos matemáticos nuevos, adoptando, a su vez, una corriente constructivista en la producción del conocimiento.

Notas

1. Conjunto de inventarios de símbolos elementales (Coumet y col., 1978).
2. Grupo de axiomas y reglas que, mediante manipulaciones puramente mecánicas, permiten obtener los elementos de la clase precedente y solo ellos (Coumet y col., 1978).
3. Acción comunicativa que tiene sentido si los sujetos implicados tienen como norte y proceso, la necesidad del acuerdo (Habermas, 1990).
4. Sujetos que participan en una actividad de aula y están en constante interacción comunicativa para compartir un saber común.
5. Capacidad intelectual humana cuya función es ajustar (arreglo de lo junto) entre sí dos conocimientos matemáticos.

Referencias Bibliográficas

- BEYER, W. (1998). **La interacción comunicativa en el aula de matemática y su relación con el proceso de enseñanza aprendizaje**. Memorias: III Congreso Iberoamericano de Educación Matemática. Caracas. Venezuela. 26 al 31 de julio de 1998.
- CASTRO, R. (2000). "Un modelo constructivista para la comunicación en la enseñanza de la matemática". **Revista: Encuentro Educativo**. Maracaibo. Venezuela. Vol. 7 N° 1.
- CASTRO, R. (2002). "Referentes educativos del modelo de instrucción comunicacional para la enseñanza de la matemática". **Revista: OMNIA**. Maracaibo. Venezuela. Año 8. N° 1 y 2.
- CASTRO, R. (2003). **Modelo de instrucción comunicacional para la enseñanza de la matemática: fundamentos didácticos**. Maracaibo. Venezuela. Informe final de una investigación libre del Doctorado en Ciencias Humanas de la Facultad de Humanidades y Educación de LUZ. Mimeografiado.
- COUMET, E.; DUCROT O. y GATTEGNO (1978). **Lógica y lingüística**. Buenos Aires. Argentina. Ediciones Nueva Visión.
- ERNEST, P. (1991). **The philosophy of mathematics education**. London: The Falmer Press
- ESCALONA, M. e INCIARTE, A. (2004). "Representaciones de un fenómeno educativo matemático". **Revista: Encuentro Educativo**. Maracaibo, Venezuela. Vol.11. N° 1.
- GODINO, J. BATANERO, M. y NAVARRO, P. (1995). Epistemología e instrucción matemática: implicaciones para el desarrollo curricular. (Epistemology and Mathematics instruction: implications for curricular development). En, L. Bazzini (Ed), Proceedings of the V Conference on Systematic Cooperation between theory and practice (pp. 15-26). University of Pavia.
- GODINO, J. y RECIO, A. (1996). **Un modelo semiótico para el análisis de las relaciones entre pensamiento, lenguaje y contexto en educación matemática**. Documento electrónico: www.Sectormatemática.cl/educmatem/semiótico.Htln-34k.
- GONZÁLEZ, F. (1994). **Paradigma en la enseñanza de la Matemática**. Maracay-Venezuela. Editorial COPIHER.
- HABERMAS, J. (1990). **Teoría de la acción comunicativa, crítica de la razón funcionalista**. Tomo II. Argentina. Ediciones Taurus.

- LLINARES, S. y SÁNCHEZ, M. (1990). **Teoría y práctica en educación matemática**. Sevilla. Editorial Alfar.
- MARCUS, S.; NICOLAU, E. y STATI, S. (1978). **Introducción a la lingüística matemática**. Barcelona. Editorial Teide.
- MEDINA, A. (1997). **Didáctica e interacción en el aula**. España. Colección didáctica N° 5. Cincel Kapelusk.
- MORENO, L. y WALDEGG, G. (1992). "Constructivismo y educación matemática". **Revista: Educación Matemática**. México. N° 4.
- QUEVEDO, B. (1998). **Epistemología: problemas de la filosofía de las matemáticas**. Maracaibo. Venezuela. Universidad del Zulia. Doctorado en Ciencias Humanas. Material mimeografiado.
- RIVAS, J. y BELLORÍN, L. (1997). **Técnica de documentación e investigación I**. Quinta reimpresión. Caracas. Venezuela. Universidad Nacional Abierta.
- TOULMIN, S. (1972). **Human understanding**. Volumen 1: The collective use and evolution of concepts. Princeton University Press. Madrid: Alianza editorial.
- TYMOCZKO, T (1986). **New directions in the philosophy of mathematics**. Boston. Krikkhauser.
- VILLALOBOS, O. (1996). "**El rol de la comunicación y la cultura en la construcción del consenso**". Memorias de las III Jornadas Nacionales de Comunicación. Caracas. Venezuela.