Encuentro Educacional Vol. 7, Nº 1 (2000), 55-79

Relación entre el dominio de los formalismos matemáticos y la resolución de problemas

Paola Molero

Maestría en Matemática, mención docencia. Universidad del Zulia.

Resumen

El presente estudio consiste en establecer la relación que guarda el poseer Dominio de los Formalismos Matemáticos y la Resolución de Problemas. La investigación es de tipo Ex Post Facto, un estudio de Casos descriptivo- explicativo. La muestra está conformada por veintiséis alumnas del segundo año de Educación media diversificada y profesional de una Institución Privada de Maracaibo. A esta muestra se le aplicaron tres tratamientos, consistentes cada uno de ellos en un problema de geometría con el fin de conocer el dominio de los formalismos matemáticos que poseían y su destreza en la aplicación del Método de Resolución de Problemas. Se analizaron los resultados de forma cualitativa y cuantitativa, utilizando como técnicas la lista de cotejo, el análisis de varianza y de correlación. De esta investigación se concluye que el poseer un alto nivel de dominio de los Formalismos Matemáticos y el poder aplicar el Método de Resolución de Problemas guarda una estrecha relación con la posibilidad de plantear y resolver problemas en el área de geometría.

Palabras clave: Aprendizaje, formalismo matemático, resolución de problemas.

Recibido: 09-02-00 • Aceptado: 11-03-00

The Relationship Between the Mastery of Mathematical Formalisms and Problem Solving

Abstract

This paper attempts to establish the possible relationship that exists between the mastery of mathematical formalisms and problem solving. It is an ex post facto study of descriptive and explanatory cases. The sample population is made up of 26 second year diversified, professional program students (high school seniors) in a private educational institution in Maracaibo. Three treatments were applied to this sample population, consisting in each case of a geometry problem, with the purpose of determining their mastery of mathematical formalisms and their ability in the application of problem solving methods. The results were analyzed qualitatively and quantitatively, using as a technique a confrontation sheet, variance analysis and correlation. The conclusion was that the possession of a high level of mastery of mathematical formalisms and the ability to apply methods of problem resolution are closely related in the area of problem resolution in geometry.

Key words: Learning, mathematical formalism, problem solving.

Introducción

Un problema es una situación con la que el alumno se enfrenta y se sitúa fuera de lo que en ese momento entiende, pero cerca del límite de la estructura cognitiva, logrando así la búsqueda de diversas soluciones al mismo, y además escoge entre posibles respuestas por él elaboradas. Esto último puede explicarse de la siguiente manera: A los estudiantes se les presentan situaciones tales como: ¿Qué es un triángulo? Esta pregunta puede resultarle ambigua. Qué es un triángulo, no significa lo mismo que conocer su significado en el contexto matemático. Ahora bien, conocer el significado de la palabra ¿es lo mismo que conocer su definición? La mayoría de los alumnos está completamente segura de conocer que es un triángulo; o sea, definir que significa la palabra triángulo, aunque no sean capaces de decir que éste es un polígono de tres lados y tres ángulos.

En general, si el alumno conoce el significado de un concepto matemático es capaz de formular una definición e interpretarla. En nuestro caso, la experiencia de los docentes, ha reflejado que en los cursos de matemática del ciclo diversificado, la mayoría de los alumnos no puede formular una definición; por consiguiente, éstos no conocen el significado de la palabra, en sentido estricto (Polya, 1986).

En las clases de matemática se ha observado que una de las mayores dificultades que presentan los estudiantes para resolver problemas son las relacionadas con los conocimientos e incomprensión de los enunciados (CENAMEC, Educación Básica, SF).

En esta investigación se estudió la relación que existe entre el poseer dominio de formalismos de las matemáticas y el éxito en la resolución de problemas. Para ello se propuso la siguiente interrogante:

¿Cómo se relaciona el dominio de los formalismos de las matemáticas con la resolución de problemas en estudiantes del segundo año de educación media diversificada y profesional?

La respuesta a la interrogante planteada se obtuvo a través del logro de los siguientes objetivos.

Objetivo General:

Determinar la relación que existe entre el dominio de formalismos matemáticos y la resolución de problemas en estudiantes del segundo año de educación media diversificada y profesional.

Objetivos Específicos:

- Identificar las diferentes fases de la resolución de problemas, en las actividades ejecutadas por los alumnos.
- Determinar el nivel de dominio de los formalismos matemáticos presente en los trabajos de las estudiantes.
- Determinar los niveles de logro que aportan los formalismos matemáticos a las fases de comprensión análisis e interpretación en los trabajos de las estudiantes.
- Comparar el nivel de logro en la resolución de problemas con el nivel de formalismos matemáticos en los trabajos de los alumnas.

La justificación para realizar esta investigación partió de la observación que se realizó a numerosos grupos de estudiantes que iniciaron sus estudios superiores en la Facultad de Ingeniería de LUZ durante los años 1995 y 1998. Estos grupos de estudiantes presentaron serias dificultades para comprender lo que leen y para expresar lo que piensan.

Se escogieron los estudiantes del segundo año de Educación Media Diversificada y Profesional, porque esta población debió haber recibido la mayor cantidad de formación e información en cuanto a terminología y definiciones básicas del conocimiento matemático; en otras palabras, deben poseer más familiaridad con los contenidos matemáticos.

Se trabajó en el área de geometría, debido a que docentes de Educación Superior a lo largo de sus actividades, han observado serios tropiezos y deficiencias en el área en asignaturas que se fundamentan en ella en el ciclo profesional de programas para formar profesionales de ingeniería.

Se trabajó con un solo grupo porque los alumnos ejecutaron trabajos específicos, que fueron revisados individualmente.

Se realizaron las observaciones entre las dos últimas semanas de los meses de mayo y junio, fecha en las cuales el profesor de la asignatura matemáticas disponía de tres horas semanales para el adiestramiento de las alumnas para la prueba de aptitud académica.

Se realizaron tres observaciones debido a que la investigación fue realizada por una sola persona.

1. Procesos del aprendizaje de formalismos matemáticos

Los procesos de aprendizaje forman la estructura básica de las teorías del procesamiento de información del aprendizaje. Tales teorías adoptan un modelo que resalta las estructuras internas del educando y los tipos de procesamiento afectados por cada una de esas estructuras. Los procesos y estructuras descritas por las teorías sobre el aprendizaje se infieren de estudios empíricos y teóricos sobre el aprendizaje. Según se supone supuestos teóricos de las ciencias cognitivas, estos procesos y estructuras reflejan la acción del sistema nervioso central humano y son compatibles con lo que se sabe de la neurofisiología del sistema nervioso. Sin embargo, las estructuras y sus actividades siguen siendo entidades postuladas, ya que todavía no se relacionan con regiones u operaciones específicas del encéfalo (Gagne, 1987).

A partir del modelo de aprendizaje y la memorización, utilizado en la actualidad por las teorías sobre el aprendizaje, es posible identificar las fases del procesamiento que tienen lugar desde el comienzo hasta el final de un acto de aprendizaje. Esos eventos de aprendizaje constituyen valiosos indicadores de las condiciones del aprendizaje, necesarias para completar cada fase (Gagne, 1987).

Modelo de aprendizaje y memorización

Este constituye la base de las teorías del procesamiento de la información, postula la existencia de ciertas estructuras internas en el cerebro humano y algunos procesos correspondientes que dichas estructuras llevan a cabo. A continuación se exponen los mismos:

Flujo de la Información

El sujeto recibe de su ambiente estímulos que activan ciertos receptores, y son convertidos en información nerviosa. Inicialmente dicha información llega a una estructura llamada registro sensorial, donde persiste durante un breve lapso. Investigaciones muestran que la información proveniente de los diversos sentidos se registra de una manera más o menos completa durante unas centésimas de segundo. Los componentes de esa representación sensorial que persisten durante un período más largo, deben ser objeto de atención, cf. Fila n° 1 en el cuadro 1.

Desde el registro sensorial hasta la memoria a corto plazo

La imagen completa obtenida por el registro sensorial no es persistente sino que la información se convierte en patrones de estimulación, proceso denominado percepción selectiva. En vez de estímulos aleatorios, se sintetizan las invariancias como los bordes, texturas, ángulos y objetos tridimensionales, cf. Fila n° 2 en el cuadro No. 1.

Almacenamiento en la memoria a corto plazo

La información transformada ingresa en la memoria a corto plazo, donde persiste durante cierto tiempo limitado, lo que generalmente se estima en unos 20 segundos. La capacidad de memoria a corto plazo es muy limitada. El proceso de repaso también sirve para codificar información como materia prima para la siguiente estructura, la memoria a largo plazo.

De la memoria a corto plazo a la memoria a largo plazo

La información disponible, como ciertas características perceptuales en la memoria a corto plazo, es transformada ahora en una forma conceptual o significativa. Según parece, **no se almacena como sonidos o formas, sino como conceptos cuyo significado es conocido y puede relacionarse de una manera coherente con el entorno del sujeto.** Se reconoce en general que las imágenes visuales y de otros tipos pueden constituir el fundamento de la codificación que caracteriza el ingreso de información a la memoria a largo plazo.

Aparentemente, el proceso de codificación adopta muchas formas. Lo que se aprende puede codificarse en forma de unidades verbales significativas como oraciones o, quizá, unidades aún más globales. La principal característica del **material codificado es que está organizado de una manera semántica o que tenga un significado** cf. Fila n 3 en el cuadro 1.

Almacenamiento en la memoria a largo plazo

La información, una vez codificada, se almacena en la memoria a largo plazo. Algunas pruebas indican que el almacenamiento es permanente y no sufre pérdidas.

Recuperación

Para verificar lo que se aprendió, los elementos almacenados deben recuperarse de la memoria a largo plazo. Se supone, en general, que el proceso denominado recuperación exige la aportación de ciertas pistas o índices, sea por medio de una situación externa o por parte del propio sujeto. Los índices sirven para acoplar o enlazar lo que se aprende y convertir-

Cuadro 1
Fenómenos externos que influyen en los procesos internos

Proceso interno	Fenómenos externos observables	Respuesta observada en el alumno (Resultados)
1. Atención	Un cambio en el estímulo produce vigilancia (atrae la atención)	Hace preguntas idóneas. Consulta
2. Percepción selectiva	El hecho de resaltar y diferenciar las características de los objetos facilita la percepción selectiva. Determina cuerpos, caras, rectas, curvas.	Da explicaciones verbales
3. Codificación semántica	Instrucciones verbales, imágenes, esquemas, patrones que sugieren una codificación. Asignación de caracteres de objetos	Capaz de interpretar símbolos de los formalismos matemáticos
4.Recuperación	Sugerencia o aportación de pistas como Diagramas, tabulaciones, rimas y otros medios, lo que sirve para facilitar la recuperación	Recordar condiciones tácitas
5.Organización de la respuesta	Las instrucciones verbales sobre el objetivo del aprendizaje informan a la persona acerca de la clase de desempeño que se espera de ella	Propone respuestas y procedimientos gráficos
6. Proceso de control	Las instrucciones establecen disposiciones mentales que activan y seleccionan las estrategias adecuadas	Soluciones heurísticas
7. Expectativas	El hecho de informar al sujeto cuales son los objetivos de su aprendizaje determina una expectativa definida en cuanto al desempeño futuro	Propone problemas

Fuente: Inédita. Paola Molero. Mcbo. LUZ.1999.

lo en un proceso de búsqueda. Las entidades que se localizan de esa manera se consideran identificadas y pueden ser recuperadas, cf. Fila n° 4 en el cuadro 1.

Memoria de trabajo

Además de su función como almacén temporal de información nueva, una de las características importantes de la memoria a corto plazo es su papel como una memoria activa o de trabajo. Los procesos de búsqueda pueden iniciarse en la memoria de trabajo para recuperar información almacenada en la memoria a largo plazo.

Generación de respuestas

La siguiente transformación a lo largo de la ruta de flujo de información la realiza el generador de respuestas. Esa estructura determina, en primer lugar, la forma básica de la respuesta humana. En segundo lugar, determina el orden de la respuesta, lo que se refiere a la secuencia y sincronización del movimiento relacionado con la acción que se ejecutará. En general, los procesos asociados al generador de respuestas aseguran que la acción estará bien organizada, cf. Fila n° 5 en el cuadro 1.

Desempeño

La penúltima etapa del procesamiento de la información consiste en la activación de los efectores, cf. Fila n° 6 en el cuadro 1.

Retroalimentación

Es generada por la observación de los efectos del desempeño del propio sujeto; este es el acontecimiento que le confirma a la persona que el aprendizaje ha logrado su objetivo, cf. Fila n° 7 en el cuadro 1.

El modelo de procesamiento de la información del aprendizaje y la memoria tiene una enorme importancia al planificar y diseñar la enseñanza en los programas educativos. Un resumen con los procesos internos y los fenómenos observables (externos) se tiene en cuadro 1.

A medida que se completa el acto de aprendizaje, el fenómeno externo al que se denomina retroalimentación adquiere una función de extrema importancia. Puestos juntos, todos esos procesos externos integran lo que se denomina enseñanza, ya que, apoyan adecuadamente el funcionamiento de los procesos internos de aprendizaje (R.M. Gagne, 1987).

2. Resolución de problemas

El énfasis en la reforma de la educación matemática está en los procesos de resolución de problemas en matemática vinculados con otras disciplinas, que permitan ampliar su marco de acción para interpretar y analizar su entorno socio cultural y en el uso del lenguaje matemático para comunicar ideas y elevar su grado de elaboración lingüística(Actas del ICME-7).

Condiciones para la solución de problemas

Existen ciertas condiciones que deben estar presentes para resolver un problema con éxito: Las condiciones dentro del sujeto o internas y las condiciones en la situación de enseñanza-aprendizaje o externas.

Condiciones dentro del sujeto

Para resolver un problema, el sujeto debe ser capaz de recordar las reglas relevantes aprendidas con anterioridad. La solución de problemas siempre depende de la experiencia previa del sujeto específicamente, del recuerdo de reglas aprendidas con anterioridad.

El otro conjunto importante de condiciones internas es la activación y uso de las estrategias cognitivas que el sujeto posee y puede haber aprendido previamente. Lo más probable es que dichas estrategias se presenten como diferencias individuales en la rapidez y facilidad con que se resuelven los problemas. Entre estas estrategias se reconocen, para la geometría, el método deductivo y una racionalidad propia de la geometría.

Condiciones en la situación de enseñanza-aprendizaje para resolver problemas

Las condiciones externas que apoyan los procesos de solución de problemas suelen consistir en instrucciones verbales. Una de las funciones de esas indicaciones es plantear las interrogantes que estimulan el recuerdo de reglas pertinentes.

También pueden usarse instrucciones verbales externas para "guiar o canalizar" el pensamiento en dichas direcciones. La orientación varía en cuanto a magnitud o totalidad, aunque siempre se evita hacer una descripción de la solución (Gagné, 1987).

3. El lenguaje en la resolución de problemas

Se considera que el lenguaje utilizado en todo momento en la presentación de una actividad debe cuidarse, puesto que es una de las fuentes principales de dificultad que encuentran en los alumnos durante su trabajo como estudiante(Suma 9, 1991).

De igual forma la ciencia matemática, que aporta un lenguaje propio que los alumnos deben conocer, añadiendo una dificultad adicional para la comprensión del problema.

Condiciones para el aprendizaje de información verbal

Una persona o estudiante aprende y recuerda obviamente, una enorme cantidad de información verbal. De manera un tanto arbitraria, es posible dividir el aprendizaje de información en categorías de etiquetas (o nombres), hechos y discursos conectados o conocimiento organizado.

Los factores de disposición interna que se han encontrado para explicar la codificación, almacenamiento y recuperación de la información son los siguientes:

Conjunto preexistente del conocimiento organizado.

Es necesario que esté presente en la memoria del sujeto cierta información previamente aprendida e interconectada de alguna manera. Este conocimiento preexistente es lo que Ausubel denomina "estructura cognitiva", dentro de la cual se incluye la nueva información aprendida.

Estrategias de codificación

Si la información verbal se almacena en la memoria a largo plazo en forma de proposiciones, o cualquier otra forma organizada, eso significa que la información se codificó de esa manera. Así pues, el sujeto debe contar con ciertos métodos de procesamiento de la información (codificación) que transformen el estímulo percibido y lo conviertan en una red organizada. La estrategia de codificación es relevante en esta investigación, ya que al establecer la relación entre el Lenguaje matemático y la fase de comprensión en la resolución de problemas, se refiere al manejo de las palabras claves y a la facilidad que se posea para trasladar los conocimientos preexistentes a la situación planteada, para facilitar la comprensión del enunciado y poder propones algunas alternativas para darle solución.

En base al análisis realizado del problema se plantean las siguientes hipótesis:

Hipótesis general:

"Un grupo de estudiantes del segundo año de Educación Media Diversificada y Profesional que posea dominio de los formalismos matemáticos del área de geometría resolverá problemas relacionados con el área"

Hipótesis operacional:

"Un grupo de estudiantes del segundo año de Educación Media Diversificada y Profesional que posea más de un 70% del dominio de formalismos matemáticos resolverá en más de un 80% problemas relacionados con el área de geometría".

El cuadro 2 presenta las variables, e indicadores con sus valuaciones. Este resumen, ilustra como se operacionalizaron las variables.

4. Metodología

Dada la naturaleza del problema que se definió, este estudio según Sampieri (1991):

a) Por el tiempo de ocurrencia de los hechos, registro de información, análisis y, alcance de los resultados es un estudio Ex Post Facto. En este caso los cambios en la variable independiente "Dominio de formalismos matemáticos" ya se había producido y además incidió en la resolución de problemas, tal como se ha probado en otros trabajos (Ríos, 1997). Para cubrir la etapa del planteamiento Ex post facto se controló la variable nivel de aprendizaje, porque se realizó el estudio con alumnos del segundo año de Educación Media Diversificada y Profesional, suponiendo que éstos ya tenían interiorizados formalismos matemáticos (ARY, 1989).

Además, la investigación fue de tipo "Descriptiva Explicativa", ya que se centró en describir el % de los formalismos matemáticos y de la resolución de problemas independientemente; así como, explicar la relación que guardó el poseer dominio de los formalismos matemáticos con la resolución de problemas.

b) El período y secuencia del estudio fue transversal; ya que se recolectaron los datos en un solo momento, en un tiempo único. Su propósito fue describir las variables, y analizar su relación en un momento dado.

Los diseños transversales descriptivos tienen como objetivo indagar la incidencia y los valores en que se manifiesta una o más variables. El procedimiento consiste en medir en un grupo de personas u objetos una o más variables y proporcionar su descripción.

c) El control que se tuvo de las variables en grupos de individuos o unidades fue un estudio de casos y controles; porque se deseaba conocer parte de la población que estaba expuesta al factor dominio de formalismos matemáticos.

Población y muestra

En la investigación, la población fue igual a la muestra y estuvo conformada por las alumnas del segundo año de ciencias de educación media diversificada y profesional de una institución privada en la ciudad de Maracaibo durante el período académico 1998-1999, en edades comprendidas entre 17 y 18 años. Cabe destacar que la población escogida recibió preparación para la prueba de aptitud académica durante el proceso de recolección de información de este trabajo.

Métodos e instrumentos para recoger información

El medio para establecer la relación entre el investigador y la unidad de información, es la observación directa al participante y los trabajos con la resolución de problemas de cada estudiante.

El cuadro 2 muestra la información por objetivo variable, código e instrumentos.

Plan para la tabulación y análisis de la información

Para el análisis estadístico de los datos, primero se obtuvieron medidas características tales como: promedios, variabilidad y percentiles, de cada indicador y variable; luego para obtener la relación de cada indicador o variable señalada en los objetivos se obtuvieron medidas de correlación entre las variables "Dominio de los formalismos matemáticos" y "Resolución de problemas" por grupo de aprovechamiento. Como se obtuvo un grado de correlación alto se procedió a obtener un análisis de varianza por tratamiento para conocer si había cambios por lapso. Los tratamientos se definieron como los problemas escogidos para resolver. Además se obtuvo una ecuación de la relación.

5. Relación entre el dominio de formalismos matemáticos y la resolución de problemas. Identificación de las fases de resolución de problemas

Según los resultados obtenidos en la observación recogidos del problema 1 y 2, las alumnas identifican solo la fase de razonamiento del método de resolución de problemas.

En los resultados obtenidos en la observación 3, las alumnas identifican la fase de razonamiento e identi-

Cuadro 2
Operacionalización de las variables

Objetivo: Identificar las diferentes fases de la resolución de problemas, en las actividades ejecutadas por los alumnos

Variable: Nivel de dominio de las fases del método de Resolución de Problemas

Definición: Consiste en reconocer las palabras claves y definiciones, al igual que estar en capacidad de trasladar los conocimientos anteriormente obtenidos, que ayudan a la comprensión del enunciado del problema.
Indicadores:
a-% de palabras reconocidas
b-% de conocimientos previos usados correctamente
c-% de procedimientos correctos que permiten resolver el problema
Indice de uso del método de resolución de problemas $0 < p < 1$
$P= x/n$; donde:
n: total aspectos del método resolución de problemas
X: aspectos del método resolución de problemas mostrados por el alumno.

Instrumentos: Problema de geometría planteado.

Objetivo: Determinar el nivel de dominio de los formalismos matemáticos presentes en los trabajos de los estudiantes del segundo año de educación media diversificada y profesional.

Variable: Nivel de dominio de los formalismos matemáticos

Definición: Consiste en observar si dominan las palabras claves, es decir si son capaces de interpretarlas, definirlas y representarlas graficamente, especialmente en el área de geometría, específicamente en triángulos.
Indicadores:
Interpreta palabras clave:
-modelos gráficos
-modelos heurísticos
-algoritmos
-Nivel Alto: Interpreta correctamente el 70% o más de las palabras claves.
-Nivel Medio: Entre 50 y 69.9%
-Nivel Bajo: Domina menos del 49.9% de las palabras claves

Instrumentos: Problema de geometría planteado.

Objetivo: Determinar los niveles de logro que aportan los formalismos matemáticos a las fases de comprensión, análisis e interpretación en los trabajos de los estudiantes del segundo año de educación media diversificada y profesional.
Variable: Niveles de logro en las fases de comprensión, análisis e interpretación
Definición: Se observa si logran o no y en qué % las fases de comprensión, análisis e interpretación. -Usa modelos basados en gráficos -Usa modelos heurísticos (conocimiento de un conjunto mas amplio de operaciones mentales y sus relaciones -Relaciona las partes (aumenta las posibilidades de establecer relaciones lógicas). % de uso correcto de algoritmos % de uso correcto de métodos heurísticos % de análisis de problema (interpretación + gráficos + algoritmos) -Si posee un nivel alto tiene un 70% de posibilidades de lograr la comprensión, análisis e interpretación. -Si posee un nivel medio tiene entre un 50 y 69.9 % de posibilidades de lograrlo. -Si posee un nivel bajo tiene menos del 49.9% de posibilidades de lograrlo.
Instrumentos: Problema de geometría planteado.

Objetivo: Comparar el nivel de logro en la resolución de problemas con el nivel de formalismos matemáticos en los trabajos de los alumnos de educación media diversificada y profesional.
Variable: Niveles de logro en la resolución de problemas
Definición: Se observa si resuelven o no el problema, comparando con el nivel de lenguaje que posean y uso correcto de las fases de comprensión, análisis e interpretación -Si posee un nivel alto tiene el 70% de nivel para obtener correctamente la solución del problema. -Si posee un nivel medio tiene de un 50 a un 69.9% de nivel para obtener correctamente la solución del problema -Si posee un nivel bajo tiene menos del 49.9% de nivel para obtener correctamente la solución del problema.
Instrumentos: Problema de geometría planteado.

fican medianamente el resto de las fases del método.

Aun cuando el programa de Educación Básica Integral y de Educación Media Diversificada y Profesional contempla contenidos sobre resolución de problemas, este grupo manifiesta claramente desconocer el proceso de resolución de problemas en la fase inicial del estudio. Los resultados del último problema se deben posiblemente a su preparación para la prueba de aptitud académica. Un resumen de estos resultados se muestran en el cuadro 3.

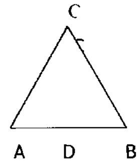
Nivel de dominio de los formalismos matemáticos

A continuación se presentan los tres problemas y sus correspondientes resultados para el grupo estudiado.

Problema 1

En el triángulo ABC de la figura, AC=BC, D es un punto arbitrario de la base, DE es paralelo a BC y DF es paralelo a AC. Entonces:

1-DE=1/2 DF
2-DF + DE =AB
3-AB = EF
4-FD + DE = CB
5-Ninguna de las anteriores



Respuesta 1

4-FD + DE = CB

Se observa que todas las alumnas presentan un comportamiento similar. Se limitan a trazar líneas internas al triángulo, y algunas plantean ecuaciones relacionando los lados del mismo en forma incorrecta. También se observa que algunas alumnas asignan valores numéricos a los ángulos, lo cual indica que poseen un bajo nivel de abstracción. Considerando la teoría del aprendizaje de Gagné estas alumnas no han traído a su memoria de trabajo elementos de la memoria a largo tiempo para resolver el problema. En otras palabras se intuye que los procesos de aprendi-

Cuadro 3
Fases del método de resolución de problemas

Tratamiento	Datos	Incognita	Razonamiento	Operaciones	Solución	Indice $0<P<1$
1	0	0	100	0	0	0.2
2	0	0	100	0	0	0.2
3	96.15	69.23	100	15.38	53.84	0.6

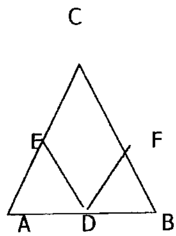
Fuente: Problemas resueltos por el grupo. Indicadores sobre el método de resolución de problemas.
Nota: El porcentaje es por celda.

Alumna	Razonamiento
1	Traza líneas internas al triángulo y asigna valores a los ángulos.
2	Traza líneas internas al triángulo.
4	Traza líneas internas al triángulo.
6	Traza líneas internas al triángulo.
7	Traza líneas internas al triángulo y establece relación entre los lados.
8	Traza líneas internas al triángulo.
9	Traza líneas internas al triángulo.
10	Traza líneas internas al triángulo.
11	Traza líneas internas al triángulo y asigna valores a los ángulos.
12	Traza líneas internas al triángulo y asigna valores a los ángulos.
13	Traza líneas internas al triángulo.
16	Traza líneas internas al triángulo y establece relación entre los lados.
17	Traza líneas internas al triángulo y establece relación entre los lados.
18	Traza líneas internas al triángulo.
19	Traza líneas internas al triángulo y asigna valores a los ángulos.
21	Traza líneas internas al triángulo y establece relación entre los lados.
22	Traza líneas internas al triángulo y asigna valores a los ángulos.
23	Traza líneas internas al triángulo y establece relación entre los lados.
25	Traza líneas internas al triángulo.
26	Traza líneas internas al triángulo y establece relación entre los lados.
27	Traza líneas internas al triángulo.
28	Traza líneas internas al triángulo.
30	Traza líneas internas al triángulo
31	Traza líneas internas al triángulo.
32	Traza líneas internas al triángulo.
33	Traza líneas internas al triángulo y establece relación entre los lados.

Fuente: Hojas con solución del problema 1.
Adaptado de Farfán. R. (1997). Ingeniería Didáctica.

zaje no se han completado adecuadamente.

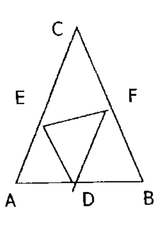
En la observación No. 1, 14 alumnas se limitan a trazar líneas internas al triángulo, en forma similar al que se muestra en la siguiente ilustración.



Al analizar la respuesta presentada por ellas, se aprecia claramente que no interpretaron el enunciado del problema que se les presentó. No hubo ninguna justificación ni plantearon algún procedimiento.

En el mismo problema hubo 5 alumnas que además de trazar líneas en forma similar a la ilustración anterior, asignaron valores numéricos a los ángulos de los triángulos formados, dejando ver que no poseen capacidad de abstracción.

7 alumnas trazaron líneas internas al triángulo y establecieron relaciones entre los lados e incluso establecieron conclusiones falsas sobre la solución del mismo, como se ilustra a continuación:



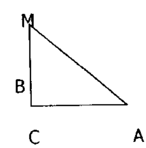
" El triángulo AED es equilátero, es decir sus lados son iguales; el triángulo DEB también lo es, por consiguiente todos sus lados son iguales, lo que me da base para concluir que sumando DF + DE = AB".

Es evidente que las alumnas poseen un bajo dominio de los formalismos matemáticos, los cuales se deben haber adquirido en educación básica y media diversificada profesional, lo cual hace suponer que las alumnas deberían haber logrado interpretar el enunciado del problema, completar la figura dada correctamente, y establecer las relaciones necesarias para obtener la respuesta correcta.

Problema 2

En el triángulo rectángulo de la figura, BM + MA = BC + CA. Si CB = h, y si CA = d, entonces BM = ?

1-$hd/(2h + d)$
2-$d - h$ B
3-$\frac{1}{2}d$
4-$h + d - (2d)^{1/2}$
5-$(h^2 + d^2)^{1/2} - h$



Respuesta 2

1-$hd/(2h + d)$

Se observa que las alumnas presentan un comportamiento similar al del problema 1, sólo trazan líneas internas al triángulo y plantean relación entre los lados del mismo en forma incorrecta. Estos resultados refuerzan el análisis hecho para el problema 1.

En este problema algunas alumnas trazan líneas internas al triángulo y asignan valores numéricos en for-

Alumna	Razonamiento
1	Cambia la nomenclatura y realiza despejes de las proposiciones dadas.
2	Establece relación entre los lados del triángulo.
4	Cambia la nomenclatura y realiza despejes de las proposiciones dadas.
6	Traza líneas internas al triángulo y realiza despejes de las proposiciones dadas.
7	Establece relación entre los lados del triángulo.
8	Traza líneas internas al triángulo y establece relación entre los lados del triángulo.
9	Cambia la nomenclatura y realiza despejes de las proposiciones dadas.
10	Cambia la nomenclatura y realiza despejes de las proposiciones dadas.
11	Realiza despejes de las proposiciones dadas.
12	Asigna valores numéricos y prueba las proposiciones dadas.
13	Cambia la nomenclatura y establece relación entre los lados del triángulo.
16	Traza líneas internas al triángulo y realiza despejes de las proposciones dadas.
17	Traza líneas internas al triángulo, cambia nomenclatura y establece relación entre los lados del triángulo.
18	Asigna valores numéricos y prueba las proposiciones dadas.
19	Asigna valores numéricos y despeja las proposiciones dadas.
21	Asigna valores numéricos y establece relación entre los lados del triángulo.
22	Asigna valores numéricas, cambia la nomenclatura y realiza despejes de las proposiciones dadas.
23	Cambia la nomenclatura y establece relación entre los lados del triángulo.
25	Traza líneas internas al triángulo.
26	Cambia la nomenclatura y establece relación entre los lados del triángulo.
27	Cambia la nomenclatura y plantea ecuación de área del triángulo.
28	Realiza despejes de las proposiciones dadas.
30	Traza líneas internas al triángulo y despejas las proposiones dadas.
31	Traza líneas internas al triángulo y asigna valores numéricos a los ángulos.
32	Traza líneas internas al triángulo y establece relación entre los lados del triángulo
33	Traza líneas internas al triángulo, cambia la nomenclatura y establece relación entre los lados del triángulo.

Fuente: Hoja con resolución del problema No. 2.

ma similar a lo analizado en el problema No. 1, sin embargo, se presentan despejes de las proposiciones planteadas como se muestra a continuación:

CA = d CB = h CM = BM + CB BM + MA = h +d BM + d = h + d BM= h + d – d

Al observar dichos planteamientos, se intuye que tratan de encontrar la respuesta a través de la aplicación del álgebra, simplemente despejando las proposiciones, sin aplicar los conocimientos elementales de geometría.

Las alumnas que asignaron valores numéricos a los ángulos, confunden la geometría con la trigonometría.

Este análisis permite concluir que al igual que en el problema No. 1, las alumnas poseen bajo dominio de los formalismos matemáticos, ya que no interpretan las palabras claves como modelos gráficos, heurísticos y algoritmos propios de la geometría elemental.

Problema 3

Por un punto P interior a un triángulo ABC, se traza una paralela a la base AB, la cual divide al triángulo en dos figuras de igual área. Si la altura correspondiente a la base AB del triángulo ABC es 1 ¿Cuál es la distancia de P a AB?

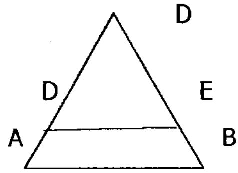
1-$\frac{1}{2}$
2-$\frac{1}{4}$
3-2 - $\sqrt{2}$
4-$\frac{1}{2}$ (2 - $\sqrt{2}$)
5-1/8 (2 + $\sqrt{2}$)

Respuesta 3

4-$\frac{1}{2}$ (2 - $\sqrt{2}$)

Se observa que las alumnas manifiestan mejoría en el dominio de los formalismos matemáticos, ya que todas realizan un razonamiento correcto al construir la figura y plantear las ecuaciones de área que se requieren para resolver el problema.

En este caso las alumnas realizaron un planteamiento similar al siguiente:



Area DEBA= Area DEC

Al observar la ilustración anterior se aprecia que para este momento las alumnas realizaron una lectura e interpretación correcta del enunciado, ya que construyeron la figura en forma correcta y lograron identificar los datos del problema en estudio al igual que la incógnita. Las alumnas identifican la estructura, sin embargo no logran fusionar sus conocimientos y por lo tanto no concluyen.

Se observa en el problema 1 y 2, que las alumnas poseen bajo dominio de los formalismos matemáticos.

Para el caso 3, las alumnas evidenciaron un mediano dominio de

Alumna	Razonamiento
1	Construye figura y plantea ecuaciones de área.
2	Construye figura y plantea ecuaciones de área.
4	Construye figura.
6	Construye figura y plantea ecuaciones de área.
7	Construye figura y plantea ecuaciones de área.
8	Construye figura.
9	Construye figura y plantea ecuaciones de área.
10	Construye figura.
11	Construye figura y plantea ecuaciones de área.
12	Construye figura y plantea ecuaciones de área.
13	Construye figura y plantea ecuaciones de área.
16	Construye figura y plantea ecuaciones de área.
17	Construye figura y plantea ecuaciones de área.
18	Construye figura y plantea ecuaciones de área.
19	Construye figura y plantea ecuaciones de área.
21	Construye figura, plantea ecuaciones de área y asigna valores numéricos.
22	Construye figura y plantea ecuaciones de área.
23	Construye figura y plantea ecuaciones de área.
25	Construye figura y plantea ecuaciones de área.
26	Construye figura y plantea ecuaciones de área.
27	Construye figura y plantea ecuaciones de área.
28	Construye figura y plantea ecuaciones de área.
30	Construye figura y plantea ecuaciones de área.
31	Construye figura y plantea ecuaciones de área.
32	Construye figura y plantea ecuaciones de área.
33	Construye figura y plantea ecuaciones de área.

Fuente: Hoja con soluciones del problema No. 3.

los formalismos matemáticos. El cuadro 4 resume los resultados del grupo en estudio.

Cuadro 4
Dominio de los formalismos matemáticos

Tratamiento	Nivel Alto	Nivel Medio	Nivel Bajo
1	0	0	100%
2	0	0	100%
3	0	69.23%	30.77%

Fuente: Problema 1, Problema 2 y Problema 3.

Se observa en los tratamientos 1 y 2 que predomina un nivel bajo en el dominio de los formalismos matemáticos. En el tratamiento 3, 8 alumnas que corresponden al 30.77% de la muestra manifiestan un nivel bajo, y 18 alumnas que corresponden al 69.23% de la muestra manifiestan un nivel medio en el dominio de los formalismos matemáticos, predominando en este tratamiento el nivel medio.

Es importante destacar, que las alumnas habían iniciado el entrenamiento para la Prueba de Aptitud Académica en el momento que se realizaron las observaciones. Al analizar los resultados, se observa que en la primera y segunda observación, no se manifiesta dominio de los formalismos matemáticos y del método de Resolución de Problemas. Por el contrario, en la tercera observación es notable la mejoría que se produce, por lo que se observa que los conocimientos no se encuentran en la memoria a largo plazo, solo fueron adquiridos y almacenados en la memoria a corto plazo para una situación precisa, que se realizaría dos semanas después de la tercera observación.

Los resultados obtenidos, revelan que las alumnas en general poseen un bajo nivel de dominio de los formalismos matemáticos, al igual que en los alumnos de la tercera etapa de la educación básica "Josefina Lizarzábal", los cuales fueron estudiados por Morillo Fereira, Roselia, en Maracaibo 1987, los cuales mostraron un bajo nivel del uso crítico del lenguaje escrito. Para estos grupos el aprendizaje se logra en la memoria a corto plazo y no llega a almacenarse en forma significativa.

Niveles de logro en la comprensión del problema y dominio de formalismos matemáticos

Se observa en los problemas 1 y 2, las alumnas mostraron que no poseen dominio de los formalismos matemáticos, por lo que no logran interpretar el enunciado del problema.

En el problema 3, las alumnas evidenciaron poseer medianamente dominio de los formalismos matemáticos, lo que les permitió razonar el enunciado del problema y realizar planteamientos sobre el mismo.

Para el análisis se consideró que las alumnas que construyeron la figura y plantearon las ecuaciones de área realizaron un 50% del análisis del problema en forma correcta.

Cuadro 5
Niveles de logro en la comprensión del problema y dominio de formalismos matemáticos

	Comprensión del problema	Usa modelos basados en gráficos	Usa modelos heurísticos	Relaciona las partes	% de uso correcto de algoritmos	% de uso correcto de métodos heurísticos	% de análisis del problema
1	Alto	0	0	0	0	0	0
	Medio	0	0	0	0	0	0
	Bajo	0	0	0	0	0	0
	Ausencia	100	100	100	100	100	100
2	Alto	0	0	0	0	0	0
	Medio	0	0	0	0	0	0
	Bajo	0	0	0	0	0	0
	Ausencia	100	100	100	100	100	100
3	Alto	0	0	0	0	0	0
	Medio	100	50	50	0	0	50
	Bajo	0	0	0	0	0	0
	Ausencia	0	50	50	100	100	50

Fuente: Cuadro 3 y 4.

Luego de este análisis, se pone de manifiesto, que para la comprensión del enunciado del problema, es indispensable poseer dominio de los formalismos matemáticos, tal como se concluyó en la investigación realizada con alumnos de séptimo grado, realizada por Ríos García (1997).

Se observa que las alumnas no muestran o presentan la información organizada que les permitiría interpretar el enunciado del problema; esto indica que la información recibida no fue traducida a sus esquemas.

Niveles de logro en la resolución de problemas y dominio de los formalismos matemáticos

Según los resultados obtenidos en las dos primeras observaciones, las alumnas no poseen dominio de los formalismos matemáticos, por lo que no logran resolver el problema a través del proceso de resolución de problemas, sin embargo se observa que algunas dan la respuesta por tanteo.

Según los resultados obtenidos en la observación 3, las alumnas ya identifican medianamente los datos e incógnitas y plantean un gráfico y ecuaciones de área, sin embargo, no aplican los algoritmos correctamente, por lo que no logran dar respuesta al problema.

El cuadro 6 ilustra que la comprensión del enunciado del problema, la

Cuadro 6
Niveles de logro en la resolución de problemas y dominio de los formalismos matemáticos

	Nivel Alto	Nivel Medio	Nivel Bajo
Tratamiento			
1	-	-	100
2	-	-	100
3	-	100	-

Fuente: Cuadro 3 y 4.
La información en cada celda es porcentual.

Cuadro 7
"Dominio de los formalismos matemáticos"

Fuente	Suma de cuadrados	GL	Cuadrados Medios	Razón	Nivel de significancia
Modelo	264.54267	1	264.54267	181.2189	0.00000
Error	110.94451	76	1.45980		

Total (Corr.) 375.48718 77
Coeficiente de correlación = 0.839364
Error estándar = 1.20822
R^2 = 70.45%

cual depende del dominio que se posea de los formalismos matemáticos y puede decirse que es condición necesaria para la resolución de cualquier problema matemático.

Los resultados de este trabajo indican una relación directa entre el poseer dominio de los formalismos matemáticos y la resolución de problemas matemáticos, tal como se señaló en los resultados de la investigación realizada con alumnos de séptimo grado de educación básica, elaborada por Abreu (1997).

El cuadro 7 que ilustra que los resultados obtenidos se ajustan a un modelo: $y=a + bx + c_0$, donde "y" es nivel de resolución de problemas y "x" es nivel de dominio de los formalismos matemáticos.

El cuadro 7 corrobora, para este trabajo, los resultados obtenidos por Abreu; al tener un coeficiente de correlación cercano a 1 y un valor F calculado (F=181.2189) mayor que el f crítico del 5%, es decir Y depende de X. Se afirma la hipótesis de la investigación, es decir que, " Un grupo de estudiantes del segundo año de Educación Media Diversificada y Profesional que posea dominio de los formalismos matemáticos del área de geometría resolverá problemas relacionados con el área".

El cuadro 8 muestra los resultados obtenidos al comparar los niveles de resolución de problemas para cada tratamiento (problema propuesto).

Para este caso de estudio se muestra que la aplicación del método fue diferente en cada problema dado que P (F>84.535)=0.0000, es decir, f_c=84.535 cae en la región de rechazo y esta muestra niega la igualdad entre tratamientos. Esto último indica que los resultados obtenidos son diferentes entre grupos(tratamiento) y no dentro de grupo.

Estos resultados apoyan los presentados en los cuadros 4 y 5.

Conclusiones

Como conclusiones generales de este estudio de caso se tienen para:

Las variables en estudio

La mayoría de las alumnas del grupo del segundo año de ciencias de educación media diversificada y profesional, considerado para este estudio, no mostraron un nivel alto en el dominio de los formalismos matemáticos, y en la identificación de las fases de Resolución de Problemas.

Este grupo del segundo año de ciencias de educación media diversificada y profesional no logró realizar el análisis e interpretación correcta del enunciado del problema, y en consecuencia no logran resolverlo.

Existe relación lineal entre la identificación de las Fases del Método de Resolución de Problemas y el Dominio de los formalismos matemáticos. La regresión lineal entre la variable independiente con la dependiente, permite concluir que para lograr resolver un problema correctamente, es necesario poseer un alto nivel de dominio de los Formalismos Matemáticos. Aplicar correctamente el Método de Resolución de Problemas, es decir, aplicar el método de resolución identificando las fases e interrelacionándolas conduce conjuntamente con un dominio adecuado de los formalismos a una vía de solución. En este grupo se aprecia que conocen la estructura pero no su función dinámica.

Metodología de análisis

Los investigadores requieren de un dominio de las representaciones analógicas y analíticas de geometría

Cuadro 8
"Método de resolución de problemas"

Fuente	Suma de cuadrados	GL	Cuadrados Medios	Razón	Nivel de significancia
Modelo	64.333333	2	32.166667	84.535	0.0000
Error	28.538462	75	0.380513		
Total	92.871795	77			

o la disciplina objeto de estudio, porque es necesario en el estudio de cada fase del proceso para resolver el problema y el uso de los elementos indicados para ello.

No obstante para obtener inferencias globales (señaladas en la hipótesis), se recurre a establecer porcentajes o mediciones que se sintetizan en valores numéricos.

Estrategias de enseñanza-aprendizaje

Ausencia de aprendizajes sobre formalismos de la geometría elemental.

Carecen de estrategia de razonamientos y toma de decisiones para resolver problemas de geometría elemental. Se nota que domina la estructura del método de resolución de problemas pero fracasan en la actividad de relacionar los elementos o pasos del método.

En cuanto al dominio de contenido de la geometría no lograron un aprendizaje significativo en las decisiones y argumentaciones usadas para el tipo de razonamiento deductivo propio de la geometría Euclideana.

Las alumnas poseen una excelente memoria a corto plazo, ya que al recibir preparación para la prueba de aptitud académica los resultados mejoraron notablemente en el último tratamiento del estudio.

En resumen se puede concluir:

"Si estos resultados son para escuelas privadas reconocidas por la excelente preparación de sus egresadas ¿Cuáles son los resultados en instituciones educativas bajo la administración pública?"

Recomendaciones

En base a los resultados obtenidos en esta investigación, se recomienda a:

Docentes en Matemáticas

Realizar estudios sobre motivación con respecto al caso de las matemáticas, porque es necesario conocer, si la mejoría notada al final en el grupo estudiado se debió realmente a sus aspiraciones de ingreso a la Universidad.

Revisar el cumplimiento en el dictado de los programas de matemáticas en los cursos de Educación Básica y Diversificada.

Elaborar estrategias para lograr aprendizajes significativos.

Elaborar cursos de extensión, destinados a estudiantes de educación media diversificada y profesional, sobre resolución de problemas y tópicos de interés para reforzar los conocimientos adquiridos en sus estudios.

Investigadores de Educación Matemática

En los grupos con los cuales se desee investigar sobre dominio de los formalismos matemáticos y el método de resolución de problemas, debe considerarse la variable motivación tanto del docente como el alumno.

Revisar el nivel de preparación de los docentes que imparten la asignatura matemáticas del grupo al cual se vaya a estudiar.

Realizar seguimiento al dictado del tema de la asignatura con el cual se desee investigar en las aulas de clase, observando actitudes de docentes y alumnos; evaluando el nivel de enseñanza del tema.

Diseñar modelos de representación de formalismos para aplicar técnicas metodológicas que resuman las características globales de los escolares en estudio.

Bibliografía

ABREU, E. 1997. "Efecto de la relación entre el lenguaje materno- matemático en el aprendizaje de conceptos matemáticos en educación básica" Maracaibo-Venezuela. Tesis de Maestría, Fac. Hdds. y Educ. LUZ.

ARY, D.; JACOBS, L. Ch y RAZAVIEH, A. 1989. "Introducción a la Investigación Pedagógica", Ed. Mc Graw Hill, 2 ed, México, 410 pp.

AZCARATE, C. 1995. "Sistemas de representación". Universidad Autónoma de Barcelona. Revista UNO de didáctica de las matemáticas. No. 4 pág. 53-61.

CENAMEC. " Material de apoyo de la propuesta de matemática. Talleres de formación de facilitadores". Mimeografiado, Caracas,.

ERNEST, P. 1988. "The problem solving approach to mathematics". Teaching Mathematics and it applications, Vol. 7.

ESCALONA, M. 1991. " Estudio al proyecto modelo tutorial resolución de problemas matemáticos propuesto por el CENAMEC". Informe final. Proy. CONDES CEM-LUZ, pp.

FARFAN, R. 1997. "Ingeniería didáctica". 1 ed, México. Ed. Iberoamericana.

GAGNE. 1987. "Condiciones para el aprendizaje". Segunda edición en español. Ed. Iberoamericana.

ICME – 7. 1992. "ACTAS DEL 7mo Congreso Internacional de la Educación Matemática", Ed. Les presses de L'UNIVERSITÉ LAVAL, Québec, Tomo II: Selección de lecturas, 370 pp.

MEDINA, A. 1989. "Didáctica e Interacción en el aula"; Ed. CincelKapeLuz, 2ed, Bogotá, 168pp.

MORALES, N. 1992. "Lenguaje y Eficiencia Personal". Ediciones Rogya, Mérida, Venezuela.

MORILLO, R. 1987. "Influencia del lenguaje en el rendimiento académico de los alumnos de la escuela básica Josefina Lizarzábal" Maracaibo-Venezuela. Tesis de Maestría, Fac. de Hdds y Educ. LUZ.

POLYA,G. 1986. "¿Cómo plantear y resolver problemas?". Ed Trillas, 19 reimpresión (1995), México 215.

RIOS, Y. 1997. "Aplicación de la Estrategia Metodológica Resolución de Problemas con el uso de Palabras Claves en séptimo grado". Maracaibo-Venezuela. Tesis de Maestría, Fac. de Hdds. y Educ. LUZ.

ROJANO, T. 1994. "La matemática escolar como lenguaje. Nuevas perspectivas de investigación y enseñanza". Enseñanza de las Ciencias. Vol 12, num 1, pp 45-56.

ROMERO, O; SALOM, C. 1992. "Los estudiantes exitosos ¿Cómo son ellos?".

RONDON, D. 1997. "Efecto de una estrategia constructivista utilizando el lenguaje materno en el aprendizaje de conceptos geométricos. Maracaibo-Venezuela.

HERNÁNDEZ, SAMPIERI, R. y otros. 1991. "Metodología de la investigación". 1 ed, México, Ed. Mc Graw-Hill, 505 pp.

SANTIAGO, E. 1991. "La efectividad de la estrategia solución de problemas, en el rendimiento de los alumnos en la disciplina física" Maracaibo-Venezuela.

SUAREZ, E; CASTRILLO L. (S.F). "Solución de problemas en grupo".

VERGNAUD, G. 1991. "Langage et pensée dan s L"apprentissage des mathématiques Revew Francraise de Pédegogie. No 96", Juillet-aóut-septembre.