

## Representación de un fenómeno educativo matemático

María Escalona Fuenmayor y Alicia Inciarte González

Facultad de Humanidades y Educación, Universidad del Zulia. Maracaibo, Venezuela

### Resumen

Este informe trata la construcción de teoría para ciencias humanas; iniciando con la definición de teoría, continuado con la revisión de posturas filosóficas y, finalizando en el diseño de procesos para construir un modelo teórico correspondiente al fenómeno de situaciones de educación. Entre los procesos asumidos para la aproximación a una representación teórica se revisaron las propuestas de Giere, Kitcher y Nersisyan. Como resultado se muestra la construcción de un modelo teórico para un fenómeno en la educación formal matemática.

**Palabras clave:** Construcción de teorías, epistemología, educación matemática.

### Representation of Educative Mathematical Phenomenon

#### Abstract

This report attempts the construction of theory for human science, beginning with the definition of theory, together with a review of philosophical postures, and ending with a design for a process to construct a theoretical model which corresponds to educational situations.. Among the processes assumed in the approximation to this representative theory. The proposals of Giere, Kitcher and Nersisyan were reviewed. As a result the construction of a theoretical model is presented for phenomenon in the formal education of mathematics.

**Key words:** Construction of theory, epistemology, mathematical education.

Recibido 29-01-2003 .Aceptado: 10-11-2003

#### Introducción

La presentación de este informe corresponde a un proceso para la construcción de un modelo teórico. Este procedimiento se semeja al conocimiento matemático del tipo

intuitivo como instrumento de la invención<sup>1</sup>; en otras palabras no desprecia lo intuitivo, ni lo formal, “no son los espíritus quienes han cambiado, son las ideas; los espíritus intuitivos han permanecido, pero los lectores han exigido de ellos más concesiones” (Poincaré, 1900: 7). Apoyados en la intuición, primero se seleccionó entre distintas concepciones una definición de teoría; conjuntamente con ésta se estableció la participación del componente filosófico en la definición de teoría y la construcción de modelos teóricos; finalmente se conjugaron ambos aspectos, para presentar los procesos que, en la actualidad, se tienen como la aproximación a una representación teórica. La profundidad dada al fenómeno explicado llegó a presentar algunos detalles de los procesos que se vinculan en el hecho por presentar en este trabajo; es decir, el fenómeno educativo formal matemático para niveles iniciales de Escuela Básica es explicado a través de una evolución de su modelación teórica; procesos que se organizan y seleccionan mediante juicios naturales<sup>2</sup>. Sustentado en las afirmaciones previas, esta construcción de modelos teóricos se ubica en

... un modelo evolutivo de las ciencias, la variabilidad se refiere a las representaciones, a las cuales se aplicaran juicios, que seleccionan algunas de ellas; las representaciones supervivientes pasan a la generación siguiente a través de la enseñanza-aprendizaje. Según esta analogía, los procesos cognitivos serían al desarrollo de las teorías lo que los mecanismos genéticos son al desarrollo evolutivo de las poblaciones (Izquierdo, 1996).

Estas concepciones las ubicamos en posiciones como las de filósofos naturalistas realistas –representación realista con juicios naturales que suponen tanto el juicio individual como la interacción social– entonces una teoría científica contiene elementos que representan de algún modo y hasta cierto grado aspectos del mundo (Giere, 1990: 27-28). No obstante, la incorporación de nuevos elementos a esta sustentación, este trabajo se ubica en un campo más complejo, digamos ecológico. Éste incluye los modelos cognitivos de la ciencia, con las siguientes características de interés: 1) Considerar a las teorías como las entidades más importantes de las ciencias, las cuales se construyen y se modifican para interpretar el mundo, no sólo para describirlo; 2) La cultura del momento y las características del grupo social en que se elaboran y discuten las teorías influyen en ellas y en la visión del mundo que proporcionan; 3) Estas teorías no han de ser necesariamente axiomáticas y pueden identificarse con “modelos”, o incluso con analogías; 4) Se adhieren a un realismo “no representativo” en el cual la experimentación tiene, también, una importante y decisiva función; 5) Admiten la dificultad de identificar un método científico único (Izquierdo, 1996). Estas características muestran que las tendencias son hacia la existencia de barreras cada vez más difusas entre las distintas corrientes científicas; en otras palabras, se desvanece la muralla entre el pensamiento

científico y el pensamiento corriente.

La definición de teoría asumida se ubica en la posición naturalista actual tal como la concibe (Rosenberg, 1996: 22-27), el cual constituye un naturalismo con raíces de evolucionismo cultural abierto a los avances. De ahí que, las representaciones se asumen dentro del "realismo científico crítico para el cual una teoría fundamental en la ciencia contemporánea es cierta sólo en el sentido de modelo: su objetivo directo es un modelo ideal el cual es descrito por él de manera discreta y directa. Dichas teorías describen al sistema real solo parcialmente; ellas aprehenden algunos de sus rasgos esenciales" (Krajewski, 1992). El trabajo prosigue con la revisión de las propuestas de los filósofos de la ciencia en lo correspondiente a las posturas que le son propias. Para el caso de la representación teórica que se busca, como es la explicación del fenómeno enseñanza aprendizaje de los contenidos matemáticos en sistemas educativos formales, se aceptan relaciones entre disciplinas tales como la psicología, la sociología y la pedagogía y, en todo caso, semejante a la organización de las ciencias cognitivas (Von Eckart, 1996). Además, las decisiones para admitir científicamente una teoría se asumen como razonamientos parcialmente satisfactorios o empíricamente satisfactorios dentro de decisiones naturales (Da Acosta y French, 1993: 184) y (Acurero y Escalona, 1999: 273-284).

### **1. Una definición de teoría científica**

La definición que merece especial atención es la de TEORIA CIENTÍFICA como lo expone Giere, la cual debe fundarse en modelos que capten la "estructura más profunda" del desarrollo científico (Giere, R., 1990, 17-18); porque esta permitirá, en la parte final del informe, indicar cuales son los pasos propuestos para aproximarnos a una explicación teoría sobre 'educación matemática'. Primero se asume que una teoría es un sistema de ideas donde predomina la apertura. En otras palabras, las ideas organizadas son unidades de información y/o simbólicas que se unen unas a otras. Este acoplamiento puede darse bien sea en función de afinidades entre ellas o en función de principios de organización lógica y/o paradigmática (Morin, 1992: 133). En todo caso, estos procedimientos son análogos a: los procesos de producción del conocimiento matemático sustentado por Poincaré (1900), esto es, intuitivo con instrumentos de la invención; constructivismo-social de Ernst (1996)<sup>3</sup>, y; los procesos para descubrir o inventar el conocimiento matemático tal como lo presenta Penrose (1991: 131-135) al referirse a la realidad de los conceptos matemáticos que en algunos contextos es de invención y en otros es de descubrimiento.

El planteamiento central de los procesos cuya finalidad es obtener aproximaciones

teóricas, durante la labor realizada y presentada en este informe, consideró, inicialmente, asumir para la estructuración y funcionamiento de las unidades de información las afinidades de las propuestas de expertos. Por ejemplo: las definiciones de aprendizaje bajo orientación constructivista (García, 2000: 40-41), se les relacionó con el episteme matemático y elementos socio-educativos; éstos últimos, semejantes, a los propuestos por la filosofía de la matemática de Ernest (1996). Estas unidades de información responden, también, a organizaciones que denominamos subsistemas, en otras palabras se tiene un subsistema social, subsistema psico-educativo y un subsistema epistémico matemático; para OTTE (1993) sería lo social, lo subjetivo y lo real de una didáctica. Particularmente, estos subsistemas responden a modelos concebidos como un patrón de evolución por innovación y selección (Porlan, 1990: 5).

Las matemáticas responden, hoy día, a varias orientaciones que han evolucionado desde: procesos intuitivos presocráticos e intuitivos como instrumentos de invención, (Poincaré, 1900: 22); sistemas formales que se vinculan en función de principios de organización lógica (Hilbert); proceso cuasi-empíricos o la teoría de la creación del conocimiento matemático de forma dialéctica propuesta por Lakatos, y; procesos del constructivismo social propuesto por Ernst (1996: 157-158). Esta última propuesta filosófica considera la elaboración de una matemática basada en los principios potenciales o posibles direccionamientos de los aspectos o dimensiones epistémico, teórica, ontológica, metodológica e histórica, aplicación y valores y, del conocimiento y aprendizaje individual. Algunas de estas posiciones no tienen autocrítica en su naturaleza y fundamentos (Morin, 1992: 134); las modificaciones que se realicen a los subsistemas, o lo muy de acuerdo o desacuerdo que se este con las unidades de información, después de estudiar la pertinencia y predicciones entre ellas y los datos recogidos en las experiencias de campo no se auto revisan.

Un poco para confirmar las representaciones (unidades de información y/o simbólicas) se recurre a confirmaciones científicas que pueden ser racionales o naturales; esto es, solventar la incapacidad de crítica de una teoría. El primer intento de organizar mediante vínculos lógicos las ideas se realizó en Atenas, hace 2500 años. Escenarios posteriores, de la humanidad, han hecho que una teoría obedece a: reglas empíricas/lógicas y a la aceptación de las pruebas que pudieran invalidarla o confirmarla (Morin, 1992: 135). En el caso que se muestra, las revisiones hechas permanentemente, dada la capacidad del macrosistema de permitir modificaciones agregando o sustituyendo subsistemas, al patrón organizativo de la unidad subjetiva (psicología educativa), son ejemplo de una decisión natural debida a los observadores científicos del trabajo en el aula de clases formales para matemáticas.

Múltiples trabajos Laudan (1977: 70) y Otte (1993: 17) reconocen que las teorías científicas proveen de coherencia y adecuada solución a los problemas; esto recoge en parte el espíritu de una selección natural de las representaciones empíricas o reales de los aspectos del mundo. Esta presentación deja permear un orden evolutivo de las representaciones y las definiciones de teoría dadas por los filósofos y/o científicos de cualquier época. De ahí, que las teorías están en concordancia con el entorno filosófico y cultural durante su vigencia.

## **2. Observaciones epistemológicas en la construcción de una teoría científica**

Los avances más recientes conducen a un surgir de la teoría de la evolución de Darwin a la luz de la cosmología del siglo XX, (Brockman, 1996: 29-33) Esto último ha permitido a los interesados en el origen y formación del conocimiento humano nuevas propuestas disciplinarias que se relacionan o complementan, tales como: la inteligencia artificial, la psicología cognitiva, las neurociencias, y la lingüística, conocidas como Ciencias Cognitivas. Para Izquierdo (1996) bajo estas perspectivas una teoría científica contiene elementos que representan aproximaciones dicotómicas de determinados aspectos del mundo, no obstante a estas representaciones realistas o idealistas (Krajewski, 1992: 205-213) se les aplican confirmaciones científicas racionales o naturales (Otte, 1938: 281-317; Da Acosta, 1993: 12-32), que permiten seleccionar algunas de ellas como teorías científicas.

Según Giere (1988) una teoría es un conjunto de modelos, los cuales son fórmulas abstractas de sus mismas idealizaciones e interpretaciones conjuntamente con las hipótesis lógicas, del mundo real (Rosenberg, 1996: 10-13). Entonces, el modelo de aproximación teórica conduce a través de similitudes sucesivas a la verdad; esta propiedad demanda mecanismos de concertación con los sistemas sociales –juicios naturales–. A este tipo de realismo se le conoce como realismo pragmático o realismo naturalista o naturalismo completo.

Otra posición del naturalismo con realismo la presenta Kitcher (1993); para quien las teorías son respuestas a problemas significativos. La estructura de estas respuestas son modelos de argumento general: sucesiones de enunciados esquemáticos, junto con instrucciones para cambiarlos dentro de los enunciados reales acerca de una variedad de las materias básicas que actualizan el esquema y una clasificación de los enunciados esquemáticos en básicos y derivados. Para esta posición el conjunto de modelos explicatorios será aceptado por la comunidad científica de acuerdo con el progreso de la

ciencia (Rosenberg, 1996: 14-15).

En ambas posturas del naturalismo con realismo se encuentra encubierto un esquema que admite la existencia de representaciones del fenómeno y un juicio para escoger las mejores de ellas, conjuntamente con mecanismos de variabilidad, adaptación y selección (abducción). En la construcción de las teorías, las representaciones son las unidades de información o simbólicas organizadas de Morín, los modelos teóricos de Giere o, las respuesta a problemas significativos de Kitcher; lo cual constituye la variabilidad de la epistemología naturalista. Las confirmaciones serán: los mecanismos de negociación social de Giere o, el progreso de la ciencia de Kitcher. Según los resultados de estas confirmaciones se seleccionan algunas teorías, ésto corresponderá a la selección y adaptación del evolucionismo.

En cuanto a las representaciones se evidencia una libertad, más que una apertura, para la aproximación a los fenómenos reales totales o parciales. Esta autonomía produce múltiples acercamientos a lo real, permitiendo a la mejor explicación y proyección del fenómeno y su permanencia como teoría.

Otros de los mecanismos de representación se relacionan con abstracciones y/o analogías, cuyos niveles de discrepancia ante su comparación con datos empíricos constituye un modo de validación. No obstante, en muchos de los modelos de representación de los fenómenos subyacen definiciones de términos que no son tangibles o posibles de medir u observar, pero que se presume están participando en el hecho.

El enfoque para la construcción de teorías sugerido por Bagozzi y Phillips (1982) constituye un ejemplo de congruencia con la definición de teoría sustentado en este trabajo. No obstante en el aspecto correspondiente a la representación fenomenológica se adhiere a la propuesta de red dada por Hempel. Esta diagramación se usa más para vincular las definiciones, términos e hipótesis; desde luego, el modelo o las aproximaciones al sistema de ideas está oculto en las definiciones o en los términos, como ellos sostienen están representando una organización de teoría (Bagozzi y Phillips, 1982: 46).

Ésta última propuesta para construir teorías puede simplificarse y trabajar con los "mapas internos" de Giere en lugar de las redes de Hempel. Esto es, en lugar de formular teorías para sistemas de teorías (multiplicidad) se trabaja con la representación de un fenómeno (individualidad). Esto último no indica que el sistema individual no sea complejo, además pueden adaptarse al estudio de sistemas adaptativos informáticos

(Gell-Mann, 1996: 303).

Los principios de organización y validación profundizados en la propuesta de Bagozzi y Phillips también son utilizados en este trabajo. Este último planteamiento acude a juicios muy racionales tales como: validación de constructos, obtención de los modelos estadísticos lineales y la aplicación de la prueba de “hipótesis no observables”. Todo esto constituye un juicio racional de las representaciones para construir teorías.

### **3. Un proceso para obtener una representación de un fenómeno educativo-matemático. Construcción de un modelo de un fenómeno educativo**

Como representación del fenómeno se asume una combinación de las definiciones dadas por Giere y Kitcher. La secuencia parte de ubicar respuesta a problemas significativos. Esta respuesta se representa mediante un modelo teórico –mapa interno–, los mismos pueden constituir sistemas individuales o complejos. Los juicios para aceptar o rechazar estos modelos, hasta ahora, son decisiones que se ubican en una lógica racional en sus inicios, para finalizar en juicios naturales. Cada fase de la evolución de la teoría que representa el fenómeno se denomina Espacio Cognoscitivo y a la secuencia de varios espacios cognoscitivos se le denomina Espacio Histórico.

#### **Espacio Cognoscitivo 1**

La atención por **las implicaciones que tienen el conocer el funcionamiento cognitivo** ha producido cambios en la comprensión de la naturaleza del conocimiento científico. En particular no se considera el aprendizaje de las Matemáticas como el problema de la adquisición de competencias y de habilidades, sino que se aborda en términos de procesos cognitivos (Azcarate, 1995: 53). Éstas están incidiendo “especially in two related fields – memory and information processing, in particular, problem solving. In both fields the problem of representation is seen to be of crucial importance”<sup>4</sup> (Jung, 1993: 37).

En lo que corresponde a esta indagación se tratará la representación en el campo relativo al procesamiento de la información. Los modelos mentales según Glenberg, citado por (Maza, 1995: 115), son representaciones de situaciones descritas en los textos, antes que las representaciones del texto mismo; admite que las representaciones pueden ser imágenes mentales o proposiciones, pero lo que realmente interesa es el funcionamiento de las representaciones. Así, defiende que estos elementos representacionales integran la información de ambos dominios, el espacial y el proposicional, información de objetos,

sucesos, relaciones entre otros. Diversas circunstancias propias de los procesos internos de cognición de saberes matemáticos permiten preguntar: ¿Cómo son las representaciones internas de textos con contenidos matemáticos o diagramas matemáticos, en escolares de los niveles iniciales?, ¿cómo son las interacciones entre representaciones internas y externas, en escolares de los niveles iniciales?, ¿cuáles representaciones externas favorecen el aprendizaje de conceptos matemáticos y probabilísticos, elementales?

Desde el campo de la didáctica, las interrogantes o problemas significativos para un educador en matemática, se pueden plantear como sigue: ¿Es necesario pensar como matemático para enseñar matemática?, ¿examinar las actividades cognitivas de los matemáticos provee luces para fomentar prácticas educativas efectivas?, ¿están bio-psico-socialmente capacitados los escolares para aprender matemáticas?, ¿es necesario examinar los procesos cognitivos de los escolares para adaptarles actividades educativas matemáticas? Las distintas respuestas dadas han producido diversos modelos. Sin embargo, para este caso, el aprendizaje de la matemática responde a la idiosincrasia del quien aprende, la correspondencia con la práctica auténtica que él hará del saber y la posición como formadores asumida por los educadores.

Tratar de obtener un modelo global resulta complejo y muy poco probable; sin embargo es factible aproximarse a la realidad con un modelo parcialmente flexible. No obstante se trata, en este trabajo, de "asumir que para aprender un estudiante debe comprometerse en la construcción activa de sus propias representaciones del conocimiento científico existente, y el educador debe elaborar estrategias explícitas para ayudar a sus estudiantes a comprometerse con ellos mismos" (Neserssian, 1995: 203). Diversos hallazgos han mostrado que los estudiantes no son cajas vacías donde los maestros colocan sus propios conocimientos, ésto hace que los nuevos materiales por procesar estén afectados por conocimientos previos o preconceptos de los estudiantes. La flexibilidad que debe procurarse no sólo es idónea a estos actores, sino a la influencia proveniente del ambiente.

Estos contextos constituyen sistemas complejos que interactúan para formar sistemas cada vez más complejos. La representación de una didáctica en matemática tendrá a su vez la participación del saber matemático. Éste puede emplear analogías, representaciones visuales, espaciales y temporales, si el modelo es constructivista; ecuaciones y definiciones, la aplicación de un conjunto de reglas, esto es, un proceso sintáctico, si el modelo es positivista (Neserssian, 1995: 221).



La descripción del fenómeno tratando las respuestas para cada interrogante como sistemas y las interacciones entre ellas como sistemas complejos será lo que Gill-Man denomina **plectica** a la luz de puntos de vistas derivados de concepciones filosóficas de cada uno de los subsistemas (Neserssian, 1995: 221).

Asumiendo la propuesta, dada en este trabajo, para construir teorías se tienen que las relaciones entre estos macro-sistemas (componente psicológico-sociológico, componente matemático, componente filosófico, componente lingüístico, componente neurocientífico y componente educativo) constituyen espacios cognitivos que permiten representar teóricamente el fenómeno.

El origen de estas interpretaciones nació de aceptar una teoría o descripción o propuesta de otros estudiosos del área de la psicología - sociología del aprendizaje (postpiaget y Vigostky), la didáctica de la matemática (enfoque sistémico) y el conocimiento matemático (contenidos matemáticos elementales); estas relaciones constituyen el Espacio Cognoscitivo 1, en la Figura 1 (Nava y Escalona, 1994: 85-91). La revisión de estas explicaciones se realizó mediante el uso de evaluaciones racionales, tales como las técnicas estadísticas en una metódica denominada Ingeniería Didáctica (Nava y Escalona, 1998: 175-183).. Este Espacio Cognoscitivo 1 después de las valoraciones obtenidas y la anexión de modelos socio educativos, modelos lingüístico matemáticos, epistémico matemáticos paso a constituir un segundo Espacio Cognoscitivo (Figura 1) (Nava y Escalona, 1998: 03-13).

### **Espacio Cognoscitivo 2**

El enlace entre Matemáticas y Lenguaje da aportes para una análisis privilegiado en el entorno social; sin embargo no es transparente esta vinculación. Hay al menos dos posibilidades no excluyentes, la primera es aquella en la cual el lenguaje es parte integral y esencial del conocimiento matemático y la segunda considera a la matemática como esencialmente lingüística.

Dentro de las posiciones sobre lingüística, se tiene que la construcción del pensamiento matemático muestra varias vertientes. Una de éstas es el constructivismo social, el cual concede primacía a la construcción del conocimiento individual sobre el lenguaje Ernest (1991). Otra posición sugiere la relevancia de la lengua sobre el conocimiento, entre ellas la participación de los significados sociales como parte interiorizada por los individuos Vygostky (1995).

**Figura 1**  
Espacio Cognoscitivo 1 y 2



Para didactistas de la matemática como Vergnaud (1991: 79-80) es claro que la dependencia del lenguaje natural y el simbólico juega un papel esencial en las actividades de aprendizaje de las matemáticas, pero esto no admite considerar a las matemáticas como un lenguaje.

Estas disímiles posiciones y aparente falta de consenso sobre la dialéctica matemática/lenguaje, realidad cartesiana, puede ser rechazadas y considerar la tricotomía matemática-lenguaje-interpretación, tal como lo presenta Peirce (1868). Entonces la matemática es semiótica más que lingüística y que ésta es el signo a través del cual la objetividad matemática es creada. Una extensión de esta división (objeto-signo-interpretación) la propone Delhi (1990), citado por Vile (1996), con la división en categorías subjetivas, objetivas y físicas.

No obstante, aceptaremos que las matemáticas son un conocimiento más que un lenguaje; de ahí que la conceptualización dinámica (representación externa) de la matemática haya constituido el componente que explica este saber, ella contiene los criterios de representación real del mundo. Uniendo a este aspecto el hecho que la comunicación es una función del lenguaje, y éste último es indisociable de esa función de representación, se presenta la acción y el pensamiento del saber matemático por el lenguaje (Vergnaud, 1991: 80).

En la resolución de problemas la información dada en lenguaje corriente permite proponer detalles gráficos de las partes –proceso analítico– que al final de la actividad se junta en una figura completa –proceso sintético–.

Para muchos de los escolares activos elaborar síntesis gráficas (representación) debería ser un trabajo de rutina, sobre todo en el área matemática; no obstante, la realidad es

otra. Durante la ejecución del proyecto "Estudio del proyecto: Resolución de problemas propuesto por el CENAMEC" (Nava y Escalona, 1988), se observó la preocupación en muchos colegiales al no poder discriminar la información dada por el problema y sintetizarla en un gráfico. En algunos casos sus representaciones visuales (concepción matemática<sup>5</sup>) correspondieron a una recreación artística del problema, muy lejos de la representación visual que corresponde a un concepto matemático<sup>6</sup>. En otros casos la situación fue más grave, porque los escolares no se preocuparon por trabajar para elaborar una gráfica del problema, estos niños respondieron automáticamente usando algoritmos formales, que en muchos casos no respondían a la pregunta indicada por el problema. Esta situación permite preguntarse: ¿Por qué omitieron la síntesis visual, si la estrategia la requería?, ¿sus maestros no elaboran gráficas en sus trabajos de enseñanza?, ¿cómo aprenden estos niños contenidos o saberes lógico-matemáticos?, ¿cómo estimula el pensamiento visual el descubrimiento de la solución de problemas?

Reconocemos que este tipo de aprendizaje no es automático, pero lo que sí estuvo claro fue que para estos niños llevar el lenguaje corriente a formalismo lógico-matemáticos a través de gráficas resultó traumático; de ahí que sus experiencias cotidianas, tanto en el aula, como en sus otros ambientes, no les proporcionaron experiencias de este tipo o en todo caso no ejercitaron lo suficiente para consolidar esta actividad. Regularmente, estos escolares sólo elaboraban gráficas durante la actividad de resolución de problemas o en las clases de geografía. En esta última asignatura las usaban para elaborar planos de su barrio o ciudad. Ante esta panorámica, cabe preguntarse ¿Logra el maestro enseñar las síntesis gráficas. Y si lo hacen; ¿por qué los niños no la trabajan?, ¿es la síntesis gráfica un saber (contenido) y saber hacer (destrezas) muy complejo para los niños de los primeros niveles de la escuela?, ¿es posible que las estrategias docentes no estén consolidando este tipo de conocimiento?, ¿la visualización en matemáticas: geometría y aritmética no conduce a procesos que le dan significado a las concepciones matemáticas?

Al igual que el primer espacio cognoscitivo, esta segunda propuesta fue revisada. El proceso secuencial del paso del Espacio Cognoscitivo 1 al Espacio Cognoscitivo 2 constituye un Espacio Cognoscitivo Histórico. Las constantes revisiones empíricas y bibliográficas, actualmente, nos conducen a revisar a cada sistema y sus relaciones vinculantes naturales. En este caso se producen variantes de la representación, tal como se muestra en la Figura 2. Esto hace que existan nuevos modelo de acuerdo a la profundización en el área en cada sistema y, vinculación entre ellas.

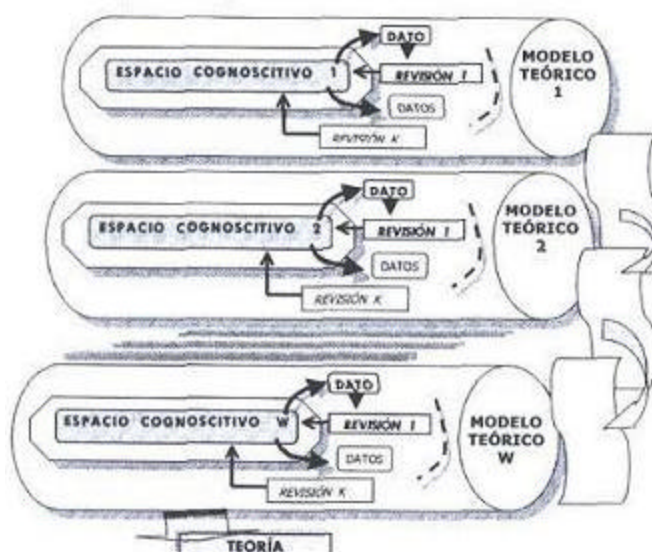
Para confirmar las vinculaciones entre ellas se han realizado estudios repetidos y secuenciales. Estas confirmaciones o rechazos de las relaciones se pueden realizar

mediante métodos estadísticos descriptivos y/o inferenciales tal como los proponen Bagozzi y Phillips.

La primera representación de un hecho educativo para matemática considerada, por nuestro equipo de investigación, se sistematizó mediante el uso de modelos teóricos como la teoría del desarrollo de Piaget y de Vigostky, la teoría de las capacidades cognoscitivas de Gagne y la teoría instruccional de Hodgkin (Nava y Escalona, 1988). En este sistema se ubicó la matemática indicada en los programas presenciales de Escuela Básica, particularmente en la actividad de resolución de problemas matemáticos. No obstante, por no tenerse conocimiento de las posiciones epistemológicas vigentes, esta explicación del fenómeno educativo se hizo a partir de la interrogante ¿Mejoran los razonamientos matemáticos los alumnos que se conducen bajo la estrategia resolución de problemas del CENAMEC? La validación de esta estructura parcial se hizo mediante juicios racionales provenientes de la aplicación de técnicas estadísticas inferenciales multivariadas (Nava, y Escalona, 1992: 60-71).

La siguiente revisión (Figura 2), a la propuesta inicial de representación de la educación matemática en la Escuela Básica, se hizo asumiendo el modelo del aprendizaje de la matemática del Bergeron-Hercovis (Post-Piaget). En esta nueva sistematización se mantuvieron los componentes social y el psicológico-matemático, anexándole el componente lingüístico matemático y epistémico matemático (Escalona, 1998: 7-23). La confirmaciones de las representaciones del hecho se basaron en revisiones secuenciales mediante técnicas cuali-cuantitativas de la metodología conocida como ingeniería didáctica (Nava y Escalona, 1994: 181-188).

**Figura 2**  
Espacio Cognitivo Histórico



En las últimas revisiones se realizaron representaciones parciales de los subsistemas ya considerados. Para el caso de la psicología se revisan las teorías meta cognitivas, las inteligencias múltiples y la motivación. En lo que corresponde a la sociología se profundiza en la teoría de Vigostky y psicología social, la filosofía natural realista con énfasis en el ambiente, se revisa el episteme matemático y el episteme de la didáctica de la matemática. La discrepancia didáctica es considerada para el subsistema 'saber'. Cada uno de estos subsistemas se están modificando debido a las innovaciones introducidas a los modelos tradicionales (Escalona, 1999 y 2000). Las decisiones para confirmar o rechazar la representación son innovaciones de métodos tradicionales, tales como: El análisis del discurso matemático de los alumnos y docentes; el uso de lógicas pragmáticas para tomar decisiones; la aplicación de nuevas tecnologías didácticas; la revisión del episteme matemático; la aplicación de los sistemas de representación de conceptos matemáticos, como concepciones estructurales y operacionales, y; la prospectiva como método para revisar el modelo. Estas últimas constituyen profundas modificaciones a las formas tradicionales de decisión científica, además muestran las fallas existentes en algunas decisiones estadísticas (Da Costa y French, 1993: 177-190 y Escalona y Martínez, 2003).

### **Conclusiones**

Asumiendo la definición de teoría según el naturalismo se tiene:

1. Las propuestas para construir teorías conducen a representaciones del fenómeno más que a construir una teoría científica del tipo clásico.
2. El avance de las telecomunicaciones permitirá someter a juicios por los pares de la comunidad científica mundial. Esto redundará en superar la mera representación y garantizar la elaboración de teorías.
3. La fortaleza de la definición de teoría asumida por el naturalismo con realismo permite la creación de representaciones aproximadas y diversas de aspectos parciales del fenómeno sin llegar a reduccionismo, es decir, concluir que existe un modelo único para explicar el fenómeno de la educación matemática.
4. La creación de teorías que expliquen y proyecten fenómenos educativos de aula en matemática se logrará obteniendo aproximaciones a estructuras parciales previamente.
5. Crear nuevas metodólicas para observar y revisar el proceso y, explicar el fenómeno objeto de estudio.

---

### **Notas**

1. Se tienen dos modalidades de conocimientos matemáticos, uno denominado por descubrimiento y el otro es el de

invención.

2. Procedimientos mediante los cuales las teorías llegan a aceptarse o no aceptarse mediante juicios individuales y la interacción social.
3. Filosofía matemática sustentada en: la lógica matemática de Lakatos, es decir, el descubrimiento matemático a través de la negociación y aceptación del conocimiento matemático, conceptos y demostraciones; las nociones de juegos del lenguaje y "formas de vida" de Wittgenstein, y; la reinterpretación de objetividad como social e intersubjetiva (Ernest, 1996: 160-165).
4. Especialmente en dos campos: El relativo a la memoria y, al procesamiento de la información; en particular, en la resolución de problemas. En ambos campos el problema de la representación es de crucial importancia
5. Conjunto de significantes capaces de asociarles, en particular imágenes, las expresiones simbólicas.
6. Noción matemática tal como se define en el contexto científico de una época dada.

### Referencias Bibliográficas

1. ACURERO, G. y ESCALONA, M. (1999). Razonamiento natural y educación matemática. **Encuentro Educativo** Vol. 6(3): 273-284.
2. AZCARATE, C. (1995). Sistemas de representación. **UNO** 4:53-61.
3. BAGOZZI, R. y PHILLIPS, L. (1982). Representing and testing organizational theories. **Administrative Quarterly** Vol. 27(3): 459-489.
4. BROCKMAN, J. (1996). **La Tercera Cultura. Más allá de la revolución científica.** Traducción Antonio García, Editorial Tusquets Editores, Barcelona, 391 pp.
5. DA ACOSTA, N. (1993). **Lógica inductiva e probabilidade**, Editora HUCITEC, Editora da Universidade de Sao Paulo, 2 edición, 89 pp.
6. DA ACOSTA, N. y FRENCH, S. (1993). A model theoretic approach to 'natural' reasoning. **International studies in the philosophy of science** Vol. 7(2): 177-190.
7. ESCALONA, M. (1998). Revisión de situaciones didácticas. **Omnia** Año 4(2): 7-23.
8. ESCALONA, y cols. (2000). Situaciones cognitivas, creencias y resolución de problemas matemáticos. **Encuentro Educativo** Vol. 7(1): 81-96.
9. ESCALONA, M y MARTÍNEZ, V. (2003). Un análisis exploratorio de variables didácticas, **Omnia** Año 9(1): 7-33.
10. ERNEST, P. (1996). **Constructivismo social como una filosofía de la matemática.** 8vo

Congreso internacional de educación matemática. Selección de conferencias, Sevilla, 157-171 pp

11. GARCÍA, R. (2000). **El conocimiento en construcción**, Ed. Gedisa, Barcelona, 252 pp.

12. GELL-MANN, M. (1996). Plectica, en **Tercera Cultura**, compilador Jhon Brockman, Editoria Tusquests.

13. GIERE, R. (1990). **Explaining Science: A cognitive Approach**, Chicago, University of Chicago Press.

14. HEMPEL, C. (1996). **La explicación científica**, Ed. Paidós, 2ª reimpresión, Barcelona, 485 pp.

15. IZQUIERDO, M. (1996). Modelos cognitivos de Ciencia y enseñanza de las ciencias. Historia de las ciencias y curriculum. Mimeografiado, Universidad Autónoma de Barcelona, 17 pp.

16. JUNG W. (1993). Use of cognitive science to science education. **Scienc & Education** Vol. 2(1): 31-56.

17. KRAJEWSKI, W. (1992). Interrogantes acerca de los objetos de conocimiento y tipos de realismo, **International Studies in the Philosophy of Science** Vol 6(3). Traducción: Raimundo Medina (LUZ).

18. KITCHER, P. (1993). **The Advancement of Science**, Oxford, Oxford University Press.

19. LAUDAN, H. (1977). **Progress and its problems. Towards a theory of scientific growth**. University of California press, Berkeley.

20. MAZA, C. (1995). **Aritmética y representación. De la comprensión del texto al uso de materiales**. Ed. Paidós, Barcelona. 205 pp.

21. MORIN, M. (1992). **El método. Las ideas**, Traducción: Ana Sánchez, Editorial Cátedra, Madrid, 267 pp.

22. NAVA, F. y ESCALONA, M. (1988). Estudio del proyecto 'Módulo tutorial: Resolución de problemas' propuesto por el CENAMEC, informe final, CEM-Fc. de Humanidades y Educación, CONDES. Maracaibo.

23. NAVA, F. y ESCALONA, M. (1992). Efectos del módulo tutorial resolución de problemas del CENAMEEC en la construcción del pensamiento matemático, Boletín **CENAMEEC, multidisciplinario** 5, Caracas.
24. NAVA, F. y ESCALONA, M. (1994). Modelo didáctico para el aprendizaje de la noción de número, **Encuentro Educativo** Vol. 1(1): 85-91.
25. NAVA, F. y ESCALONA, M. (1994). Un método de investigación en didáctica de las matemáticas, **Encuentro Educativo** Vol. 1(2): 181-188
26. NAVA, F. y ESCALONA, M. (1995). Resultados de una propuesta didáctica para matemáticas, **Encuentro Educativo** Vol. 2(1): 03-13.
27. NAVA, F. y ESCALONA, M. (1997) Formalización de contenidos matemáticos en la Escuela Básica. Mimeografiado, CEM, Fc. Humanidades y Educación, Maracaibo. 12 pp.
28. NESERSSIAN, N. (1995). Should physicists preach what they practice? **Science & Education**, Vol. 4(3): 203-226.
29. OTTE, M. (1938). **O formal, o social e o subjetivo: uma introdução à filosofia e à didática da matemática**. Traducción al portugués: Rafael Fernando Neto, Editora de la Universidade Estadual Paulista (1993), Sao Paulo, 323 pp.
30. PENROSE, R. (1991). **La nueva mente del emperador**, Ed, Grijalbo, Barcelona, 597 pp.
31. POINCARÉ, H. (1900). Del papel de la intuición y de la lógica en matemáticas. Congreso internacional de los matemáticos", Paris, 115-130 pp. Traducción: Flavio Cocho Gil, Serie Divulgación, Comunicaciones internas (Nº 27-1980), Dpto. Matemáticas, Fc de Ciencias UNAM, 110 pp.
32. PORLAN, R. (1990). Hacia una epistemología de la enseñanza, **Investigación en la escuela**, Nº 10: 3-22.
33. ROSENBERG, A. (1996). A field guide to recent species of naturalism, **Brit. J. Phil. Sci.** Vol. 47: 1-29.
34. VERGNAUD, G. (1991). Langage et pensée dans l'apprentissage des mathématiques. **Revue Française de Pédagogie**. Nº 96: 79-86.



35. VILE, A. (1996). Pierce, the interpretant (a tripartite division of experience) and mathematical meaning. Proceedings 8<sup>th</sup> International Conference on Mathematical Education ICME8, Sevilla, julio. Working group 10, Mathematics and language.
36. VON ECKARDT, B. (1996). **What is the cognitive science?**, MIT Press, 5 ed, Massachusetts, 457 pp.