

## Resolución de triángulos: Unidad didáctica incluida en la programación del curso 4° de la Educación Secundaria Obligatoria (E.S.O.)

Jesús Torres Camacho

C/Veracruz, 131. 13300-Valdepeñas (C.Real). España.  
E-mail: [tcamacho@arrakis.es](mailto:tcamacho@arrakis.es).

### Resumen

El objetivo de este trabajo es conseguir la Programación de la Resolución de Triángulos en 4° de E.S.O. (Educación Secundaria Obligatoria) de forma que los alumnos (entre 15 y 16 años) tomen conciencia de que se trata de una poderosa herramienta aplicable a la vida real.

Mi trabajo es el desarrollo de la Unidad Didáctica "Resolución de Triángulos" correspondiente a tan importante fase del aprendizaje.

**Palabras clave:** Trigonometría. Triángulo. Unidad Didáctica.

## *Triangle Resolution: Didactic Unit Included in the 4<sup>th</sup> Course Program of Obligatory Secondary Education (Ose)*

### Abstract:

The objective of this paper is to orient the triangle resolution unit in the 4<sup>th</sup> Course of OSE so that the students (between 15 and 16 years of age) become aware of the potential of this powerful tool in real life applications. This paper deals specifically with the development of the didactic unit "Resolution of Triangles" which forms part of this important phase of learning.

**Key words:** Trigonometry, triangle, didactic unit.

## Introducción

Las Matemáticas han cumplido a lo largo de la Historia del pensamiento una función muy importante. Desde los tiempos de Pitágoras, éstas han constituido una sólida base, en su forma más pura, del pensamiento fundamental de nuestra Cultura Occidental: el estudio del Universo mediante la razón, y precisamente la razón cuantificadora.

Este sentimiento de creatividad, libertad, espontaneidad y orden que subyace en la actividad matemática es la contribución más importante que las Matemáticas pueden ofrecer a nuestra sociedad actual.

He realizado actividades fuera del aula con mis alumnos, aplicando mis conocimientos en Trigonometría con el fin de hacer mediciones de árboles, edificios, depósitos cilíndricos, etc. con apoyo del Teodolito y por medio de la medida de la sombra proyectada por el objeto a medir. Y todo este trabajo con el fin de hacer comprender a mis alumnos la potente utilidad de las Matemáticas, y, en este caso, de la capacidad y habilidad en la resolución de triángulos.

### Desarrollo de una unidad didáctica incluida en la programación del curso 4º de la E.S.O. Opción B.

#### 1.- Ficha Didáctica

La unidad elegida para el desarrollo corresponde al curso 4º Opción B,

nº16, es decir Aplicaciones de Trigonometría, la cual sintetizamos en la siguiente ficha didáctica:

#### Ficha Didáctica

**Número:** 16

**Nombre:** Aplicaciones Trigonométricas (resolución de Triángulos)

**Ciclo:** 2 **Curso:** 4º **Opción:** B

**Objetivos:** Los descritos en el apartado 3.1

**Conocimientos Previos:** Los descritos en el apartado 3.2

**Contenidos:** Los descritos en el apartado 3.3

**Conexiones Anteriores y Posteriores:** Las descritas en el apartado 3.4

**Conexiones con los distintos bloques:** Las descritas en el apartado 3.5

**Conexiones con otras áreas:** Las descritas en el apartado 3.6

**Temas Transversales:** Los descritos en el apartado 3.7

**Metodología Didáctica:** La descrita en el apartado 3.8

**Evaluación:** La descrita en el apartado 3.9

**Tiempo Previsto:** 8 Módulos

**Recursos:**

- Útiles de dibujo (escuadra, cartabón, regla y compás)
- Calculadora científica
- Hojas DIN A 4 milimetrado
- Ordenadores (con programas de aula sobre trigonometría; programa informático MICROLAB)
- Video sobre trigonometría
- Libros de consulta:

- Alumnos: libro texto 4º E.S.O., SM, EDEBE, MC GRAW HILL, HISTORIA DE LA MATEMÁTICA

**Módulos:** La Unidad Didáctica se desarrollará en módulos de 50 minutos, los cuales se desarrollan en el apartado 3.10.

## 2.- Esquema de desarrollo

- capacidades que se pretenden desarrollar (objetivos)
- conocimientos previos
- contenidos para desarrollar las capacidades
- conexiones con los contenidos del curso anterior y posteriores
- conexiones con los distintos bloques
- conexiones con otras áreas
- temas transversales
- metodología didáctica
- evaluación
- módulos didácticos
- actividades

## 3.- Desarrollo de la unidad didáctica

### 3.1.- Capacidades que se pretenden desarrollar

Las capacidades que se pretenden desarrollar en esta Unidad Didáctica quedarán cubiertas si se cumplen los siguientes OBJETIVOS:

#### Conceptos

- Conocer el concepto de trigonometría
- Conocer el origen histórico de la trigonometría

- Conocer el campo de aplicación tan extenso que se produjo con el descubrimiento de la trigonometría
- Conocer las razones trigonométricas y sus inversas
- Conocer las aplicaciones trigonométricas

#### Procedimientos

- Saber aplicar los conocimientos trigonométricos a la resolución de triángulos rectángulos (cuando se conocen 3 datos)
- Conocer y poder deducir el teorema del seno y del coseno
- Saber aplicar el teorema del seno y del coseno a la resolución de triángulos oblicuángulos
- Saber resolver problemas prácticos utilizando otras aplicaciones de la trigonometría

#### Actitudes

- Valoración de la aportación trigonométrica a la humanidad
- Valoración de la aportación de la trigonometría a otras áreas tales como ciencias de la naturaleza, tecnología y educación plástica y visual
- Interés por resolver problemas prácticos aplicando conocimientos de trigonometría
- Confianza en sí mismo para resolver los problemas de trigonometría

### 3.2.- Conocimientos previos

Los conocimientos y las capacidades que los alumnos han de tener desarrolladas para poder progresar adecuadamente y adquirir las capacidades propuestas en el capítulo anterior son las siguientes:

- Conocimientos de ángulos
- Conocimiento de la circunferencia (elementos y características)
- Conocimiento de elementos y características del triángulo
- Semejanza entre triángulos
- Teorema de Pitágoras
- Razones trigonométricas (de inversa, relaciones)
- Ángulo de giro (0 a  $360^\circ$ )
- Razones trigonométricas del ángulo de giro
- Signo de las razones trigonométricas
- Funciones trigonométricas (directas e inversas)
- Conocimiento de elementos geométricos en el plano
- Conocimiento de escalas
- Productos notables (cuadrado de una diferencia y una suma)
- Razones y proporciones
- Conocer los ángulos que se forman y las relaciones entre ellos, cuando dos rectas paralelas son cortadas por una secante.-
- Resolución de ecuación de  $1^\circ$  grado sencilla ( $a = b/x$ )

### **3.3.- Contenidos para desarrollar las capacidades propuestas**

#### **3.3.1.- Conceptuales**

- Datos necesarios para la determinación de un triángulo
- Relación fundamental de los ángulos de un triángulo (suma de los tres ángulos)
- Razones trigonométricas de un ángulo (recordatorio)

- Relaciones fundamentales entre las razones trigonométricas de un ángulo (recordatorio)
- Teorema del seno
- Teorema del coseno

#### **3.3.2.- Procedimentales**

##### **a) Utilización de Lenguajes**

- Recordar como se escriben y se leen las razones trigonométricas (abreviaturas)
- Utilización correcta de las letras del alfabeto griego para los ángulos en general (oral y escrita)
- Utilización correcta de las letras minúsculas para los lados de un triángulo y mayúsculas para los vértices opuestos a dichos ángulos
- Utilización para los ángulos de triángulos de las mismas letras que los vértices correspondientes
- Considerar el sentido de colocación de las letras en lados y ángulos de un triángulo con el mismo sentido de giro que el positivo en los ángulos de giro (contrario a las agujas de un reloj)

##### **b) Algoritmos y destrezas**

- Saber describir las diferentes formas en que puede venir definido un triángulo
- Saber demostrar gráficamente que la suma de los tres ángulos de un triángulo suman  $180^\circ$
- Describir las razones trigonométricas directas e inversas en un triángulo rectángulo calculando el resultado de los mismos, si los lados son conocidos

- Calcular las razones trigonométricas de un ángulo conocida una de ellas
- Resolver triángulos rectángulos conocidos distintos elementos
- Saber demostrar el teorema del seno
- Saber demostrar el teorema del coseno
- Resolver cualquier triángulo oblicuángulo conocidos 3 de sus elementos con aplicaciones del teorema del seno y coseno

### c) Estrategias Generales

- 1) Comprobar que para definir un triángulo rectángulo no son necesarios conocer los dos ángulos agudos ( $A + B = 90^\circ$ )
- 2) Saber definir los catetos y la hipotenusa en un triángulo rectángulo en función de otro lado y un ángulo ( $b = a \cdot \text{sen } B$ )
- 3) Saber que para calcular las razones trigonométricas de un ángulo, si la razón conocida es la  $\text{tg } x$  se puede calcular el  $\text{sen } x$  o  $\text{cos } x$  con las relaciones:

$$1 + \text{tg}^2 x = 1/\text{cos}^2 x = \text{sec}^2 x$$

- 4) Aprender a utilizar en la resolución de triángulos oblicuángulos el teorema más adecuado para simplificar el trabajo
- 5) Evitar la utilización del teorema del coseno en la resolución de triángulos
- 6) Aprender a no calcular datos innecesarios en la resolución de problemas cuando nos piden datos concretos

- 7) Aprender a utilizar escalas para la resolución de triángulos cuando las soluciones no requieren mucha precisión
- 8) Cálculo de áreas por triangulación

### 3.3.3.- Actitudinales

#### a) Apreciación de las matemáticas

- Valoración de la utilización de la trigonometría a la humanidad, explicando las aplicaciones de la misma
- Valoración de la trigonometría a otras áreas planteando los problemas de aplicación relacionados con otras áreas

#### b) Organización y hábitos de trabajo

- Interés por resolver los problemas prácticos que se planteen recurriendo a los conocimientos trigonométricos
- Inculcar la confianza en sí mismos para resolver los problemas trigonométricos

### 3.4.- Conexiones con los contenidos del curso anterior y posteriores

#### 3.4.1.- Curso Anterior

Si analizamos los conocimientos previos en el apartado 3.2, veremos que esta unidad didáctica tiene conexión con los contenidos del curso anterior en las siguientes unidades:

- Ecuación de 1º grado
- Medida de ángulos
- Conocimiento de elementos geométricos en el plano
- Estudio sistemático del triángulo
- Teorema de Pitágoras

- Estudio de la semejanza (Teorema de Tales)

### 3.4.2.- Curso Posterior

Estableceremos la conexión con el curso posterior, suponiendo que este curso fuera un curso de 1º de Bachillerato, en la especialidad de Ciencias de la Naturaleza y de la Salud, o de Tecnología.

Las conexiones con dicho curso de Bachillerato serían las siguientes:

#### Funciones:

- Estudio de las funciones trigonométricas
- Representación gráfica de las funciones trigonométricas

#### Geometría:

- Estudio ampliado de las razones trigonométricas
- Extensión de las razones trigonométricas en cualquier ángulo
- Resolución de ecuaciones trigonométricas
- Transformaciones trigonométricas
- Iniciación a la geometría plana y aplicaciones a los giros en el plano
- Iniciación a la geometría analítica

### 3.5.- Conexiones con los distintos bloques

Estableceremos las conexiones de esta Unidad Didáctica con los distintos bloques y con el suyo propio dentro del mismo curso 4º de E.S.O., opción B.

#### Bloque 1.- Aritmética:

La conexión con este bloque es la siguiente:

- 134 El número decimal
- 144 Radicales

1521 Propiedades de las razones y proporciones

1524 Aplicaciones geométricas de las proporciones

#### Bloque 2.- Álgebra:

212 Operaciones con polinomios

215 Operaciones con fracciones

algebraicas

22 Ecuaciones y sistemas

#### Bloque 3.- Medidas:

33 Medida de ángulos

34 Cálculo de áreas y volúmenes

#### Bloque 4.- Geometría

41 Elementos geométricos en el plano y en el espacio

44 Semejanzas. Escalas

451 Teorema de Pitágoras

452 Razones trigonométricas

#### BLOQUE 5.- ESTADÍSTICA:

529 Funciones trigonométricas

#### BLOQUE 6.- PROBABILIDAD:

Ninguna conexión

### 3.6.- Conexiones con otras áreas

La Unidad Didáctica desarrollada mantiene estrecha relación con las áreas de Ciencias de la Naturaleza, Educación Plástica y Visual y Tecnología, y mantiene alguna mínima relación con las áreas de Educación Física, Ciencias Sociales (Geografía) y Música.

La relación que mantiene con cada una de ellas la describimos a continuación:

#### Ciencias de la naturaleza:

- Características del movimiento de planeta
- El sistema solar
- Medios para conocer y observar el universo

- El movimiento circular
- Composición de fuerzas
- Fuerzas de rozamiento en plano inclinado
- Efectos de fuerzas sobresalidas en movimiento
- Fenómenos eléctricos
- Cargas y fuerzas eléctricas
- Corriente eléctrica
- Magnetismo
- Propagación de la energía (ondas)
- La luz: propagación, reflexión y efecto electromagnético
- Transmisión de una energía mediante ondas

#### **Educación plástica y visual:**

- Formas geométricas
- Escalas
- Expresión tridimensional y bidimensional
- Perspectivas

#### **Tecnología:**

- Diseño y construcción de objetos
- Representación gráfica (diédrica)
- Instrumentos de medida (transportador de ángulos)
- Transformación del movimiento (circular-rectilíneo y viceversa)

#### **Educación Física:**

- Características del movimiento (equilibrio y destrezas, carreras, ciclismo, ángulos óptimos en el movimiento, saltos)
- Técnica y táctica deportiva (triangulación en los deportes, ángulos de tiro en deportes y lanzamientos, baloncesto y lanzamiento de pesos)

#### **Ciencias Sociales:**

- El planeta Tierra y su representación, hemisferios, husos horarios

- Lectura e interpretación de planos, mapas y escalas (planos topográficos)

#### **Música:**

- La voz y la palabra como medios de comunicación y expresión musical (cualidades y tipos de voz y sonidos, frecuencias de sonidos, repertorio vocal y de sonido)
- Elementos constitutivos de la música (instrumentos musicales, batería, guitarra, etc.)

#### **3.7.- Temas transversales**

Particularmente esta Unidad Didáctica es apropiada para incidir conceptualmente en el tema de la educación vial y educación cívica, tratado en las propuestas siguientes:

1ª) Propuesta de aplicación número 20 en la que se tiene la oportunidad de explicar el significado de las señales de tráfico del % de las pendientes en las carreteras así como las precauciones que hay que tomar en ellas. (educación vial).-

2ª) Propuesta de aplicación número 45 en la que tendremos la oportunidad de explicar lo importante que son los peraltes en las curvas de las carreteras para la seguridad vial. (Educación vial).-

3ª) Con la propuesta número 43 podemos explicar la aplicación práctica de la construcción de túneles y carreteras (educación cívica).

4ª) Con la propuesta 42 se puede aprovechar la oportunidad para explicar una aplicación en salvamento (educación cívica).

### 3.8.- Metodología Didáctica

En la tarea cotidiana, se han de tener presente los siguientes criterios metodológicos, aplicables a cada curso a criterio del profesor.

1º.- **Lenguaje fácil** para que en ningún momento el alumno se pierda y deje de mostrar interés.

2º.- **Contenidos acordes con las capacidades** del alumno y con sus conocimientos previos.

3º.- **Dificultades** (de conceptos y procedimientos) **graduables** de modo que no resulten insalvables y la tarea le resulte gratificante.

4º.- **Efectuar aplicaciones prácticas** de cada nuevo contenido para que el aprendizaje resulte sólido y funcional.

5º.- **Administrar los conceptos** según se vayan necesitando y no antes, con lo cual se verá que la matemática no es un fin sino un medio.

6º.- **Basar el aprendizaje en la actividad del alumno**, siendo el trabajo del profesor de apoyo, orientación y exposición de conceptos y procedimientos.

7º.- **Propuestas de problemas prácticos** antes de iniciar un nuevo contenido, relacionado con éste, para despertar el interés por los procedimientos a aplicar.

Todos estos criterios pueden ser inútiles si no se consigue una verdadera motivación que debe estar presente en todo momento y que, como pautas generales podemos apuntar lo siguiente:

- **Manifestar en todo momento ilusión por lo que se está haciendo (VOCACIÓN).**
- **Manifestar afecto hacia los alumnos e interés por su formación.**
- **Tratamiento lo más personalizado posible para que ellos vean que son lo más importante dentro del sistema educativo.**
- **Presentar las matemáticas como un mundo apasionante y mágico.**

Los polos de la teoría metodológica del aprendizaje son los siguientes:

1ª **La enseñanza expositiva** (clase magistral, exposición oral, etc.)

2ª **La enseñanza por descubrimiento** (algoritmos, diseño de soluciones y problemas, investigación de los alumnos, aprendizaje grupal, etc..)

Y creemos que **la mezcla ponderada de ambos enfoques es la técnica ideal para el aprendizaje significativo y perceptivo de las matemáticas en la realidad de las aulas.**

Esta Mezcla Ponderada, será la que aplicaremos como Metodología Didáctica en el aula, la cual sintetizaremos en el **esquema adjunto**, el cual se explica por sí solo.

Aclaremos que en dicho esquema, en lo que se refiere a la acción del profesor hacia el grupo, es la parte correspondiente a la enseñanza expositiva y que en el aula, el apartado que llamamos Autodidaxis del Grupo



se llevará a cabo mediante la propuesta de actividades indicadas en los módulos correspondientes y con el apoyo del programa informático del proyecto ATENEA, MICROLAB.

El apoyo de este programa informático es especialmente útil para tratar la diversidad, así como, para aquellos alumnos que por causas justificadas no hayan asistido a algunas clases.

Queremos aclarar también en este apartado que cada día al comienzo del módulo, el tiempo de recepción de los trabajos será utilizado para devolver a los alumnos los trabajos del módulo anterior corregidos y comentados.

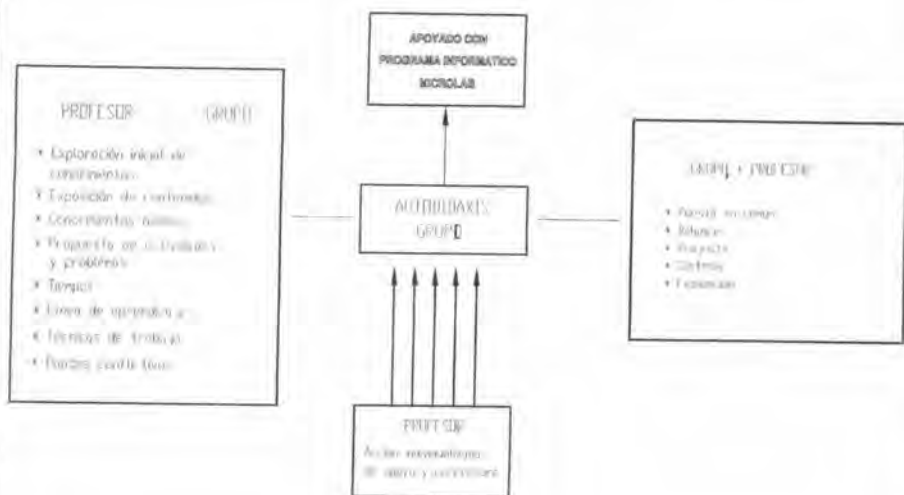
### 3.9.- Evaluación

La evaluación es una práctica inseparable del proceso educativo, permitiendo en cada momento recoger la información y recoger los juicios de valor necesarios para la orientación en las decisiones respecto al proceso de enseñanza-aprendizaje.

Tras los principios psicopedagógicos antes expuestos, es necesario aclarar qué concepto y qué procedimiento de evaluación se va a seguir para respetar estos principios.

Antes de seguir adelante, debemos sentar las bases de la evaluación contestando a las preguntas del **qué, cómo, cuándo y para qué evaluar.**

## METODOLOGIA DIDACTICA



### 3.9.1.- Qué evaluar

Toda evaluación tiene por objeto Valorar las Capacidades expresadas en los objetivos generales de etapa o de área, por lo tanto la respuesta al **QUE EVALUAR es CAPACIDADES y no conductas o rendimientos.**

### 3.9.2.- Cómo y cuándo evaluar

Para cumplir con un diseño curricular abierto y flexible, la evaluación debe ser **Continua e Individualizada.**

**La Evaluación Continua**, requiere una evaluación inicial del alumno acerca de conocimientos previos, actitudes y capacidad, obteniendo información actual de cómo es la situación inicial del alumno para adecuar el proceso a sus posibilidades. Este tipo de evaluación se denomina **FORMATIVA (O ILUMINATIVA)**, y tiene carácter autocorrector del proceso educativo, ya que proporciona información constante sobre si el proceso se adapta a las necesidades, permitiendo su modificación y corrección de los aspectos que sean necesarios.

Si al final de cada proceso de enseñanza (unidad didáctica, curso, etapa, etc.), se efectúa una evaluación para valorar el grado de consecución obtenido por cada alumno respecto a los objetivos propuestos, se llama evaluación **SUMATIVA**, y permite además de lo especificado anteriormente, indicar el grado de dificultad con que va a enfrentarse el alumno en el siguiente proceso educativo (evaluación inicial del proceso).

A la evaluación **INDIVIDUALIZADA** en la que se fijan metas que el alumno ha de alcanzar a partir de **CRITERIOS** de su propia situación inicial, se llama evaluación **CRITERIAL**, la cual como puede apreciarse es totalmente opuesta a la **NORMATIVA**, que establece carácter general, normativo y estandarizado en la que los alumnos son comparados y contrastados.

### 3.9.3.- Para qué evaluar

La respuesta es inmediata, se evalúa para **INFORMAR Y ORIENTAR** al alumno y al profesor sobre los aspectos del proceso educativo (metodología, recursos, adaptaciones curriculares, optatividad, diversificación y detección de las necesidades educativas especiales), y no para la promoción académica y de calificación.

A continuación pasamos a describir el proceso de evaluación de una Unidad Didáctica, la cual la sintetizaremos en el **cuadro adjunto**, y la explicitaremos en el desarrollo de esta Unidad Didáctica.

**La exploración inicial** es básica para diagnosticar el grado de conocimientos y actitudes que se proponen mínimos, para abordar el aprendizaje de la unidad.

**La evaluación procesual**, llamada también **FORMATIVA**, consiste en valorar a lo largo del proceso los diferentes aspectos del aprendizaje, es decir: contenidos, objetivos, metodología y medios empleados.

**La evaluación sumativa** se realizará mediante una breve prueba de

síntesis al terminar el proceso de la Unidad Didáctica que se pretende evaluar, para ver el grado de consecución de los objetivos programados.

**La evaluación del alumno en grupo** la realizará el profesor con su acción individualizada y correctora (apoyo y acción del profesor) registrando el trabajo del alumno en el grupo.

**La autoevaluación** pretende que el alumno practique una autorreflexión sobre el desarrollo del proceso de aprendizaje.

**La evaluación del diseño de la unidad** consiste en analizar y registrar con los alumnos:

- si los contenidos se han tratado con profundidad.
- si los objetivos son asequibles.
- si la metodología es positiva.
- si los medios son suficientes.

### 3.9.4.- Prueba de exploración inicial

- 1) Dos ángulos son consecutivos si tienen el mismo vértice y dos lados comunes V-F
- 2) Un ángulo es agudo si mide menos de  $90^\circ$  V-F
- 3) El área de un sector circular es: .....
- 4) Es posible construir un triángulo con dos ángulos obtusos? V-F
- 5) Dos triángulos que tienen iguales los tres ángulos son siempre iguales V-F
- 6) Definir el Teorema de Pitágoras .....
- 7) Definir las razones trigonométricas .....

- 8) Cuál es el mayor ángulo de giro en una circunferencia, y el menor? .....
- 9) Qué signo tienen las razones trigonométricas en el  $3^\circ$  cuadrante? .....
- 10) Representar gráficamente la función  $tg$
- 11) En un plano cuya escala es de 1:1000, ¿qué medida real tendría un objeto que en el plano mide 1 cm.? .....
- 12) Desarrollar  $(m-n)^2$  .....
- 13) Establece una proporción con los números 2, 4, 6, 12 .....
- 14) Cómo son los ángulos alternos internos (en dos rectas paralelas, cortadas por una secante)? .....
- 15) En la proporción  $a/b = c/x$ , despejar  $x$  .....
- 16) Utilizando la calculadora, calcular el  $\arccos 0,5$  .....

### 3.9.5.- Evaluación procesual Ver ficha de evaluación procesual adjunta

**3.9.6.- Prueba de síntesis de la unidad didáctica.**-La prueba de síntesis de la Unidad Didáctica consistirá en el planteamiento de las Cuestiones para Pensar propuestas en las actividades números 34, 35, 36, 37, 38 y 39.

### 3.9.7.- Evaluación del proceso.- Ver fichas de proceso y de autoevaluación

Ficha de Evaluación Procesual  
 (FORMATIVA)

Curso:  
 Grupo:

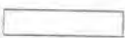
Profesor:  
 Asignatura:

Unidad Didáctica Nº:

Nº	Alumno	Prueba Exploratoria	Módulo 4		Módulo 5		Módulo 6		Módulo 7		Evaluación en grupo	Prueba de síntesis de U.D.	Actitud Valoración de la Ficha
			C	O	M	ME	C	O	M	ME			

Claves de Evaluación

Prueba exploratoria de conocimientos previos, suficientes (sí, no)  
 C: Contenidos, asimilados (sí, no)  
 O: Objetivos, alcanzados (sí, no)  
 M: Metodología, correcta (sí, no)  
 ME: Medios empleados, adecuados (sí, no)  
 Evaluación en grupo, integrado (sí, no)  
 Prueba de síntesis de la unidad didáctica, satisfactoria (sí, no)  
 Actitud en la unidad didáctica, positiva (sí, no)



## FICHA DE EVALUACION DEL PROCESO

CENTRO .....  
 JEFATURA DE ESTUDIOS .....  
 Departamento de MATEMATICAS .....

Fecha: UNIDAD 16

Alumno: \_\_\_\_\_ Curso: 4º Grupo: \_\_\_\_\_ Nº: \_\_\_\_\_

1. **Objetivos de la UNIDAD**

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

0: Difíciles y no comunicados      4: Indefinidos y comunicados confusos      8: Claros, normales y bien comunicados
2. **Planificación y comunicación de la tarea**

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

0: Malos. En desacuerdo      4: Suficientes. Regularmente de acuerdo      8: Buenos. Muy de acuerdo
3. **Dificultad de la materia**

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

0: Muy fácil-fácil      4: Dificultad media      8: Difícil-muy difícil
4. **Significatividad de los Contenidos**

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

0: Muy poco-poca interesantes      4: Contenidos de interés medio      8: Interesantes-muy interesantes
5. **Trabajo extralectivo**

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

0: Confuso, asignado tareas y sin relación con la clase      4: Indefinido y con poca relación con la clase      8: Claro, razonable y en coordinación con la clase
6. **Explicaciones del profesor**

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

0: Largas, confusas. Se le oye mal y/o se expresa mal      4: Útiles, no largas. Se le oye y entiende bastante bien      8: Muy útiles. Se expresa con claridad y corrección
7. **Trabaja en grupo**

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

0: Muy bajo-bajo rendimiento      4: Rendimiento regular      8: Alto-muy alto rendimiento
8. **Papel facilitador del profesor**

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

0: Es difícil preguntar dudas. Poca atención personalizada      4: Regular atención personalizada      8: Atención muy alta-alta a los dudas personales
9. **Atención a los trabajos**

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

0: No se ha prestado ninguna atención a los trabajos encargados      4: Atención suficiente a los trabajos encargados      8: Mucha atención a los trabajos encargados
10. **Apertura del proceso de aprendizaje**

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

0: Muy pocas oportunidades para aprender y pensar nosotros mismos      4: Algunas veces se ha podido aprender personalmente      8: Hemos podido aprender mucho por nosotros mismos, dirigidos por el profesor

### Ficha de Autoevaluación

CENTRO: .....  
 JEFATURA DE ESTUDIOS  
 Departamento de MATEMÁTICAS

Fecha: .....  
 UNIDAD 16

Alumno/a: ..... Curso: 4º Grupo: N2

Creo que mi aprendizaje de esta UNIDAD 16 ha sido:

Y que los CONTENIDOS de la Unidad los he aprendido en un grado:

MUY ALTO .....	<input type="checkbox"/>	SOBRESALIENTE .....	<input type="checkbox"/>
ALTO .....	<input type="checkbox"/>	NOTABLE .....	<input type="checkbox"/>
NORMAL .....	<input type="checkbox"/>	SUFICIENTE .....	<input type="checkbox"/>
BAJO .....	<input type="checkbox"/>	DEFICIENTE .....	<input type="checkbox"/>
NO SE .....	<input type="checkbox"/>	NO SE .....	<input type="checkbox"/>

### 3.9.8.- Evaluación de actitudes.

#### Ficha de evaluación de actitudes

Nº	Nombre:	Curso	U.D.:	Sí	No
1º	Valoración de la aportación de los temas matemáticos				
2º	Valoración crítica de medios				
3º	Curiosidad por investigar				
4º	Reconocimiento del trabajo en equipo				
5º	Aprecio por la precisión y el orden				
6º	Incorporación del lenguaje matemático				
7º	Consulta fuentes de información diversa				
8º	Confianza en sí mismo				
9º	Valoración crítica de distintas soluciones				
10º	Aplicación de hábitos y técnicas de investigación sistemática				

Valoración de la actitud del alumno .....

### 3.10.- Módulos Didácticos

#### Módulo 1

- Comunicación y consenso del plan de desarrollo de la Unidad Didáctica (comunicar objetivos mínimos)	10 minutos
- Realización de la prueba exploratoria inicial	25 minutos
- Autoevaluación de los alumnos de la prueba exploratoria	10 minutos
- Comunicación y consenso de las cuestiones de mayor dificultad en la prueba exploratoria para consolidación de conocimientos previos	5 minutos

#### Módulo 2

- Formación de grupos para la consolidación de conocimientos previos (los grupos en función de las dificultades de la prueba; máximo 5 personas)	5 minutos
- Exposición del profesor de los conocimientos previos que deben consolidarse	15 minutos
- Propuesta de trabajo a los grupos para consolidación de conocimientos previos	5 minutos
- Desarrollo del trabajo de los grupos con apoyo del profesor	25 minutos
* Queremos aclarar que estas propuestas son de tipo recordatorio para consolidar los conocimientos previos y en el trabajo habrá una aportación del profesor, así como de aquellos alumnos más capacitados que previamente han sido seleccionados por el profesor y distribuidos en los grupos.	

#### Módulo 3

- Exposición del profesor sobre el significado de la trigonometría, su origen histórico y el campo de aplicación	15 minutos
* Se trata de una exposición ágil y motivadora apoyada con un video de astronomía y llena de anécdotas	
- Información a los alumnos sobre la bibliografía y el material audio-video, donde pueden encontrar información sobre trigonometría	10 minutos
- Tiempo para reflexión, consulta, discusión, intercambio de opiniones, e investigación de los alumnos sobre la exposición del profesor	20 minutos
- Síntesis y puesta en común	5 minutos
* Se trata en este módulo de despertar el interés de los alumnos por la trigonometría evidenciando su utilidad y su grandeza.	

#### Módulo 4

- Exposición del profesor de los contenidos conceptuales números 1, 2, y 3, y las estrategias números 1 y 2	10 minutos
- Propuesta de las actividades 1, 2, 3, 4 y 5	5 minutos
- Tiempo de trabajo de los alumnos en grupo con apoyo del profesor	25 minutos
- Síntesis y puesta en común	10 minutos

#### Módulo 5

- Recepción y control del trabajo del Módulo-4. Reajuste de los grupos si fuera necesario.	5 minutos
- Exposición del profesor del contenido conceptual 4 y estrategia 3.	10 minutos
- Propuesta de actividades 5 a 17	10 minutos
- Tiempo de trabajo de los alumnos en grupo, con apoyo del profesor	25 minutos
- Síntesis y puesta en común	5 minutos

#### Módulo 6

- Recepción y control del trabajo del Módulo-5	5 minutos
- Exposición del profesor del contenido conceptual 5 y 6, y las estrategias números 4, 5 y 6	15 minutos
- Propuesta de actividades números 18 y 19	25 minutos
- Síntesis y puesta en común	5 minutos

#### Módulo 7

- Recepción y control del trabajo Módulo-6	5 minutos
- Exposición del profesor de la actividad 45 (temas transversales) y la actividad 33 (aplicación de estrategias)	10 minutos
- Propuesta de actividades 20 a 32 y 40 a 44	5 minutos
- Tiempo de trabajo en grupos	25 minutos
- Síntesis y puesta en común	5 minutos

#### Módulo 8

- Recepción y control del trabajo Módulo-7	5 minutos
- Prueba de síntesis de la Unidad Didáctica con las Cuestiones para Pensar números 34 a 39	25 minutos
- Evaluación del proceso	10 minutos
- Síntesis y puesta en común de la Unidad Didáctica	5 minutos



**3.11.- Actividades****3.11.1.- Actividades Generales**

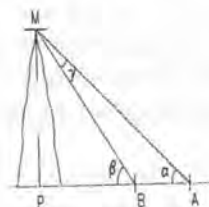
- 1) Describir las diferentes formas en que puede venir definido un triángulo (Común)
- 2) Demostrar gráficamente que la suma de los tres ángulos de un triángulo suman  $180^\circ$  (Común)
- 3) En el triángulo de catetos  $a$ ,  $b$ , e hipotenusa  $c$ , expresar las razones trigonométricas directas e inversas de los dos ángulos agudos (Común)
- 4) En el triángulo de catetos 3 y 4 e hipotenusa 5, calcular las razones trigonométricas directas e inversas de los ángulos agudos (Común)
- 5) Sabiendo que  $\text{sen } x = 0,5$ , calcular el resto de las razones trigonométricas (utilizar calculadora) (Nivel I)
- 6) Sabiendo que  $\text{cos } x = 0,86$ , calcular el resto de las razones trigonométricas (utilizar calculadora) (Nivel I)
- 7) Sabiendo que  $\text{tg } x = 1$ , calcular el resto de las razones trigonométricas (utilizar calculadora) (Nivel I)
- 8) Sabiendo que la  $\text{cosec } x = 1,3$ , calcular el resto de las razones (Nivel II)
- 9) Sabiendo que  $\text{sec } x = 3$ , calcular el resto de las razones (Nivel II)
- 10) Sabiendo que  $\text{ctg } x = 1,8$ , calcular el resto de las razones (Nivel III)
- 11) Sabiendo que  $\text{cosec } x = -1,5$ , calcular el resto de razones (dar todas las soluciones posibles) (Nivel III)
- 12) Sabiendo que  $\text{sec } x = 3$ , calcular el resto de razones (Nivel III)
- 13) Sabiendo que  $\text{ctg } x = -5$ , calcular el resto de razones (Nivel III)
- 14) Calcular las siguientes funciones:  $\text{sen } 45^\circ$ ,  $\text{cos } 42^\circ$ ,  $\text{tg } 89^\circ$ ,  $\text{sen } 42^\circ 35'$ ,  $\text{cos } 40^\circ 2' 5''$ ,  $\text{tg } 7^\circ 8' 20''$ ,  $\text{arc sen } 0,2487$ ,  $\text{arc cos } 0,9545$ ,  $\text{arc tg } 15,73$  (Nivel I)
- 15) Calcular las siguientes funciones inversas:  $\text{arc sen } -0,82$ ,  $\text{arc cos } 0,72$ ,  $\text{arc tg } -0,743$  (con todas las soluciones posibles) (Nivel II)
- 16) Calcular las siguientes funciones inversas:  $\text{arc cosec } -1,75$ ,  $\text{arc sec } 3,57$ ,  $\text{arc tg } -8,58$ , dando todas las soluciones posibles (Nivel III)
- 17) Resolver los siguientes triángulos rectángulos, sabiendo que son rectángulos en A (Común)
  - a)  $b = 10 \text{ m.}$ ,  $c = 7,5 \text{ m.}$
  - b)  $b = 8 \text{ m.}$ ,  $\hat{c} = 471$
  - c)  $a = 15 \text{ m.}$ ,  $c = 8 \text{ m.}$
  - d)  $a = 25 \text{ m.}$ ,  $\hat{c} = 491$
- 18) Demostrar el teorema del seno y del coseno, y discutir los 4 casos de resolución de triángulos oblicuángulos (Nivel II y III)
- 19) Resolver los siguientes triángulos (Común)
  - a)  $a = 6 \text{ m.}$ ,  $b = 7 \text{ m.}$ ,  $c = 8 \text{ m.}$ , T. coseno y seno
  - b)  $a = 12 \text{ m.}$ ,  $b = 8 \text{ m.}$ ,  $\hat{A} = 1501$ , T. Seno
  - c)  $a = 72$ ,  $b = 57$ ,  $\hat{c} = 751$ , T. coseno y seno
  - d)  $c = 3,78$ ,  $\hat{A} = 1051$ ,  $\hat{B} = 381$ , T. Seno

### 3.11.2.- Problemas de aplicación de triángulos rectángulos

- 20) Un hombre recorre 700 m. por carretera de inclinación 14%, ¿a qué altura se encuentra? (Nivel I)
- 21) Una torre de 70 m. de altura proyecta sobre el suelo una sombra de 20 m., ¿a qué altura se encuentra el sol sobre el horizonte? (Nivel I)
- 22) Una escalera de 8,25 m. de altura está apoyada sobre una pared y alcanza 6 m. de altura, ¿cuál es el ángulo formado por la pared y la escalera? (Nivel I)
- 23) Calcular el valor de dos fuerzas perpendiculares sabiendo que la resultante es de 56 Kg/F y forma ángulo de  $26^{\circ}10'$  (Nivel I)
- 24) Calcular la altura de una torre si a una distancia de 20 m. de la base, la visual sobre el punto más alto es de  $50^{\circ}$  (Nivel I)
- 25) Calcular el área de un triángulo isósceles si los lados iguales miden 8 cm. y forman un ángulo de  $110,42^{\circ}$  (Nivel II)
- 26) Resolver el problema 24 considerando que el observador se encuentra a 1,82 m. de altura (Nivel III)
- 27) Calcular la superficie de un hexágono inscrito en una circunferencia de 8 m. de radio (Nivel II)
- 28) Calcular la longitud de una correa de transmisión sobre dos poleas separadas 1,2 m. si los diámetros respectivos son de 12 cm. y 25 cm. (Nivel III)
- 29) Calcular el área lateral de un cono de revolución de 4 cm. de altura y una inclinación de 81% (Nivel III)

### 3.11.3.- Problemas de aplicación de triángulos oblicuángulos (Aplicaciones del Teorema del seno y del coseno)

- 30) Determinación de la altura de un objeto cuyo pie es inaccesible (Nivel III)



$$\alpha = 36^{\circ} \quad \beta = 39,4^{\circ}$$

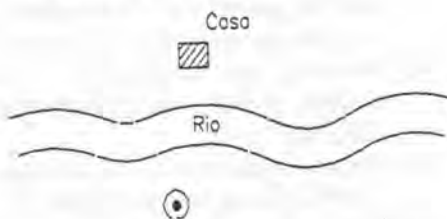
$$\overline{AB} = 200\text{m}$$

Calcular MP

Discutir la resolución de este problema; resolución como triángulos rectángulos o por aplicación del teorema del seno.

Deducir que  $\gamma = \beta - \alpha$

- 31) Determinación de la distancia de un objeto inaccesible a otro inaccesible (Nivel III)

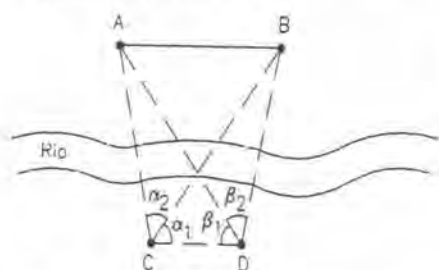


Calcular la distancia desde la casa al árbol.

Discutir la resolución como triángulos rectángulos y oblicuángulos.

Por extensión, calcular la anchura del río.

- 32) Distancia entre dos puntos inaccesibles (Nivel III)



Calcular la distancia entre los dos árboles A y B si nos encontramos situados en la orilla opuesta.

### 3.11.4.- Aplicación de estrategias

Las estrategias generales del capítulo 11.3.3.2 se explicarán y aplicarán en el desarrollo de los contenidos (algoritmos y destrezas), tratando en este apartado de aplicar concretamente las estrategias 9 y 10.

- 33) Calcular la superficie de la parcela triangular de lados 90 m., 100 m. y 70 m., utilizando las estrategias 7 y 8 (Común)

### 3.11.5.- Cuestiones para pensar (prueba de síntesis)

- 34) ¿Es el teorema del coseno una generalización del Teorema de Pitágoras? (Común)
- 35) Si lanzamos tres dados al aire ¿es posible construir siempre un triángulo con los números que aparecen? (Común)
- 36) En un triángulo rectángulo, ¿pueden coincidir los lados de los catetos con los senos de los ángulos opuestos? (Común)

- 37) De un triángulo se sabe que tiene dos ángulos que valen  $60^\circ$  y  $70^\circ$ , ¿se puede resolver? (Común)

- 38) ¿Puede aplicarse el teorema del seno a un triángulo rectángulo? (Común)

- 39) ¿Es siempre posible la solución de un triángulo en el que se conoce dos lados y el ángulo opuesto a uno de ellos? (discutir la solución) (Común)

### 3.11.6.- Propuestas de ampliación y profundización

- 40) Dos montañeros quieren saber qué distancia hay entre dos picos inaccesibles, ¿cómo pueden hacer para calcular dicha distancia? (Nivel III)

- 41) ¿Se puede hallar la fórmula general para calcular el área de un polígono regular de lado a (Nivel III)

- 42) Un barco pide socorro y las señales son recibidas por las estaciones B y C.  $BC = 80$  Km, y forma con el norte  $48^\circ$ ; B recibe la señal a  $135^\circ$  con el norte y C recibe la señal a  $96^\circ$  con el norte. ¿a qué distancia se encuentra el barco? (Nivel III)

- 43) A una empresa constructora se le encarga la construcción de un túnel en una zona montañosa. Deciden comenzar las obras por ambas partes de la montaña. Si ya se tiene la carretera que llega a una boca del túnel, ¿por dónde se tiene que continuar la carretera de salida si debe ser recta? (Nivel III)

- 44) Dos hombre andan a razón de 3 y 5 Km/h. Parten del mismo punto y al mismo tiempo de un cruce de

caminos rectos que forman un ángulo de  $15^\circ$ . ¿A qué distancia se encontrarán el uno del otro al cabo de dos horas? (Nivel III)

- 45) Calcular el ángulo de peralte de una carretera en una curva de 20 m. de radio si el vehículo circula a 100 Km/h (Común)

## Referencias Bibliográficas

- ABBOTT, P. Trigonometría. Editorial Pirámide.
- AYRES, Frank Jr. Trigonometría. Editorial MC-GRAW HILL.
- BITTINGER, Keedy. Algebra y Trigonometría.
- COLLETTE, Jean P. Historia de las Matemáticas. Siglo XXI, España Editores, S.A.
- DAVIS, Philip y HERSH, Renben. Experiencia matemática. Editorial Labor.
- Ley Orgánica 1/1990, de Ordenación General del Sistema Educativo (BOE, 4-10-90).
- NEGRO, Adolfo y BENEDICTO, César. Diseño Curricular para el área de Matemáticas de la E.S.O. Editorial Síntesis.
- Orden de 12 de noviembre de 1992, (B.O.E. del 20-11-92), sobre evaluación en Educación Secundaria Obligatoria.
- Real Decreto 1007/91, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria.
- Real Decreto 1345/91, de 6 de septiembre, (B.O.E. 13-9-91), por el que se establece el currículo de la Enseñanza Secundaria Obligatoria.
- Resolución de 5 de marzo de 1992, (B.O.E. del 25-3-92), de la Secretaría de Estado de Educación, por la que se regula la elaboración de proyectos curriculares para la Educación Secundaria Obligatoria y se establecen orientaciones para la distribución de objetivos, contenidos y criterios de evaluación para cada uno de los ciclos.
- Resolución de 10 de junio de 1992, (B.O.E. del 19-6-92), de la Dirección General de Renovación Pedagógica, sobre materias optativas en la Educación Secundaria Obligatoria.