

Equilibrio termoquímico y transiciones de fase en el medio interestelar

Néstor Sánchez^{1,2*}, Karina Crespo¹ y Neyda Añez¹

¹Laboratorio de Astronomía y Física Teórica, Departamento de Física, Facultad Experimental de Ciencias, Universidad del Zulia, Maracaibo, Venezuela. ²Instituto de Astrofísica de Andalucía, CSIC, Granada, España

Recibido:01-03-05 Aceptado: 22-09-05

Resumen

En este trabajo se calculó el equilibrio termoquímico del Medio Interestelar y la evolución entre las fases tibia y fría cuando el medio es sometido a un aumento súbito de presión. Los mecanismos de calentamiento considerados son fotoelectrones procedentes de granos de polvo e hidrocarburos policíclicos aromáticos, rayos cósmicos y rayos X de fondo; mientras que el enfriamiento viene dado por las transiciones metaestables y de estructura fina de las especies más abundantes y recombinación de electrones en granos. Se consideran también un total de 47 reacciones químicas (ionización, recombinación e intercambio de carga) involucrando un total de 18 especies. Se muestra que la fotoeycción de electrones por granos e hidrocarburos policíclicos aromáticos domina el calentamiento en todo el rango de densidades considerado para las condiciones típicas del Medio Interestelar en nuestra Galaxia; mientras que, el enfriamiento es dominado por recombinación de electrones en granos (a bajas densidades) y excitación de carbono ionizado a altas densidades. Si la presión del medio es $\sim 2 \times 10^3 \text{ K cm}^{-3}$, pueden coexistir dos fases en equilibrio de presión: una tibia ($T \sim 10^4 \text{ K}$) y otra fría ($T \sim 10^2 \text{ K}$). Al aumentar la presión en un factor de F veces la presión del gas, el sistema evoluciona desde la fase tibia hacia la fría en un tiempo que depende de F . Encontramos que F debe estar por encima de $\sim 2,7$ para que ocurra la transición de fase, mientras que para un valor de $F=5$ (típico del gas que cruza una onda espiral en una galaxia típica) se encuentra que la transición ocurre en $\sim 2,6 \times 10^6$ años. Este resultado es consistente con los datos observacionales sobre la formación de estrellas en galaxias espirales.

Palabras clave: Estructura; evolución; formación de estrellas; medio interestelar.

Thermochemical equilibrium and phase transitions in the interstellar medium

Abstract

In this work we calculate the thermochemical equilibrium of the Interstellar Medium and the gas evolution from the warm phase to the cold phase due to a fast pressure increase. The heating mechanisms considered are photoelectrons from dust grains and polycyclic aromatic hydrocarbons, cosmic rays and X-ray background, whereas the cooling is provided by metasta-

* Autor para la correspondencia. E-mail: nestor@iaa.es

bles and fine-structure transitions of the most abundant chemical species and electron recombination onto grains. A total of 47 chemical reactions (ionization, recombination and charge exchange) involving 18 chemical species are considered. For typical conditions in the interstellar medium, it is showed that photoejection of electrons from grains and polycyclic aromatic hydrocarbons dominates the heating at all densities, whereas the cooling is dominated by electron recombination onto grains (at low densities) and excitation of ionized carbon (at high densities). If the interstellar pressure is $\sim 2 \times 10^3 \text{ K cm}^{-3}$, then a warm phase ($T \sim 10^4 \text{ K}$) and a cold phase ($T \sim 10^2 \text{ K}$) can coexist in pressure equilibrium. If the pressure of the warm gas is suddenly increased F times the original value, the system evolves toward the cold phase, and the time for this transition depends on the F value. We find that for $F < 2.7$ no phase transition occurs, but for $F = 5$ (typical for gas crossing a spiral arm in the Galaxy) the transition time is $\sim 2.6 \times 10^6$ years. This result is consistent with the observational data on star formation in spiral galaxies.

Key words: Evolution; interstellar medium; star formation; structure.

1. Introduccion

El Medio Interestelar (MI) forma parte integral del ciclo de vida de las estrellas: cuando las nubes del MI colapsan nacen nuevas estrellas, y cuando estas estrellas mueren retornan su materia al gas circundante; por lo tanto, el MI desempeña un papel preponderante en la estructura y evolución de la Galaxia. La composición química del MI es básicamente hidrógeno ($\sim 90\%$) y helio ($\sim 10\%$), mientras que un $0,1\%$ lo conforman otros elementos pesados (carbono, silicio, hierro, oxígeno, azufre, magnesio, etc) que pueden agruparse para formar granos de polvo con tamaños del orden de 10 a 100 angstroms (1). Varias fases están presentes en el MI cada una caracterizada por distintas condiciones físicas del medio (2,3): la fase molecular (con densidades $n \sim 10^3 \text{ cm}^{-3}$ y temperaturas $T \sim 20 \text{ K}$), la fría neutra ($n \sim 20 \text{ cm}^{-3}$ y $T \sim 100 \text{ K}$), la tibia neutra ($n \sim 0,3 \text{ cm}^{-3}$ y $T \sim 6000 \text{ K}$), la tibia ionizada ($n \sim 0,3 \text{ cm}^{-3}$ y $T \sim 8000 \text{ K}$), y la caliente ionizada ($n \sim 10^{-3} \text{ cm}^{-3}$ y $T \sim 10^6 \text{ K}$). Aproximadamente, la mitad del hidrógeno atómico neutro y todo el hidrógeno molecular está concentrado en regiones de densidades relativamente altas y temperaturas bajas (denominadas nubes) las cuales son los principales lugares de formación activa de estrellas en el MI (4), mientras que el resto del gas se encuentra esparcido en un medio internube.

La primera explicación teórica de que el MI consiste de al menos dos fases (nubes y medio internube) en equilibrio de presión fue dada por Field, Goldsmith y Habing (5), quienes estudiaron el equilibrio térmico del MI suponiendo que el gas estaba siendo calentado e ionizado por rayos cósmicos y enfriado por excitación colisional de hidrógeno y helio (a altas temperaturas) y C^+ (a bajas temperaturas). Un requerimiento de tal modelo es que, para impedir que las nubes se expandan rápidamente, debe existir una presión externa que iguale a la presión de las nubes interestelares. Así, la existencia de nubes estables requiere necesariamente de la existencia simultánea de al menos otra fase internube. Este modelo predijo que la mayoría del volumen del MI estaba ocupado por un medio tibio ($T \sim 10^4 \text{ K}$) entre las nubes frías ($T \sim 100 \text{ K}$) y densas que contenían la mayor parte de la masa. Sin embargo, hoy día es conocido que el mecanismo de calentamiento dominante (rayos cósmicos) propuesto por Field, Goldsmith y Habing (5) no es suficiente para explicar todas las características observadas en el MI. Para producir las temperaturas y las densidades de electrones observadas utilizaron una tasa de ionización por rayos cósmicos de $4 \times 10^{-16} \text{ s}^{-1}$; mientras que, las observaciones indican que la tasa de ionización es del orden de 10^{-17} s^{-1} (6). Además, actualmente se piensa que la mayoría de los electrones libres son produ-

cidos por fotoionización estelar (3), el cual es un mecanismo que se despreció en el trabajo de Field, Goldsmith y Habing (5). Posteriormente, McKee y Ostriker (7) mostraron que la inyección de energía por explosiones de supernova modificaba la estructura del MI incluyendo una tercera fase más caliente ($\sim 10^6$ K). Esta teoría ha explicado exitosamente las propiedades observadas del medio caliente ionizado; como por ejemplo, la emisión de rayos X suaves. El mayor problema observacional de este modelo es que predice que solamente el 2% del hidrógeno es tibio, lo cual es mucho más pequeño de lo que se observa. Ni el modelo de Field, Goldsmith y Habing (5) ni el de McKee y Ostriker (7) satisfacen la totalidad de los datos observacionales conocidos (8). En la vecindad solar, la tasa de supernovas parece ser insuficiente para producir un MI de tres fases, pero esta tasa se incrementa sustancialmente hacia el interior de la Galaxia. Así, el modelo de McKee y Ostriker (7) podría aplicarse en las zonas más internas de la Galaxia y una versión modificada del modelo de dos fases en las regiones más externas.

A partir de estos primeros modelos se han hecho muchos estudios sobre el equilibrio térmico y de ionización, así como de la estabilidad de las distintas fases del MI (9). Estudiar el efecto de los distintos procesos físicos sobre el MI es fundamental no solamente para un mejor entendimiento del propio MI, sino debido al papel fundamental que el mismo juega en los modelos de formación estelar y de evolución de galaxias. Un estudio realizado por Shull y Woods (1985) indicó que las variaciones en el flujo UV tienen solamente un ligero efecto sobre los estados de equilibrio del MI, pero la fotoionización y calentamiento por rayos X incrementa notablemente el valor de la presión para la cual ambas fases (nube e internube) pueden existir en equilibrio estable, aunque disminuye el rango de presiones posibles. Sin embargo, el valor de presión al cual el MI puede existir en dos fases también se incrementa cuando aumenta la tasa de calentamiento

por emisión de fotoelectrones de granos de polvo (11), lo cual es proporcional al flujo de radiación ultravioleta. Así, variaciones en el flujo ultravioleta podría ser un mecanismo que estimule la condensación del gas difuso y, por tanto, la formación de estrellas (12). El efecto de variar la tasa de ionización neta con un mecanismo que afecte poco al calentamiento del gas, ha sido estudiado por Sánchez y Añez (13), quienes realizaron un estudio del equilibrio termoquímico en el MI incluyendo un flujo de fotones proveniente del decaimiento de neutrinos (14), y mostraron que un aumento de este flujo ionizante puede estimular la condensación de gas en nubes frías. Un estudio del equilibrio térmico del medio difuso, incluyendo un tratamiento detallado del calentamiento e ionización por rayos X de fondo y rayos cósmicos, fue realizado por Wolfire et al. (15). Ellos incluyeron resultados obtenidos por Bakes y Tielens (16) para el calentamiento por emisión de fotoelectrones de granos de polvo e hidrocarburos policíclicos aromáticos (HPA), y demostraron que este mecanismo de calentamiento domina en el MI, tanto en la fase tibia como en la fría.

Desde el desarrollo de estos modelos de varias fases del MI, resultó evidente que un aumento de presión del gas podía inducir una transición del gas tibio hacia la fase fría. Roberts (17) fue el primero en sugerir que el aumento de presión debido al paso de la onda de choque de un brazo espiral de la Galaxia podía activar la formación de estrellas en el MI. Trabajos subsiguientes desarrollaron esta idea (18-20) e incluyeron el concepto de dos fases estables del MI (21). La evidencia observacional a favor de este mecanismo de activación de la formación de estrellas, se limita a mostrar que la eficiencia de la formación estelar en los brazos espirales es mayor que en la región interbrazo (22-24). Seigar y James (25) encontraron además que el incremento en la tasa de formación estelar en los brazos, se correlaciona con la fuerza del choque espiral. La evidencia "directa" de que puedan ocurrir transiciones entre las fases

tibia y fría del MI es, en cambio, muy escasa. El hecho de que en las nubes moleculares gigantes se observen pequeñas condensaciones cuyas masas están por debajo del límite de Jeans, suele explicarse a través de inestabilidades térmicas que promueven la condensación del gas aunque la autogravitación sea débil (26). Observaciones detalladas recientes sugieren la existencia de regiones del MI que se encuentran a temperaturas dentro del rango inestable (27-31), lo cual pareciera indicar que una parte del gas interestelar se encuentra fuera del equilibrio térmico evolucionando entre las fases tibia y fría.

Biermann et al. (32) estudiaron las transiciones de fase del MI cuando el mismo es forzado a salir del equilibrio térmico al someterse a un aumento brusco de presión debido al paso de la onda de choque de un brazo espiral de la Galaxia (17), encontrando que la transición de una fase tibia a una fría ocurre en $\sim 10^6$ años. Ellos mostraron que este tiempo es del mismo orden de magnitud que los tiempos observados para la formación de estrellas después que el gas atraviesa los brazos espirales de las galaxias. Sin embargo, Biermann et al. (32) consideraron que el gas estaba siendo calentado e ionizado principalmente por rayos cósmicos, aunque hoy en día se conocen otros mecanismos importantes tanto de calentamiento como de ionización (33). Además, consideraron equilibrio de ionización para el hidrógeno y el helio, aunque no necesariamente existe equilibrio de ionización cuando se presentan aumentos bruscos de presión en el MI.

El paso de un brazo espiral no es el único mecanismo que puede incrementar la presión del gas para promover su condensación. Kaufman (34) mostró que la formación estelar estimulada por explosiones de supernovas y conchas en expansión de hidrógeno ionizado (HII) es tan importante como la formación estimulada por la onda espiral en galaxias espirales típicas. También se ha sugerido que la turbulencia en el MI puede producir fluctuaciones de presión

suficientemente intensas para promover la condensación del gas (35). Varios mecanismos han sido propuestos en la literatura para explicar la persistencia de la turbulencia observada en el MI; por ejemplo, vientos de estrellas jóvenes (36), explosiones de supernovas (7), choque externos (37), y rotación diferencial (38). Recientemente Kritsuk y Norman (39, 40) mostraron que la turbulencia interestelar podría ser inducida por inestabilidades térmicas debidas a las variaciones en el calentamiento del MI, las cuales se esperan a causa de las fluctuaciones en el flujo UV de la Galaxia (41). Adicionalmente las transiciones de fase también pueden ser inducidas por otros mecanismos, por ejemplo, variaciones en el flujo UV (11) o en las abundancias de metales (10), o en las tasa de ionización debido al decaimiento de neutrinos (13). Para el caso de un gas pregaláctico, Rosenzweig et al. (42) calcularon el equilibrio termoquímico en nubes uniformes en presencia de un flujo de radiación externa, así como también calcularon los tiempos de enfriamiento de un gas que evoluciona hacia la fase fría, incluyendo los procesos de ionización y recombinación de nueve especies químicas (consideraron un total de 24 reacciones químicas), pero consideraron solamente procesos isobáricos. Sus resultados mostraron que cuando nubes, inicialmente en equilibrio, son sometidas a variaciones en las condiciones externas (presión, flujo de radiación, rayos cósmicos, etc) las mismas son inducidas a evolucionar a estados muy diferentes, e incluso a comenzar el colapso gravitacional. Parravano y Pech (12) mostraron que un pulso de radiación ionizante estimula la condensación del gas difuso, aún cuando la duración del pulso sea muy corta. Dos situaciones fueron consideradas, una bajo condiciones pregalácticas y otra en condiciones actuales del MI. En ambos casos, la causa de la transición de fase era la misma: el aumento en la densidad de electrones (debido al pulso ionizante) incrementaba la tasa de enfriamiento la cual se mantenía alta después de termi-

nar el pulso, promoviendo el enfriamiento y la condensación del gas.

Resulta evidente que estos mecanismos propuestos para inducir la condensación del gas difuso juegan un papel importante en la evolución del MI y en el proceso de formación estelar en las galaxias. En este trabajo nos hemos propuesto realizar un estudio amplio y autoconsistente sobre las transiciones entre las fases tibia y fría presentes en el MI. Hemos considerado los mecanismos de calentamiento, enfriamiento, ionización y recombinación más relevantes del MI con el objeto de estudiar si pueden coexistir dos fases en equilibrio estable para las condiciones típicas del MI; y luego hemos analizado la transición desde la fase tibia hacia la fría cuando el gas es sometido a un aumento de presión. A diferencia de trabajos anteriores (por ejemplo, 32, 42) estamos considerando simultáneamente la evolución térmica y química en un sistema donde la presión también evoluciona con el tiempo. Los mecanismos físicos considerados en este trabajo se explicarán en la Sección 2, así como las ecuaciones básicas para calcular la evolución del sistema. En la Sección 3 se muestran y discuten los resultados, tanto para el equilibrio termoquímico (3.1) como para las transiciones de fase (3.2). Finalmente, las principales conclusiones se resumen en la Sección 4.

2. Ecuaciones Básicas

La temperatura de un gas, en estado estacionario, está determinada por la condición de que la energía ganada por cm^3 por segundo, la cual denotaremos por Γ (calentamiento), sea igual a la correspondiente energía perdida por cm^3 por segundo, denotada por Λ (enfriamiento). En general, Γ y Λ dependen tanto de la temperatura (T) del gas como de la densidad numérica de partículas

(n). Los mecanismos más importantes de calentamiento del MI se deben a la acción de rayos cósmicos y fotones energéticos sobre los átomos que componen el gas. En cambio, el enfriamiento ocurre principalmente por la conversión de la energía cinética del gas en energía luminosa debido a procesos colisionales (para una revisión sobre el tema ver la referencia 33). La eficiencia del enfriamiento es una función que depende fuertemente de la composición química del gas. Sólo consideraremos los elementos químicos que más contribuyen al enfriamiento del MI: hidrógeno, oxígeno, carbono, hierro, silicio, azufre y magnesio; cuyas abundancias vienen dadas por (15):

$$\begin{aligned}\log(n(O) / n(H)) &= -3,34 \\ \log(n(C) / n(H)) &= -3,52 \\ \log(n(Fe) / n(H)) &= -6,15 - 0,38 \times (\log n(H) + 0,5) \\ \log(n(Si) / n(H)) &= -5,45 - 0,45 \times (\log n(H) + 0,5) \\ \log(n(S) / n(H)) &= -5,10 \\ \log(n(Mg) / n(H)) &= -4,84 - 0,28 \times (\log n(H) + 0,5)\end{aligned}$$

En lo que sigue se discutirán los distintos procesos físicos (enfriamiento, calentamiento, ionización, recombinación) que se consideran en este trabajo.

2.1. Mecanismos de enfriamiento

En un medio ópticamente fino, la tasa de enfriamiento por unidad de volumen producido por una especie dada X (por ejemplo, H , He , C , etc) debido a la transición $i \rightarrow j$ desde un nivel superior i hasta uno más bajo j , es simplemente (43):

$$\Lambda(X, ij) = n_i(X) A_{ij} E_{ij} \quad [1]$$

donde $E_{ij} = E_i - E_j$ es la energía del fotón radiado, A_{ij} es el coeficiente de Einstein de desexcitación espontánea, y $n_i(X)$ es la densidad de átomos de la especie X que están en

el nivel i -ésimo¹. Para poder calcular entonces la emisión en una línea dada, se necesita conocer la población de la especie que se encuentra en el nivel i . Si asumimos estado estacionario podemos determinar las poblaciones utilizando las ecuaciones (43):

$$\begin{aligned} n_i(X) \sum_j (A_{ij} + n(\gamma_{ij}^e + \gamma_{ij}^H)) \\ = \sum_j n_j(X) (A_{ji} + n(\gamma_{ji}^e + \gamma_{ji}^H)) \end{aligned} \quad [2]$$

donde no se consideran transiciones inducidas y donde $n\gamma_{ij}$ es la tasa de desexcitación colisional (para $i > j$), o la tasa de excitación colisional (para $i < j$), siendo la densidad total del hidrógeno. Los super-índices e y H se refieren a las tasas de desexcitación (o excitación) por colisión con electrones y átomos de hidrógeno, respectivamente. La sumatoria debe extenderse sobre todos los niveles $j \neq i$, y debe tenerse en cuenta que $A_{ij} = 0$ si $i > j$. Si se consideran N niveles para una especie dada, la ecuación [2] representa $N-1$ ecuaciones independientes para los niveles poblacionales, e incluyendo la ecuación de conservación

$$\sum_i n_i(X) = n(X) \quad [3]$$

se tiene un sistema completo de ecuaciones para encontrar cada una de las densidades poblacionales $n_i(X)$. Las especies consideradas en este trabajo para calcular la tasa de enfriamiento son: C, Fe, Fe⁺, O, O⁺, S, S⁺ y Si⁺. Todos los valores de E_{ij} , A_{ij} , γ_{ij}^e y γ_{ij}^H para las transiciones más importantes de estas especies fueron tomados de Hollenbach y McKee (44). Los coeficientes de excitación están conectados a los de desexcitación a través de la condición (43):

$$\frac{\gamma_{ji}^H}{\gamma_{ij}^H} = \frac{g_i}{g_j} \exp(-E_{ij} / k_B T) \quad [4]$$

donde k_B es la constante de Boltzmann y g_i representa el peso estadístico del nivel i . Entonces, dadas la temperatura y la densidad del medio, con todos estos coeficientes es posible resolver los niveles poblacionales de una especie dada haciendo uso de las N ecuaciones algebraicas [2] y [3], y luego calcular el enfriamiento producido por cada una de las transiciones (ecuación [1]). El enfriamiento total producido por dicha especie será la sumatoria sobre todas las transiciones relevantes. El procedimiento se repite para cada una de las especies consideradas hasta obtenerse la tasa de enfriamiento total del gas, debido a colisiones con electrones y átomos de hidrógeno.

Existen otros mecanismos de enfriamiento que pueden ser importante a altas temperaturas ($T > 8000$ K), como la recombinación de electrones en granos de polvo y HPAs cargados positivamente (15), el cual viene dado por la expresión

$$\Lambda_{rec} = 4,65 \times 10^{-30} T^{0,94} (G_0 T^{1/2} / n_e)^\beta n_e n \quad [5]$$

donde G_0 es el campo de radiación UV normalizado al valor que tiene en la vecindad solar, $\beta = 0,74 / T^{0,068}$ y n_e es la densidad de electrones libres. La excitación colisional del carbono ionizado (C⁺) por impactos con hidrógeno neutro (H) y electrones libres (e) puede contribuir al enfriamiento de manera significativa (15):

$$\begin{aligned} \Lambda_{C^+} = 2,54 \times 10^{-14} [\gamma^H n(H) + \gamma^e n_e] \\ \exp(-92 / T) n(C^+) \end{aligned} \quad [6]$$

donde γ^H y γ^e son las tasas (en $cm^3 s^{-1}$) de los coeficientes de desexcitación colisional

1 Aquí estamos entendiendo por *especie* a un elemento químico dado en un cierto estado de ionización; así, en este contexto, el carbono neutro y el carbono ionizado son dos especies distintas.

con el hidrógeno neutro y electrones, respectivamente, las cuales están dadas por:

$$\gamma^H = 8,86 \times 10^{-10} \quad [7]$$

y

$$\gamma^e = 2,1 \times 10^{-7} T_2^{-0,5} (1,80 + 0,484 T_4 + 4,01 T_4^2 - 3,39 T_4^3) \quad [8]$$

siendo $T_n \equiv T / 10^n K$. También a temperaturas altas, la excitación del hidrógeno neutro por impacto con electrones es una fuente importante de pérdida de energía, que viene dada por (43):

$$\Lambda_{eH} = 7,3 \times 10^{-19} \exp(-118400 / T) n_e n(H) \quad [9]$$

2.2. Mecanismos de calentamiento

A continuación se describen cada uno de los mecanismos de calentamiento incluidos (Γ en $erg\ cm^{-3}\ s^{-1}$), que son relevantes en el MI bajo las condiciones consideradas en este trabajo.

a) Fotoelectrones de granos de polvo y HPAs.

Este mecanismo se inicia con la absorción de fotones UV por parte de un grano de polvo y la posterior eyección de un electrón que calienta colisionalmente el gas (45-47). Los HPAs son también un componente importante del MI (48), ubicándose como las moléculas más abundantes después del H_2 y CO . Lepp y Dalgarno (49) demostraron que la emisión fotoeléctrica por HPAs también podría ser una fuente de calentamiento importante. Bakes y Tielens (16) presentaron un cálculo detallado del calentamiento total producido por granos de polvo y HPAs, y encontraron que el mismo puede ser escrito como:

$$\Gamma_{UV} = 10^{-24} \varepsilon G_0 n \quad [10]$$

donde G_0 es el campo de radiación UV normalizado al valor que tiene en la vecindad solar, y ε viene dado por

$$\varepsilon = \frac{4,87 \times 10^{-2}}{1 + 4 \times 10^{-3} (G_0 T^{1/2} / n_e)^{0,73}} + \frac{3,65 \times 10^{-2} (T / 10^4)^{0,7}}{1 + 2 \times 10^{-4} (G_0 T^{1/2} / n_e)} \quad [11]$$

La cantidad ε representa la eficiencia del calentamiento, definida como la razón entre la energía total absorbida por el grano y el calor depositado en el gas, la cual es del orden de $10^{-2} - 10^{-3}$ para las condiciones típicas del MI (50).

b) Rayos cósmicos.

El proceso básico involucrado en este mecanismo es la colisión de rayos cósmicos con átomos de hidrógeno, de helio y con electrones libres. Cuando un rayo cósmico colisiona con hidrógeno neutro lo ioniza produciendo electrones libres (electrones primarios) a una tasa de ionización ζ_{RC} . Estos electrones colisionarán con otras partículas transfiriendo su energía cinética, y produciendo además algunos electrones adicionales (secundarios). El calentamiento total debido a los rayos cósmicos puede ser escrito como (15):

$$\Gamma_{RC} = n \zeta_{RC} \left[f_1 + \left(\frac{f_2}{f_3} + \frac{1}{1 - f_1} \right)^{-1} \right] E \quad [12]$$

donde

$$f_1 = 0,9971 \left[1 - \left(1 - (n_e / n)^{0,2663} \right)^{1,3163} \right]$$

$$f_2 = 2E - (13,6eV)$$

$$\log f_3 = 0,306436 \log(n_e / n) + 1,800919$$

El término entre corchetes en la ecuación [12] es un ajuste del calor total deposti-

tado por cada electrón primario. La energía promedio de cada electrón primario es de $E = 35 eV$ (15).

La tasa de ionización primaria por rayos cósmicos (ζ_{RC}) es difícil de determinar observacionalmente debido, entre otras cosas, a la interferencia de la heliósfera. El valor usado en el trabajo original de Field, Goldsmith y Habing (5) de 4×10^{-16} ionizaciones por segundo por átomo es alto incluso para las primeras determinaciones que sugerían una tasa del orden de $\sim 7 \times 10^{-18} s^{-1}$ (51). Black et al. (6) estimaron que la tasa de ionización debía ser del orden de $10^{-16} s^{-1}$ o menor para poder explicar las líneas de absorción observadas. Webber (52) ha encontrado que la tasa de ionización de rayos cósmicos debe ser más o menos constante a lo largo del disco galáctico y del orden de $\zeta_{RC} \cong 10^{-17} s^{-1}$.

c) Rayos X.

Los rayos X de fondo pueden provenir de distintas fuentes tanto galácticas como extragalácticas (estrellas, gas caliente en la Galaxia, núcleos de galaxias activas, etc), y son capaces de ionizar y calentar al gas interestelar a través de la termalización de los electrones eyectados. Wolfire et al. (15) calcularon en detalle la tasa de calentamiento por este mecanismo (Γ_{RX}), y también suministraron expresiones analíticas simples para el mismo, las cuales son:

$$\Gamma_{RX} = [0,990 - 2,74 \times 10^{-3} p_1 + 1,13 \times 10^{-3} p_1^2] \times [-26,5 - 0,920 p_2 + 5,89 \times 10^{-2} p_2^2 + 0,96 \exp(-(p_2 - 0,38)^2 / 0,76)] \quad [13]$$

donde $p_1 = \log(n_e / n)$ y $p_2 = \log(N_w / 10^{18})$, siendo N_w la densidad de columna del gas. En el medio interestelar de la Galaxia, las densidades de columna pueden estar entre $\sim 10^{18} cm^{-2}$ y $\sim 10^{20} cm^{-2}$; nosotros asumiremos en este trabajo que $N_w = 10^{19} cm^{-2}$.

2.3. Procesos químicos

Cuando dos especies químicas colisionan pueden reaccionar destruyéndose una (o ambas) para producir otras especies químicas distintas. Similarmente, cuando una especie interacciona con un fotón o un rayo cósmico puede ionizarse destruyéndose y creando un ión diferente. Si denotamos por R_{jk} la tasa de ocurrencia de una reacción dada entre las especies j y k , y $R_{\gamma h}$ la tasa de ionización de la especie h debido a un fotón o un rayo cósmico, podemos entonces escribir la tasa total de creación de la especie i (que denotaremos por X_i^+ en $cm^{-3} s^{-1}$) como (43)

$$X_i^+ = \sum_{j,k} R_{jk} n_j n_k + \sum_{h,\gamma} R_{\gamma h} n_h \quad [14]$$

Pero la i -ésima especie también puede ser destruída al colisionar (y reaccionar) con otra especie y/o cuando es ionizada por un fotón (o rayo cósmico). La tasa de destrucción vendría dada por

$$X_i^- = \sum_j R_{ji} n_j n_i + \sum_\gamma R_{\gamma i} n_i \quad [15]$$

En este trabajo se consideran 47 reacciones de ionización, recombinación, e intercambio de carga que incluyen un total de 18 especies químicas: e^- , H, H $^-$, H $^+$, He, He $^+$, C, C $^+$, O, O $^+$, Fe, Fe $^+$, Mg, Mg $^+$, Si, Si $^+$, S y S $^+$. Todas las tasas de las reacciones fueron tomados de Hollenbach y McKee (44, 53) y de Wolfire y Konigl (54), excepto el número total de ionizaciones del hidrógeno y del helio debido a rayos cósmicos y la tasa ionización total debido a rayos X (incluyendo ionización primaria de las especies más abundantes e ionizaciones secundarias del hidrógeno y helio), que se han tomado de Wolfire et al. (15). No se consideraron especies moleculares porque las mismas pueden, en general, ser despreñadas en los rangos de densidad y temperatura considerados. La formación de H $_2$ y CO puede comenzar a partir de

$n \sim 100 \text{ cm}^{-3}$ o más pero sus escalas de tiempo químico y térmico sólo comienzan a ser verdaderamente relevantes a partir de $n \sim 1000 \text{ cm}^{-3}$ o más (68).

2.4. Equilibrio termoquímico

Si denotamos por

$$\Lambda = \sum_{X,ij} \Lambda(X,ij) + \Lambda_{rec} + \Lambda_{C+} + \Lambda_{eH} \quad [16]$$

y

$$\Gamma = \Gamma_{UV} + \Gamma_{RC} + \Gamma_{RX} \quad [17]$$

las funciones “totales” de enfriamiento y calentamiento, respectivamente, que incluyen cada uno de los mecanismos físicos mencionados en la secciones 2.1 y 2.2, entonces la condición de equilibrio térmico viene dada simplemente por

$$\Lambda = \Gamma \quad [18]$$

En cambio, la condición de equilibrio químico vendrá dada por

$$X_i^+ = X_i^- \quad i = 1,2,\dots,N \quad [19]$$

donde X_i^+ y X_i^- están dadas por las ecuaciones [14] y [15]. El subíndice i se refiere a cada una de las 18 especies químicas consideradas en este trabajo.

Para encontrar los estados de equilibrio termoquímico debemos resolver simultáneamente las ecuaciones del equilibrio térmico y químico. Para ello comenzamos fijando la densidad total de hidrógeno $n = n(H) + n(H^+) + n(H^-)$ y escogiendo un posible valor de temperatura de equilibrio. Entonces se resuelven las 18 ecuaciones algebraicas [19] que representan el equilibrio químico utilizando las 47 reacciones químicas consideradas, con lo cual se obtiene la densidad de cada especie (n_i). Esto se hizo numéricamente con subrutinas que usan el método de Newton para sistemas de ecuaciones no lineales con una estrategia de con-

vergencia global (55). Luego han de calcularse cada uno de los mecanismos de enfriamiento (sección 2.1) y de calentamiento (sección 2.2) considerados, y si el enfriamiento total difiere del calentamiento total, se modifica la temperatura seleccionada y se repite todo el procedimiento hasta encontrar el valor de la temperatura de equilibrio. Este proceso iterativo se repite luego para otros valores de densidad de hidrógeno.

2.5. Transiciones de fase

Supongamos un gas con N especies químicas. Podemos escribir la tasa de formación total de la i -ésima especie como

$$\frac{dn_i}{dt} = X_i^+ - X_i^- \quad i = 1,2,\dots,18 \quad [20]$$

Obviamente en el equilibrio químico se tendrá que $dn_i / dt = 0$. La presión total de dicho gas (suponiendo que sea monoatómico) vendrá dada por

$$p = k_B T \sum_{i=1}^N n_i = \frac{R_g}{\mu} \rho T \quad [21]$$

siendo R_g la constante de los gases, ρ la densidad de masa, y donde hemos definido

$$\frac{1}{\mu} \equiv \sum_{i=1}^N (n_i / n) \quad [22]$$

Para calcular la evolución térmica del gas debemos hacer uso de la primera ley de la termodinámica, la cual podemos expresar de la forma

$$\frac{dT}{dt} = \frac{2T}{5p} \frac{dp}{dt} - \frac{2\mu}{5R_g} \left(\frac{\Lambda - \Gamma}{\rho} \right) - \mu T \sum_{i=1}^N \frac{d(n_i / n)}{dt} \quad [23]$$

Para estudiar la evolución del sistema necesariamente ha de indicarse la forma en que la presión depende del tiempo. En el MI la presión de una nube puede verse afectada cuando la misma atraviesa una de las ondas de presión asociadas con los brazos espirales de la Galaxia. Tal como hicieron Bier-

mann et al. (32), los cambios de presión asociados a los brazos espirales se tomaron del modelo de Roberts (17), lo cual puede ser parametrizado de la forma:

$$p(t) = \begin{cases} p_0 + (F - 1)(t / 0,1)p_0 & \text{para } 0 \leq t \leq 0,1 \\ Fp_0 \exp(-(t - 0,1) / 40) & \text{para } t \leq 0,1 \end{cases} \quad [24]$$

donde el tiempo está en millones de años. Esta última ecuación representa un aumento lineal de la presión desde p_0 hasta Fp_0 durante 0,1 millones de años, seguido de un decaimiento exponencial lento. El valor del factor de compresión F depende de los detalles del modelo de onda espiral así como también de la distancia galactocéntrica (18). En el modelo original de Roberts (17) el rango para la fuerza del choque podía ir desde $F \cong 1,5$ hasta $F \cong 9$; un valor de $F \cong 5$ podría ser típico de la vecindad solar, pero si se considera que, previo al choque, la densidad está por debajo del promedio global la fuerza del choque puede ser tan fuerte como $F \cong 12$ (18).

El problema planteado en este trabajo consiste en, partiendo de una situación de equilibrio, someter al sistema a un cambio de presión de la forma [24] y estudiar su evolución temporal. Si suponemos equilibrio químico a lo largo de toda la evolución del sistema, es decir $dn_i / dt = 0$ para todo i , el problema se reduce al estudiado por Biermann et al. (32) con la acotación de que los mecanismos considerados por ellos son muy distintos a los considerados aquí. Por otro lado, si consideramos el caso particular de presión constante reducimos el problema a la evolución isobárica estudiada por Rosenzweig et al. (42), aunque ellos tratan con un gas pregaláctico en los que dominan otros procesos térmicos y químicos. Otros trabajos han abordado de manera similar la evolución térmica y/o química del MI (por ejemplo, 12, 56) pero siempre suele asumirse que la evolución es isobárica o isocórica.

Para calcular las transiciones de fase se deben resolver simultáneamente las 19 ecuaciones diferenciales de primer orden [20] y [23]. La presión viene dada en función

del tiempo a través de [24], lo cual completa el número de ecuaciones necesarias para calcular las 20 incógnitas (18 valores de densidades, temperatura y presión). El algoritmo diseñado para resolver estas ecuaciones utiliza el método de Runge-Kutta de orden cuatro (55), el cual es un método implícito que propaga una solución sobre un intervalo combinando la información de varios pasos, y usa esta información para ajustar una expansión en series de Taylor hasta algún orden (en este caso orden cuatro). Además se usa un tamaño de paso adaptativo, es decir, que el paso de integración se disminuye si la función varía muy rápidamente, con lo cual se consigue minimizar el error numérico de truncamiento. La integración del sistema de ecuaciones es mantenida hasta que se alcanza un nuevo estado de equilibrio.

3. Resultados y Discusion

3.1. Equilibrio Termoquímico

Analizaremos primero el equilibrio termoquímico del MI cuando el campo UV interestelar es $G_0 = 1,7$, lo cual se corresponde al valor del campo local estimado por Draine (47), y para una tasa de ionización por rayos cósmicos de $\zeta_{RC} = 1,8 \times 10^{-17} \text{ s}^{-1}$ que se corresponde al valor estimado en la vecindad solar (57).

Cada uno de los mecanismos de calentamiento y de enfriamiento considerados en este trabajo fueron evaluados en el equilibrio con el fin de analizar la importancia relativa de los mismos. La Figura 1 muestra separadamente cada uno de los procesos de calentamiento (líneas sólidas) y enfriamiento (líneas discontinuas) por átomo de hidrógeno ($\text{erg H}^{-1} \text{ s}^{-1}$). Puede verse que para todo el rango de densidades considerado, el calentamiento debido a fotoeycción de electrones de granos de polvo y HPAs (denotada PE en dicha figura) domina tanto sobre los rayos X de fondo (rx) como sobre los rayos cósmicos (rc). Nótese que este último mecanismo era considerado anteriormente

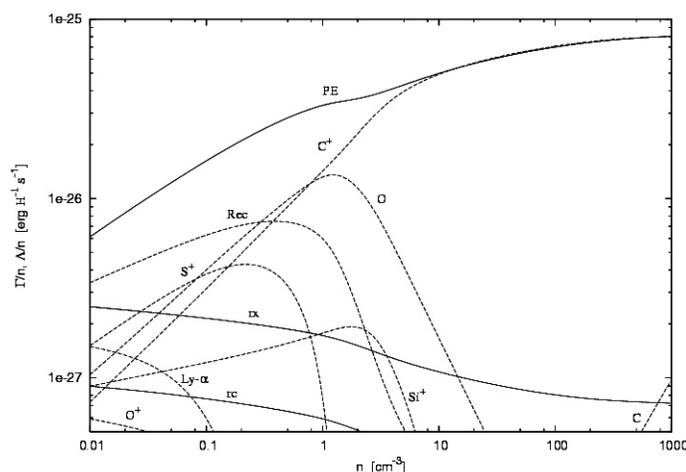


Figura 1. Procesos de calentamiento (líneas sólidas) y enfriamiento (líneas discontinuas) en función de la densidad en el equilibrio termoquímico (el significado de cada etiqueta se explica en el texto).

el más importante en el MI (5). A densidades relativamente altas (temperaturas bajas) la fracción de electrones libres disminuye (como se verá más adelante en la Figura 2, con lo cual el calentamiento por rayos X y rayos cósmicos se hace menor, ya que la energía de los electrones primarios se utiliza principalmente en ionizar y excitar, en vez de calentar. Así, a altas densidades, el único mecanismo de calentamiento relevante es fotoelectrones de granos y HPAs.

La dependencia de cada uno de los mecanismos de enfriamiento con la densidad y/o temperatura es una función compleja que depende de la forma funcional de las tasas de transiciones colisionales y de las abundancias relativas de cada elemento. En general, las transiciones metaestables suceden más frecuentemente a bajas densidades, mientras que las transiciones de estructura fina requieren bajas temperaturas (altas densidades). Cada línea punteada en la Figura 1 muestra el enfriamiento resultante debido a todas las transiciones posibles de una especie química dada (la etiqueta indica cuál especie), así como el enfriamiento debido a recombinación de electrones en granos (Rec) y transiciones Ly- α debidas a colisiones de hidrógeno con electrones. A densidades bajas, del orden de

10^{-2} cm^{-3} ($T \sim 8000 \text{ K}$), los mecanismos dominantes ($> 10^{-27} \text{ erg H}^{-1} \text{ s}^{-1}$) son recombinación de electrones en granos y HPAs, así como Ly- α y las transiciones metaestables del S^+ . En el rango $0.1 < n < 1 \text{ cm}^{-3}$ ($3700 < T < 7700 \text{ K}$) el enfriamiento Ly- α ha disminuido considerablemente debido a que la energía térmica del electrón no es suficiente para excitar átomos de hidrógeno neutro; mientras que la excitación colisional de las líneas de estructura fina del C^+ y del O comienzan a desempeñar un papel preponderante. Por encima de $\sim 1 \text{ cm}^{-3}$ ($T < 3700 \text{ K}$) las bajas temperaturas impiden que la tasa de transiciones metaestables sea alta, y la mayoría de los mecanismos ya no contribuyen casi al enfriamiento del gas, con la excepción del Si^+ , que deja de contribuir a densidades más altas. La recombinación de electrones en granos también decrece debido a que una buena parte de los electrones ya se han recombinado a estas temperaturas (como se verá en la Figura 2). Así, entre ~ 1 y ~ 10 átomos de H por cm^3 se tiene que los mecanismos dominantes son transiciones en la estructura fina de C^+ y O. A muy altas densidades sigue dominando el C^+ y las transiciones finas del C se tornan más importantes que las del O.

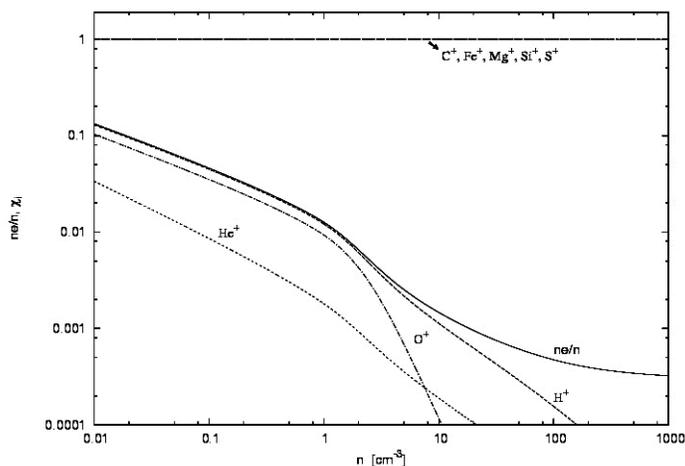


Figura 2. La densidad de electrones libres (n_e / n) y la fracción de ionización (χ_i) de cada especie en función de la densidad (n) en el equilibrio termoquímico.

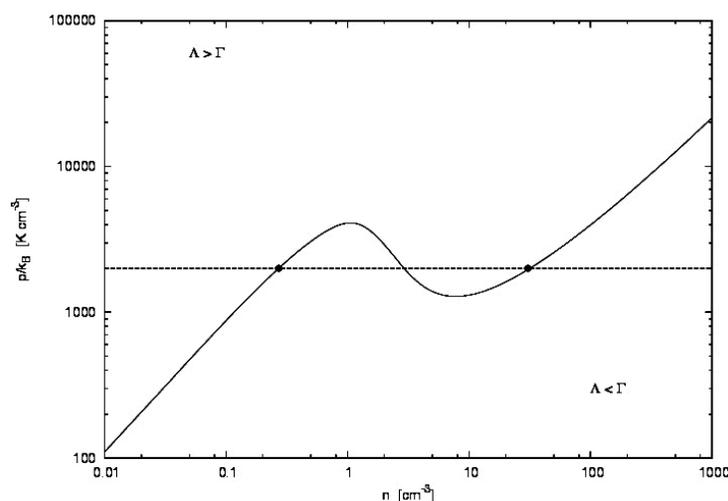


Figura 3. La presión térmica en función de la densidad en el equilibrio termoquímico para $G_o = 1,7$ y $\zeta_{RC} = 1,8 \times 10^{-17} \text{ s}^{-1}$.

La Figura 2 muestra la fracción de electrones libres (n_e / n) en función de n . También se muestran las fracciones de ionización de cada especie X , definida como $\chi(X^+) \equiv n(X^+) / (n(X) + n(X^+))$. El campo de radiación UV interestelar es suficiente para mantener casi completamente ionizados al C, Fe, Mg, Si y S, los cuales tienen los más bajos potenciales de ionización (por debajo de $\sim 13 \text{ eV}$). Así, siempre existe un fondo

de electrones libres mínimo ($n_e / n \sim 10^{-4}$) proveniente de la ionización de estos elementos (sobre todo C) debido al campo medio de radiación ultravioleta de la Galaxia. Puede verse que a bajas densidades (altas temperaturas) n_e / n llega a ser tan alto como 0,1, esto debido a que a esas temperaturas las energías de las colisiones de los átomos es suficiente para ionizar una serie de especies químicas (H, He y O). A altas

densidades, en cambio, n_e / n disminuye hasta $\sim 10^{-4}$, ya que a esas temperaturas bajas los electrones tienden a recombinarse.

La Figura 3 muestra la curva de equilibrio termoquímico resultante (p / k_B en función de n). La estabilidad de este tipo de soluciones fue estudiada por Field (58): las ramas de pendientes positivas representan soluciones estables, y las de pendiente negativa inestables. Así, se ve que existen dos fases estables y una inestable en el conjunto de soluciones de equilibrio posibles. Las soluciones inestables se encuentran entre $1 < n < 10 \text{ cm}^{-3}$, que es el rango donde los mecanismos de enfriamiento dominantes dejan de ser la recombinación de electrones en granos y transiciones metaestables de S^+ y pasan a ser transiciones de estructura fina de C^+ . Las regiones ubicadas fuera de esta curva no estarían en equilibrio termoquímico, y tenderían a evolucionar. En las regiones por encima de la curva se tiene que $\Lambda > \Gamma$, y cualquier estructura ubicada en esa región tendería a enfriarse, mientras que por debajo $\Gamma > \Lambda$ y tendería a calentarse. La evolución de un medio fuera del equilibrio se estudiará en la siguiente sección. Si se asume que la presión típica del MI en nuestra Galaxia es $p / k_B = 2 \times 10^3 \text{ K cm}^{-3}$ (59), valor indicado con una línea discontinua horizontal en la Figura 3, se ve que podrían existir dos fases estables en el MI (marcadas con puntos negros) a ese valor de presión, una con $n \cong 0,25 \text{ cm}^{-3}$ y $T \cong 6650 \text{ K}$ que se corresponde con la fase tibia y otra con $n \cong 30 \text{ cm}^{-3}$ y $T \cong 60 \text{ K}$ que se corresponde con una fase fría. La Figura 3 muestra que existe una presión máxima (p_{max}) en el MI por encima de la cual sólo puede existir una fase fría, y una presión mínima (p_{min}) por debajo de la cual sólo puede existir una fase tibia. El hecho de que, en promedio, la presión del MI sea tal que $p_{\text{min}} < p < p_{\text{max}}$, es la base del modelo de dos fases (5). Con los mecanismos considerados en este trabajo se obtiene que $p_{\text{min}} / k_B = 1284 \text{ K cm}^{-3}$ y $p_{\text{max}} / k_B = 4080 \text{ K cm}^{-3}$.

Los valores de p_{max} y p_{min} dependen tanto del campo medio de radiación UV (G_0), como de la tasa de ionización por rayos cósmicos (ζ_{RC}). Las Figuras 4a y 4b muestran el efecto sobre la curva de equilibrio de variar estos dos parámetros alrededor de los valores típicos del MI. El efecto de variar la ionización por rayos cósmicos (Figura 4b) es casi despreciable, aunque el valor de p_{max} se incrementa ligeramente al aumentar ζ_{RC} . Para $\zeta_{RC} = 1,8 \times 10^{-16} \text{ s}^{-1}$ ya el calentamiento debido a rayos cósmicos se hace del orden de la fotoeycción de electrones de granos, por lo que el calentamiento total aumenta al aumentar ζ_{RC} y, para un valor fijo de n , el equilibrio se alcanza a una temperatura mayor, con lo cual la curva de equilibrio se desplaza hacia arriba a bajas densidades. A altas densidades, el calentamiento sigue siendo básicamente por fotoelectrones de granos, el cual casi no es afectado por un aumento en ζ_{RC} , y la curva de equilibrio se ve muy poco afectada. Al incrementar el campo UV Figura 4a vemos que la curva de equilibrio se desplaza hacia arriba. Esto ocurre porque el calentamiento por fotoeycción de electrones aumenta con G_0 y el equilibrio se alcanza entonces a una temperatura mayor (para una densidad dada n). También se observa que la región de soluciones inestables se desplaza hacia la derecha a medida que aumenta G_0 . La causa principal de este comportamiento es el aumento de electrones libres con G_0 , por lo que el enfriamiento debido a transiciones por colisiones con electrones (que domina a altas temperaturas) se incrementa, y la zona de inestabilidad (donde cambian los mecanismos de enfriamiento dominantes) se desplaza hacia la derecha.

Cuando el campo de radiación UV es $G_0 = 1.7$ (47), la presión típica del MI ($p / k_B \cong 2 \times 10^3 \text{ K cm}^{-3}$) está por debajo del valor de p_{max} / k_B . Si el campo UV disminuye en un orden de magnitud, se observa en la Figura 4a que p_{max} / k_B disminuye hasta $\sim 600 \text{ K cm}^{-3}$, por lo que la fase tibia ya no podría existir más en equilibrio y tendería a

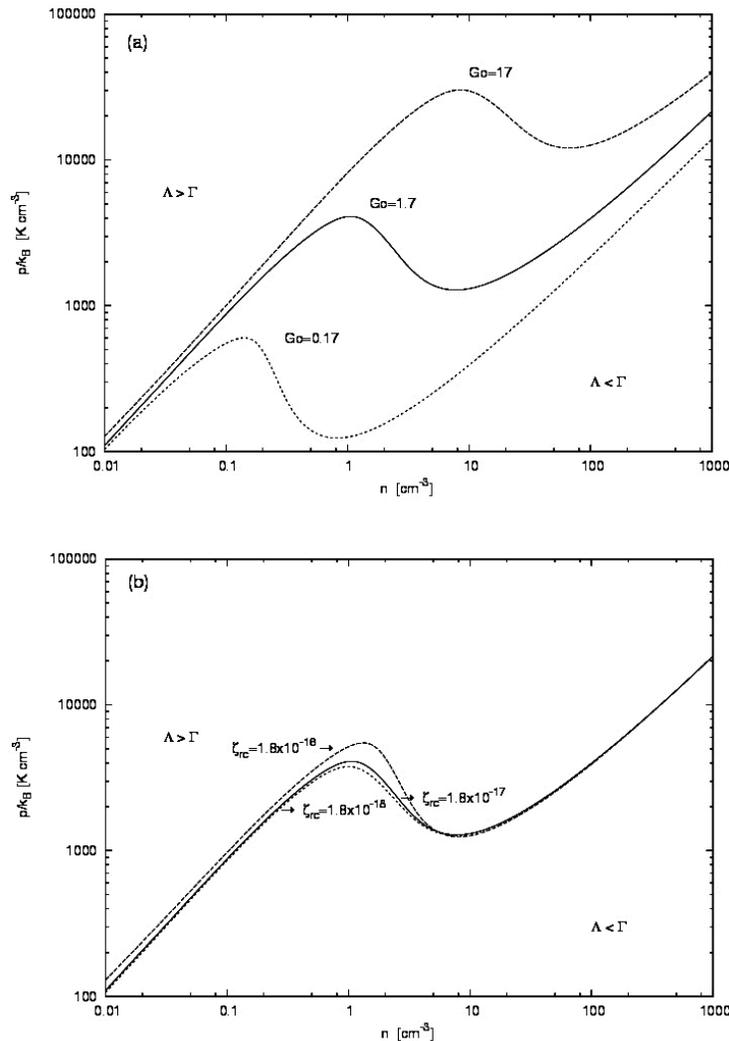


Figura 4. (a) Curva de equilibrio termoquímico del MI para $\zeta_{RC} = 1,8 \times 10^{-17} s^{-1}$ y diferentes valores de G_o y (b) para $G_o = 1,7$ y diferentes valores de ζ_{RC} .

evolucionar hacia una fase fría. Así, una disminución en el campo UV medio tiende a estimular una condensación tibia→fría. Por el contrario, un aumento en el campo UV incrementa el valor de p_{\min} / k_B hasta $\sim 11000 K cm^{-3}$ haciendo que la fase fría se evapore hasta una fase más tibia. La evaporación y/o condensación de nubes ante variaciones en el campo UV ha sido estudiado como un posible mecanismo regulador del proceso de formación estelar (60, 61).

3.2. Transiciones de fase

Para estudiar las transiciones de fase en el MI partimos de una solución de equilibrio ubicada en la fase tibia. Como punto inicial en la fase tibia hemos tomado aquel que se corresponde con valores de presión típicos del MI en la Galaxia. Aunque existen fluctuaciones de presión a lo largo del disco galáctico, las observaciones indican que la mayoría de las regiones difusas en el MI de la

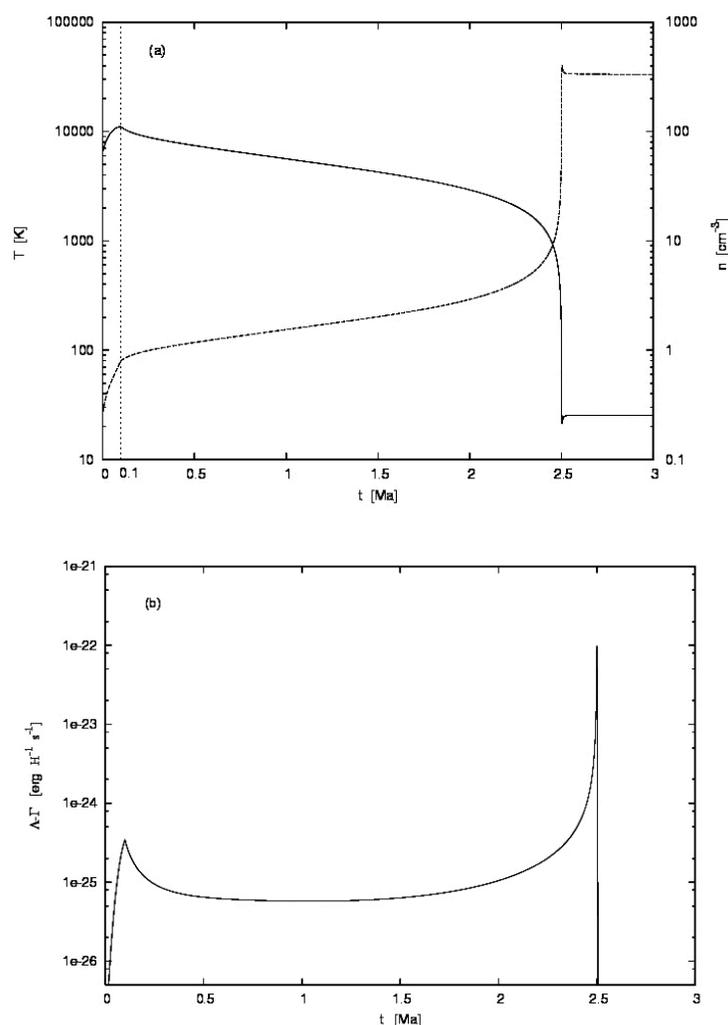


Figura 5. (a) Evolución de la temperatura (T) y la densidad (n) en función del tiempo (t). (b) Evolución del enfriamiento neto del sistema en función del tiempo (t).

Galaxia tienen valores de presión del orden o por encima de $\sim 10^3 \text{ K cm}^{-3}$ (59). Aquí hemos tomado como valor inicial de presión $p/k_B = 2 \times 10^3 \text{ cm}^{-3}$, lo cual para el caso estándar ($G_0 = 1,7$ y $\zeta_{RC} = 1,8 \times 10^{-17} \text{ s}^{-1}$) se corresponde con $n = 0,27 \text{ cm}^{-3}$, $T = 6543 \text{ K}$ y $n_e/n = 0,028$. Para el factor de compresión del gas hemos elegido $F=5$ para la discusión detallada de la evolución del sistema; sin embargo, más adelante mostraremos la dependencia con F del tiempo necesario para la transición desde la fase tibia a la fría. Este valor de F se corresponde aproximada-

mente con el valor de la onda espiral de la Vía Láctea (18).

La Figura 5a muestra la evolución (para $F=5$) de la temperatura (línea continua correspondiente al eje de la izquierda) y de la densidad numérica total de hidrógeno (línea punteada con el eje de la derecha) en función del tiempo en millones de años (que denotaremos de aquí en adelante por Ma). Durante los primeros $0,1 \text{ Ma}$ (instante marcado con una línea vertical punteada), la temperatura aumenta hasta alcanzar un valor de

$\cong 11000\text{ K}$. Este período se corresponde con el intervalo donde el gas sufre la compresión brusca debida al paso de la onda espiral (ecuación [24]), y durante este intervalo tanto la temperatura como la densidad aumentan bruscamente debido a la compresión. El término que domina la evolución del sistema es el primer término del lado derecho en la ecuación [23] y los otros dos términos (el "térmico" y el "químico") se hacen despreciables en esta primera etapa, por lo que el sistema se comporta casi como un gas que se comprime adiabáticamente. A partir de ese momento la presión empieza a decaer exponencialmente con un tiempo característico relativamente largo, por lo que en este caso el primer término del lado derecho de la ecuación [23] se hace relativamente pequeño en comparación con los otros dos, por tanto la evolución del sistema en esta segunda etapa es semejante (pero no exactamente igual) a una evolución isobárica. Entonces, a partir de $0,1\text{ Ma}$ la temperatura comienza a disminuir (el gas comienza a enfriarse) y la densidad a aumentar a una tasa relativamente "lenta", donde la temperatura disminuye en un orden de magnitud (de $\cong 11000\text{ K}$ a $\cong 2000\text{ K}$) en poco más de $\sim 2\text{ Ma}$. En este intervalo de tiempo la densidad aumenta de $\sim 0,8\text{ cm}^{-3}$ hasta $\sim 4,5\text{ cm}^{-3}$. A partir de ese momento, en el intervalo entre $\sim 2,3\text{ Ma}$ y $\sim 2,5\text{ Ma}$, el sistema "acelera" el proceso de enfriamiento notoriamente: la temperatura disminuye en un orden de magnitud (de $\sim 2000\text{ K}$ hasta $\sim 25\text{ K}$) en $\sim 0,2\text{ Ma}$, y la densidad alcanza un valor de $\cong 330\text{ cm}^{-3}$. Este instante ($t \cong 2,5\text{ Ma}$) se corresponde, como se verá más adelante, al momento en el que el sistema alcanza el equilibrio térmico ($\Lambda = \Gamma$). Sin embargo, después de ese, instante existe todavía un período corto donde la temperatura se incrementa ligeramente (y la densidad disminuye) hasta alcanzar un estado estacionario final en $t \cong 2,6\text{ Ma}$. En este estado final se tiene $T \cong 25\text{ K}$ y $n \cong 330\text{ cm}^{-3}$, que se correspondería con la fase fría final hacia la cual evolucionó el gas tibio después del paso del brazo espiral.

Vemos entonces que, en resumen, la evolución del sistema puede dividirse en cuatro etapas: una primera etapa que podemos denominar de "compresión brusca" ($0 < t \leq 0,1\text{ Ma}$), una segunda de "evolución lenta" ($0,1 < t < 2,3\text{ Ma}$), una de "evolución rápida" ($2,3 < t < 2,5\text{ Ma}$), y una última que denominaremos de "evolución química" ($2,5 < t < 2,6\text{ Ma}$). La duración de cada una de estas etapas dependerá, entre otras cosas, de cuánto sea el factor con el que se comprime el gas tras el paso de la onda de densidad (F). La etapa de compresión brusca está determinada totalmente, como ya se mencionó, por el período durante el cual el gas es comprimido (ecuación [24]). Para comprender mejor qué diferencia físicamente a las etapas de evolución "lenta" y "rápida", hemos graficado en la Figura 5b la función de enfriamiento neto total ($\Lambda - \Gamma$) en función del tiempo. A medida que la presión aumenta, el valor de $\Lambda - \Gamma$ comienza a incrementarse. Esto es debido a que el sistema se aleja de la curva de equilibrio, como puede apreciarse en la Figura 6a, en la que se han graficado tanto la curva de equilibrio (línea continua) como la evolución del gas (línea discontinua) en un diagrama $p/k_B - n$. Mientras más lejos se encuentre el sistema de sus posibles estados de equilibrio, mayor será el valor de $\Lambda - \Gamma$, lo cual es precisamente la causa de que el sistema comience a enfriarse. Claramente, se observan en la Figura 5b dos máximos del enfriamiento neto durante la evolución del sistema. El primer máximo está ubicado exactamente en $0,1\text{ Ma}$ y se corresponde al momento en que el sistema ha alcanzado su valor máximo de presión, a partir de donde el sistema comienza a enfriarse evolucionando hacia la derecha y ligeramente hacia abajo en un diagrama presión contra densidad (Figura 6a). A partir de este instante existen dos momentos relevantes en la evolución: el instante en el que el sistema se ubica en el valor de densidad correspondiente a p_{\max}/k_B y el instante en el que se ubica sobre el punto p_{\min}/k_B . En el primer instante el sistema se encuentra relativamente cerca de la curva

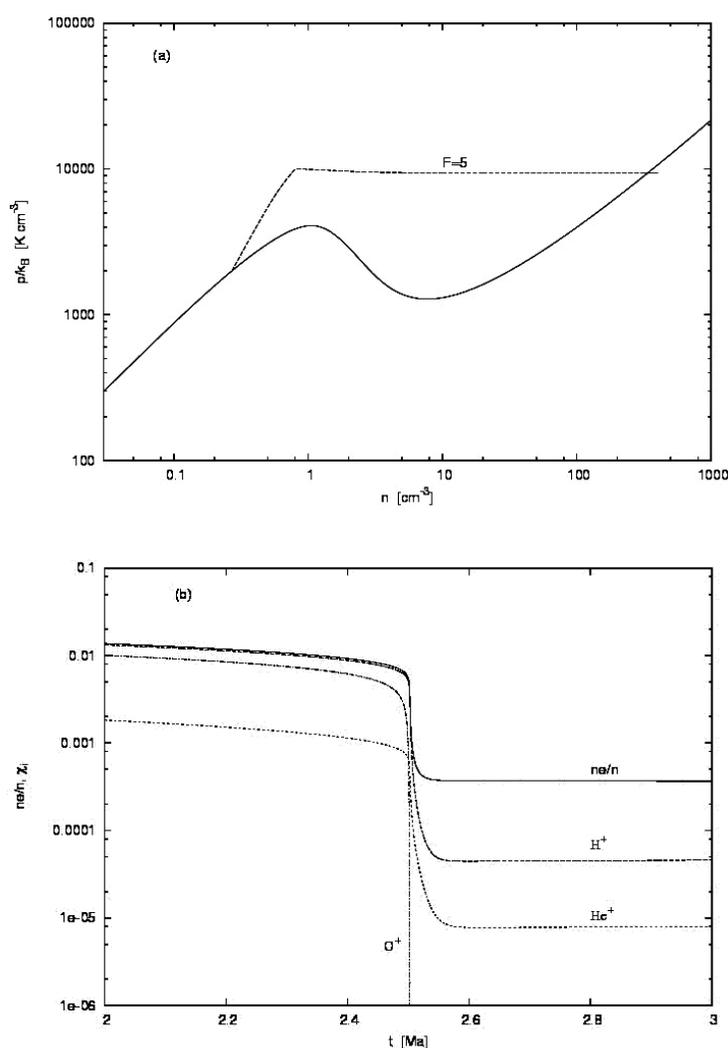


Figura 6. (a) La presión térmica como función de la densidad en el equilibrio termoquímico (línea continua) y durante la evolución del sistema para $F=5$ (línea discontinua). (b) La densidad de electrones libres y las fracciones de ionización del hidrógeno, el helio y el oxígeno como función del tiempo para el caso $F=5$.

de equilibrio y en el segundo se encuentra lejos de la misma (Figura 6a). De modo que la evolución del sistema (después de la etapa de compresión brusca) será tal que al principio evolucionará de manera relativamente lenta, pero posteriormente, cuando el sistema se encuentre en la zona más alejada de la curva de equilibrio, el valor de $\Lambda - \Gamma$ será grande y el proceso de enfriamiento se acelerará. Esto ocurre precisamente en

$2,3 < t < 2,5$ Ma (para $F=5$). En $t \approx 2,5$ Ma se tiene que $\Lambda = \Gamma$ (Figura 5b), pero hemos visto que después de este instante la temperatura y densidad del sistema aún sufren un pequeño “reajuste” durante $\sim 0,1$ Ma. Para entender la causa de esta última etapa evolutiva hemos analizado cómo evolucionan cada una de las especies químicas consideradas en este trabajo. Una forma simplificada de analizar la evolución química es considerar

las fracciones de ionización de cada elemento (χ_i). Todos los elementos comienzan con los valores de χ correspondientes a su estado inicial de equilibrio termoquímico, y a medida que transcurre el tiempo los electrones tienden a recombinarse con las especies ionizadas hasta alcanzar un estado final de relativamente bajo grado de ionización. La Figura 6b muestra las fracciones de ionización de los elementos considerados en este trabajo, y también la fracción de electrones libres (n_e/n) en función del tiempo cerca del instante donde se alcanza la condición $\Lambda = \Gamma$. Para el carbono, el hierro, el silicio, el magnesio y el azufre se tiene que $\chi \cong 1$ durante toda la evolución del sistema, ya que estos elementos tienen potenciales de ionización tales que el campo UV interestelar los mantiene casi completamente ionizados. En cambio, para el hidrógeno, el helio y el oxígeno se puede apreciar la transición hacia los estados de menor ionización. El oxígeno se recombina casi totalmente en $t \cong 2,5$, pero lo que debemos resaltar en esta figura es el hecho de que los tiempos característicos de recombinación del hidrógeno y del helio son tales que cuando el sistema se enfría rápidamente y alcanza la condición $\Lambda = \Gamma$, la recombinación de estos elementos es más lenta y demoran un poco más de tiempo en alcanzar su estado de equilibrio químico. En ésta etapa de "evolución química" se tiene que $\Lambda = \Gamma$ y el segundo término del lado derecho de la ecuación [23] es nulo; sin embargo, algunas especies están aún recombinándose (H^+ y He^+) y la temperatura (y la densidad) aún evolucionan debido al tercer término del lado derecho de la ecuación [23]. Este tipo de comportamiento (denominado en la literatura como "inercia de ionización"), no se presentó en los resultados de Biermann et al. (32) porque ellos consideraron que el sistema estaba en todo momento en equilibrio químico, pero sí se observa en la evolución isobárica del gas pregaláctico estudiado por Rosenzweig et al. (42). El efecto de la inercia de ionización se observa en la Figura 6a como si el sistema "sobrepasara" ligeramente la cur-

va de equilibrio al final de su evolución, y posteriormente "regresara" ubicándose sobre la misma. En cualquier caso, el intervalo de tiempo asociado con la evolución química ($\sim 0,1 Ma$) es corto comparado con el tiempo total de evolución ($\sim 2,5 Ma$); sin embargo, la inercia de ionización puede ser un efecto importante a bajas densidades (12).

Si definimos el tiempo de transición (t_i) como el intervalo de tiempo transcurrido desde que se inicia el aumento de presión hasta el momento en que el sistema ha alcanzado el estado de cuasi-equilibrio térmico (i.e. $\Lambda = \Gamma$), lo cual difiere muy ligeramente del instante en el que se alcanza totalmente el equilibrio termoquímico (i.e., $\Lambda = \Gamma$ y también $X^+ = X^-$), vemos que este tiempo de transición es de $t_i \cong 2,5 Ma$ para el caso en el cual el gas es comprimido hasta una presión de $F = 5$ veces la presión inicial, que equivale a una solución típica en el modelo de choques con dos brazos espirales (17). Una vez en la fase fría (con $T \cong 25 K$ y $n \cong 330 cm^{-3}$) estructuras con masas mayores que la masa de Jeans en esta fase ($M_j \cong 330 M_{SOL}$) colapsarían por efecto de la autogravitación para formar nubes moleculares y posteriormente estrellas. Una estimación del tiempo que tardaría este proceso es el tiempo de caída libre, que en este caso sería $\approx 5 Ma$. Obviamente, esto representa sólo una primera estimación, ya que hay muchos procesos físicos que juegan un papel importante en el proceso de colapso de nubes y que pueden modificar el tiempo de formación estelar (62). Así, en una primera aproximación, el tiempo total desde que el gas comienza a atravesar la onda de choque, hasta que se da el proceso de formación de estrellas, sería $\sim 8 Ma$. Roberts (17) estimó con su modelo que para hacer coincidir las observaciones de las posiciones en los brazos espirales de regiones HI y HII (estas últimas producidas por las estrellas masivas formadas después del choque) era necesario fijar un límite superior de $\sim 30 Ma$ para la formación de estrellas después del paso del gas por el brazo espiral. Nuestra estimación

se encuentra dentro de este límite superior sugerido. La primera determinación observacional de este intervalo de tiempo fue dada por Mathewson, van der Kruit y Brouw (63), quienes estimaron un tiempo para la formación de estrellas de $\sim 6 Ma$ para la galaxia M51, a partir de la diferencia en las posiciones entre los brazos en el radio y los patrones espirales delineados por las regiones HII. Tiempos del orden de $\sim 10 Ma$ fueron obtenidos por Woodward (64) en simulaciones hidrodinámicas (bidimensionales) de un modelo de dos fases del MI sujeto a una onda de densidad espiral. La coincidencia entre los tiempos de condensación y formación estelar observados (por ejemplo en la referencia 63) y los obtenidos en este trabajo no debe entenderse de ninguna manera como evidencia a favor del modelo de ondas de densidad en las galaxias espirales. La presencia o no de ondas de densidad como mecanismo sostenedor de los brazos en las galaxias de disco es aún motivo de debate. Evidencias a favor de la estimulación de la formación estelar por ondas espirales han sido suministradas por varios autores (25, 34); sin embargo, estos trabajos son evidencia de la formación estelar debido a los brazos espirales, y no son evidencia directa de

una onda de densidad como mecanismo detrás de la presencia de brazos espirales. Yano, Chiba y Gouda (65) han establecido a partir del análisis de la cinemática de las estrellas del disco Galáctico que los datos disponibles actualmente son aún demasiado imprecisos como para poder asegurar la presencia de ondas de densidad en la Galaxia, o al menos en la vecindad solar. Otras teorías para explicar la presencia de brazos espirales han sido sugeridas, como la formación estelar autopropagada (66). Este debate está más allá de los objetivos de este trabajo, ya que el aumento de presión a partir del cual se estimula la transición de fase tibia \rightarrow fría, puede ser producido bien sea por una onda de densidad o por cualquier otro agente externo (explosiones de supernova, o incluso fuertes vientos estelares). Lo que sí queda establecido en el presente trabajo es que *si el choque del MI por una onda de densidad espiral es un proceso que dispara la formación de estrellas, entonces los tiempos de transición entre las fases tibia y fría son lo suficientemente cortos para explicar la morfología espiral observada.*

Debemos acotar que el tiempo de transición t_i depende del camino termodinámico

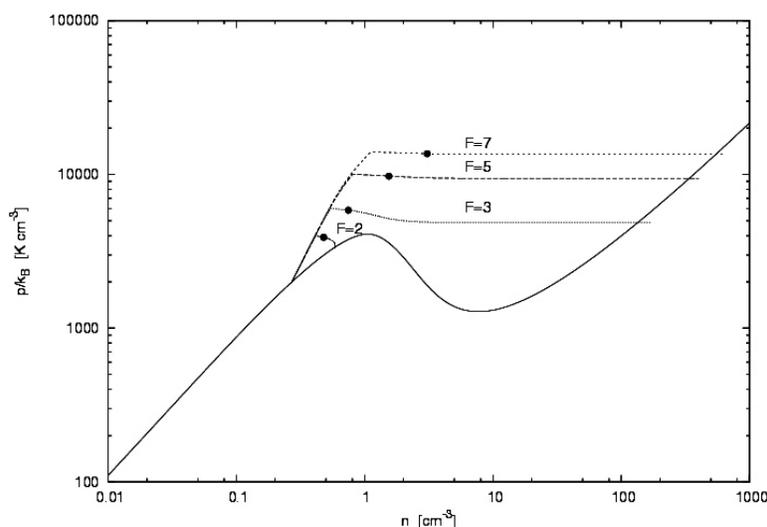


Figura 7. Evolución del sistema para diferentes factores de compresión ($F=2, 3, 5$ y 7). Los círculos negros indican el instante correspondiente a $t=1 Ma$.

que siga el gas durante su evolución. Así, en principio, debe depender no sólo del estado de equilibrio inicial, sino también del factor de compresión F , como ya fue mostrado por Biermann et al. (32). En los modelos de choque espirales (17, 18) la compresión podía ir desde un mínimo de $F = 2$ (necesario para la creación de choques) hasta valores tan altos como $F = 10$ o más. Además, la compresión es una función que depende de la distancia galactocéntrica, pudiendo ir desde $F \cong 2$ a unos 10 Kpc, hasta un máximo en la Galaxia de $F \cong 12$ a unos 5 Kpc, aunque disminuye otra vez más cerca del centro Galáctico (18). La Figura 7 muestra los caminos evolutivos en un diagrama $p / k_B - n$ para cuatro valores de F (2, 3, 5 y 7). Los círculos negros indican el instante $t = 1 Ma$. Podemos notar que la evolución es más rápida a medida que se incrementa F , lo cual era de esperarse ya que a medida que nos alejamos más de la curva de equilibrio, el valor de $\Lambda = \Gamma$ se hace mayor y el sistema se enfría más rápidamente. El caso $F = 2$ muestra que existe una compresión mínima necesaria para que ocurra la transición, por debajo de la cual el gas simplemente regresa a un estado de equilibrio cercano al estado inicial. En el modelo de Biermann et al. (32) este factor

mínimo era de $\cong 1,7$; mientras que, en nuestro trabajo es de $\cong 2,7$. La diferencia obviamente proviene del hecho de que estamos considerando mecanismos físicos (de calentamiento, enfriamiento, ionización y recombinación) muy diferentes. Los tiempos de transición t_t determinados en este trabajo, como una función del factor F (en el rango $2,7 \leq F \leq 10$), se muestran en la Figura 8. Para valores grandes de F (por encima de 8 o más) estos valores coinciden aproximadamente con los obtenidos por Biermann et al. (32): $t_t \sim 1 Ma$. Pero, a pequeños valores, las diferencias se hacen más notorias, hasta obtenerse $t_t \cong 8,5 Ma$ en $F = 3$, en contraste con los $\cong 3 Ma$ obtenidos por Biermann et al. (32). Vemos que para todo valor de F (siempre que ocurra una transición de fase) los tiempos son del orden o menores de $10 Ma$, con lo cual se refuerza el resultado de que los tiempos obtenidos están dentro del rango permitido para explicar la rápida formación de estrellas después del choque producido por la onda espiral.

Las posibles variaciones de presión dentro de la región que se está enfriando han sido despreciadas en este trabajo, es decir, la presión es la misma de punto a punto dentro

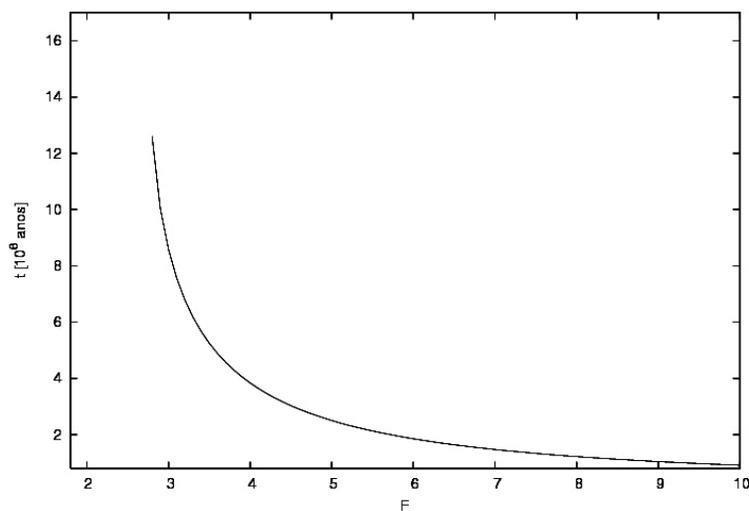


Figura 8. Los tiempos para la transición entre las fases tibia y fría (t_t) como función del factor de compresión del gas (F).

de dicha región. Esto significa que el modelo desarrollado aquí es válido siempre y cuando el tiempo de ajuste dinámico del medio (t_d) sea menor que el tiempo de transición (t_t). El tiempo dinámico para una región de tamaño R puede estimarse como $t_d = R/c$, donde c es la velocidad del sonido del medio tibio que va a enfriarse, lo cual hemos estimado en $c \approx 10 \text{ km s}^{-1}$ para las condiciones aquí estudiadas. Así, podemos hacer un cálculo estimado del tamaño máximo de la región donde nuestro estudio tiene validez, lo cual resulta en $\tilde{R}_{\text{max}} \approx 10\tilde{t}_t$, donde \tilde{R}_{max} y \tilde{t}_t están expresados en parsecs y mega-años, respectivamente. Para el caso $\tilde{t}_t \approx 2.5$ que se estudió en detalle se tiene $\tilde{R}_{\text{max}} \approx 25$, y en regiones más grandes que ésta tendrían que empezar a considerarse también efectos dinámicos. Pero el tiempo de transición depende de F , y para valores menores de F el requisito de evolución lenta ($t_t > t_d$) se satisface en regiones más grandes. Vimos antes que las transiciones siempre ocurren, aproximadamente, en el rango $t_t \approx 1 - 10 \text{ Ma}$ por lo que el tamaño crítico de validez de nuestros resultados está en el rango entre $\sim 10 - 100 \text{ pc}$, que asumiendo $n \approx 0.3 \text{ cm}^{-3}$ daría masas en el rango $\sim 30 - 3 \times 10^4$ masas solares, es decir, entre glóbulos de Bok y pequeñas nubes moleculares, dependiendo del factor de compresión.

4. Conclusiones

En el presente trabajo se estudió el equilibrio termoquímico y las transiciones en el Medio Interestelar (MI). Los principales resultados obtenidos se resumen a continuación:

Si la presión del medio está comprendida entre una presión mínima (P_{min}) y una máxima (p_{max}) entonces pueden coexistir dos fases en equilibrio, una tibia ($T \sim 10^4 \text{ K}$) y una fría ($T \sim 10^2 \text{ K}$). Con los procesos físicos y químicos considerados se obtuvo que $p_{\text{min}} / k_B \approx 1280 \text{ K cm}^{-3}$ y $p_{\text{max}} / k_B \approx 4080 \text{ K cm}^{-3}$. Si la presión del

medio está por encima de p_{max} sólo puede existir la fase fría, y si está por debajo de p_{min} , sólo la fase tibia.

Un incremento (o disminución) en el campo de radiación UV tiende a estimular la evaporación (o condensación) de nubes en el Medio Interestelar. En cambio, variaciones en la tasa de ionización por rayos cósmicos tienen sólo un ligero efecto sobre la curva de equilibrio termoquímico.

Un aumento de la presión del gas, en un factor de F veces la presión inicial, puede producir una transición desde la fase tibia hacia la fría. Para presiones típicas de la Galaxia, la compresión mínima necesaria para que ocurra la transición es $F = 2.7$, para valores menores de F el sistema evoluciona hacia un estado de equilibrio cercano al estado inicial.

Los tiempos de transición necesarios para la condensación de nubes disminuyen, a medida que aumenta F . Para $F = 5$ la transición ocurre en $\sim 2.5 \times 10^6$ años, de modo que las estrellas se formarían en $\sim 8 \times 10^6$ años después del paso del brazo espiral de una galaxia. Estos tiempos son consistentes con los datos observacionales que se tienen sobre la formación estelar debido a los brazos de galaxias espirales.

Agradecimientos

Los autores estamos sumamente agradecidos a los árbitros por sus útiles comentarios y críticas. Queremos agradecer también algunos comentarios y sugerencias hechos por Patricia Rosenzweig (Universidad de Los Andes). Este proyecto ha sido parcialmente financiado por el CONDES (Universidad del Zulia) y por el FONACIT (Venezuela). Uno de los autores (N.S.) quiere agradecer el financiamiento del Ministerio de Educación y Ciencia (España).

Referencias Bibliográficas

1. TIELENS A.G.G.M. En **Airborne Astronomy Symposium on the Galactic Ecosys-**

- tem: From Gas to Stars to Dust**, eds. M.R. Haas, J.A. Davidson, E.F. Erickson (San Francisco: ASP): 3, 1995.
2. KULKARNI S.R., HEILES C. En **Interstellar Processes**, eds. D.J. Hollenbach, H.A. Thronson (Dordrecht: Reidel): 87, 1987.
 3. KULKARNI S.R., HEILES C. En **Galactic and Extragalactic Radioastronomy**, eds. K.I. Kellermann, G.L. Verschuur (New York: Springer): 95, 1988.
 4. ZUCKERMAN B., PALMER P. **Ann Rev Astron Astrophys** 12: 279, 1974.
 5. FIELD G.B., GOLDSMITH D., HABING H.J. **Astrophys J** 155: L149, 1969.
 6. BLACK J.H., VAN DISHOECK E.F., WILLNER S.P., WOODS R.C. **Astrophys J** 358: 459, 1990.
 7. MCKEE C.F., OSTRICKER J. **Astrophys J** 218: 148, 1977.
 8. COX D.P., REYNOLDS R.J. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 25: 303, 1987.
 9. ELMEGREEN B.G. En **The Physics and Chemistry of the Interstellar Medium**, eds. G. Winnewisser, J. Stutzki, V. Ossenkopf (Aachen: Shaker-Verlag), 1999.
 10. SHULL J.M., WOODS D.T. **Astrophys J** 23: 25, 1985.
 11. PARRAVANO A. **Astron Astrophys** 172: 280, 1987.
 12. PARRAVANO A., PECH C. **Astron Astrophys** 327: 1262, 1997.
 13. SANCHEZ N.M., ANEZ N.Y. **Astron Astrophys** 354: 1123, 2000.
 14. SCIAMA D.W. **Astrophys J** 364: 549, 1990.
 15. WOLFIRE M.G., HOLLENBACH D., MCKEE C.F., TIELENS A.G.G.M., BAKES E.L.O. **Astrophys J** 443: 152, 1995.
 16. BAKES E.L.O., TIELENS A.G.G.M. **Astrophys J** 427: 822, 1994.
 17. ROBERTS W.W. **Astrophys J** 158: 123, 1969.
 18. SHU F.H., MILIONE V., ROBERTS W. **Astrophys J** 183: 819, 1973.
 19. TOSA M. **Pub Astr Soc Pac** 25: 191, 1973.
 20. NELSON A., MATSUDA T. **Mon Not Roy Astr Soc** 179: 663, 1977.
 21. SHU F.H., MILIONE V., GEBEL W., YUAN C., GOLDSMITH D., ROBERTS W. **Astrophys J** 173: 557, 1972.
 22. LORD S., YOUNG J. **Astrophys J** 356: 135, 1990.
 23. CEPA J., BECKMAN J. **Astrophys J** 349: 497, 1990.
 24. KNAPEN J., CEPA J., VAN DER HULST J., RAND R. **Astrophys J** 385: 137, 1992.
 25. SEIGAR M., JAMES P. **Mon Not Roy Astr Soc** 337: 1113, 2002.
 26. OPHERR., VALIO A. **Rev Mex Astr Astrofis** 21: 314, 1990.
 27. CARILLI C., DWARAKANATH K., GOSS W. **Astrophys J** 502: 79, 1998.
 28. DWARAKANATH K., CARILLI C., GOSS W. **Astrophys J** 567: 490, 2002.
 29. HEILES C., TROLAND T. **Astrophys J** 586: 1067, 2003.
 30. HEILES C., TROLAND T. **Astrophys J Supp** 145: 329, 2003.
 31. KANEKAR N., RAVI S., JAYARAM N., VICKY S. **Mon Not Roy Astr Soc** 346: 57, 2003.
 32. BIERMANN P., KIPPENHAHN R., TSCHARNUTER W., YORKE H. **Astron Astrophys** 19: 113, 1972.
 33. BLACK J.H. En **Interstellar Processes**, eds. D.J. Hollenbach, H.A. Thronson (Dordrecht: Reidel): 731, 1987.
 34. KAUFMAN M. **Astrophys J** 232: 717, 1979.
 35. HENNEBELLE P., PERAULT M. **Astron Astrophys** 351: 309, 1999.
 36. NORMAN C., SILK J. **Astrophys J** 238: 158, 1980.

37. KORNRIECH P., SCALO J. *Astrophys J* 531: 366, 2000.
38. RICHARD D., ZAHN J. *Astron Astrophys* 347: 734, 1999.
39. KRITSUK A., NORMAN M. *Astrophys J* 569: 51, 2002.
40. KRITSUK A., NORMAN M. *Astrophys J* 580: 127, 2002.
41. PARRAVANO A., HOLLENBACH D., MCKEE C. *Astrophys J* 584: 797, 2003.
42. ROSENZWEIG P., PARRAVANO A., IBANEZ M.H., IZOTOV Y.I. *Astrophys J* 432: 485, 1994.
43. SPITZER L.Jr. *Physical Processes in the Interstellar Medium* (New York: Wiley), 1978.
44. HOLLENBACH D.J., MCKEE C.F. *Astrophys J* 342: 306, 1989.
45. JURA M. *Astrophys J* 204: 12, 1976.
46. DE JONG T. *Astron Astrophys* 55: 137, 1977.
47. DRAINE B.T. *Astrophys J Supp* 36: 595, 1978.
48. ALLAMANDOLA L.J., TIELENS A.G.G.M., BARKER J.R. *Astrophys J* 71: 733, 1989.
49. LEPP S., DALGARNO A. *Astrophys J* 335: 769, 1988.
50. HOLLENBACH D.J. En *The evolution of the interstellar medium*, ed. L. Blitz (San Francisco: ASP): 167, 1990.
51. SPITZER L., TOMASKO M. *Astrophys J* 152: 971, 1968.
52. WEBBER W.R. *Astrophys J* 506: 329, 1998.
53. HOLLENBACH D.J., MCKEE C.F. *Astrophys J* 41: 555, 1979.
54. WOLFIRE M.G., KONIGL A. *Astrophys J* 383: 205, 1991.
55. PRESS W.H., VETTERLING W.T., FLANNEY B.P. *Numerical Recipes in FORTRAN* (Cambridge: Cambridge University Press), 1992.
56. SCHMUTZLER T., TSCHARNUTER W.M. *Astron Astrophys* 273: 318, 1993.
57. MCKEE C.F. En *The Physics of the Interstellar Medium*, eds. A. Ferrara, C.F. McKee, C. Heiles, P.R. Shapiro (San Francisco: ASP): 292, 1995.
58. FIELD G.B. *Astrophys J* 142: 531, 1965.
59. JENKINS E.B., JURA M., LOEWENSTEIN M. *Astrophys J* 270: 88, 1983.
60. PARRAVANO A. *Astron Astrophys* 205: 71, 1988.
61. PARRAVANO A. *Astrophys J* 347: 812, 1989.
62. SHU F.H., ADAMS F.C., LIZANO S. *Ann Rev Astron Astrophys*. 25: 23, 1987.
63. MATHEWSON D.S., VAN DER KRUIT P.C., BROUW W.N. *Astron Astrophys* 17: 468, 1972.
64. WOODWARD P.R. *Astrophys J* 207: 484, 1976.
65. YANO T., CHIBA M., GOUDA N. *Astron Astrophys* 389: 143, 2002.
66. GEROLA H., SEIDEN P. *Astrophys J* 223: 129, 1978.
67. VAN STEENBERG M., SHULL J. *Astrophys J* 335: 197, 1988.
68. KOYAMA H., INUTSUKA S.I. *Astrophys J* 532: 980, 2000.