

## Propagación de ondas sonoras y térmicas en nubes moleculares difusas

*Néstor M. Sánchez D.*

*Departamento de Física, Facultad Experimental de Ciencias, Universidad del Zulia,  
Maracaibo, Venezuela*

Recibido: 22-06-94 Aceptado: 26-01-95

### Resumen

Se calculan la velocidad de fase y la escala longitudinal para el amortiguamiento de las ondas sonoras y térmicas que se propagan en una nube molecular difusa, como funciones de la frecuencia de la onda. Se supone que la nube está siendo calentada por rayos cósmicos y por fotoelectrones de los granos de polvo, que se está enfriando a una tasa  $\sim \exp(-\alpha/T)$ , y que la difusión de calor es por partículas neutras. Los resultados muestran que las ondas sonoras y térmicas siempre se amortiguan, independientemente de la temperatura de la nube.

**Palabras claves:** Hidrodinámica; nubes moleculares difusas.

## Propagation of sound and thermal waves in diffuse molecular clouds

### Abstract

The phase velocity and the scale length for the damping of sound and thermal waves propagating in a diffuse molecular cloud are calculated as functions of the frequency of the driven wave. The cloud is assumed to be heated by cosmic rays and grain photoelectron heating, cooled by a schematized cooling rate  $\sim \exp(-\alpha/T)$ , and with a heat diffusion by neutral particles. The results show that the sound and thermal waves become always damped, independently of the cloud temperature.

**Key words:** Diffuse molecular clouds; hydrodynamics.

### Introducción

El estudio de la estabilidad de un fluido puede ser llevado a cabo analizando la evolución temporal (estabilidad local) o la evolución espacial (propagación de ondas) de perturbaciones impuestas sobre el mismo. Ambos métodos han sido utilizados ampliamente por diversos autores desde los trabajos fundamentales de Landau y Lifshitz (1) y Field (2), considerándose distintos procesos físicos y aplicándose a diversas situaciones de interés en Astrofísica.

Ibáñez (3) estudió el problema de la propagación de ondas sonoras y térmicas en un plasma que se estaba calentando o enfriando por procesos no especificados. En otro trabajo (4), Ibáñez y Sánchez estudiaron la propagación de ondas en un plasma que estaba siendo enfriado radiativamente, considerando cinco mecanismos diferentes de calentamiento, y aplicaron los resultados a la cromósfera, la región de transición y la corona del Sol. En este trabajo se aplican los resultados generales obtenidos por Ibáñez (3) a nubes moleculares difusas que están siendo calentadas por rayos cósmicos

y por fotoelectrones de granos de polvo, y enfriadas a una tasa  $\sim \exp(-\alpha/T)$ . El correspondiente estudio de estabilidad local fue realizado por Graziani y Black (5), pero ellos no consideraron el problema de la propagación de ondas en su trabajo.

### Ecuaciones Básicas

Un gas ideal, con una razón de calores específicos  $\gamma$  y peso molecular medio  $\mu$ , está gobernado por las ecuaciones hidrodinámicas

$$\frac{dp}{dt} + \rho \nabla \cdot v = 0, \quad [1]$$

$$\rho \frac{dv}{dt} + \nabla p = 0, \quad [2]$$

$$p = \frac{R}{\mu} \rho T, \quad [3]$$

$$\frac{R}{\mu(\gamma-1)} \frac{dT}{dt} - \frac{p}{\rho^2} \frac{d\rho}{dt} + L(\rho, T) - \frac{1}{\rho} \nabla \cdot (\kappa \nabla T) = 0 \quad [4]$$

donde  $\rho$ ,  $v$ ,  $p$ ,  $T$ ,  $R$ , y  $\kappa$  son la densidad, velocidad, presión, temperatura, constante de los gases, y coeficiente de conductividad térmica, respectivamente;  $L(\rho, T)$  es la función de enfriamiento neto por unidad de masa y de tiempo. Si denotamos por  $\Lambda(\rho, T)$  la tasa de enfriamiento y  $\Gamma(\rho, T)$  la tasa de calentamiento por unidad de volumen, entonces

$$\rho L(\rho, T) = \Lambda(\rho, T) - \Gamma(\rho, T), \quad [5]$$

y, en el equilibrio térmico,  $L(\rho, T) = 0$ .

Suponiendo un fluido inicialmente en reposo y en un estado de equilibrio termodinámico caracterizado por valores en equilibrio  $\rho$ ,  $T$  (y  $p$ ), e imponiendo perturbaciones de la forma

$$\sim \exp[i(kx - \omega t)], \quad [6]$$

siendo  $\omega$  la frecuencia y  $k$  el número de onda de la perturbación, uno obtiene la relación de dispersión (3)

$$\tilde{k}^4 - \tilde{k}^2[(\gamma\zeta - \gamma^{-1}\varepsilon\beta) + i] + (\beta + i)\zeta = 0 \quad [7]$$

donde

$$\tilde{k}^2 = \frac{\chi}{\omega} k^2, \quad \zeta = \frac{\omega\chi}{c_s^2}$$

$$\beta = -\frac{(\gamma-1)\chi L_T}{\omega c_T^2}, \quad \varepsilon = 1 - \frac{\rho L_p}{\chi L_T}, \quad [8]$$

y donde  $\chi$  es la conductividad termométrica, definida por  $\chi = \kappa/\rho c_p$ , siendo  $c_p$  el calor específico a presión constante;  $c_s$  y  $c_T$  son las velocidades isentrópica e isotérmica del sonido, respectivamente;  $L_p \equiv \partial L/\partial \rho$  y  $L_T \equiv \partial L/\partial T$ .

La ecuación [7] posee cuatro raíces: dos corresponden a ondas sonoras y dos a ondas térmicas que viajan en sentidos opuestos. Estas raíces son, en general, números complejos de la forma

$$\tilde{k}_a = \tilde{k}_{a1} + i\tilde{k}_{a2}, \quad a = s, t, \quad [9]$$

refiriéndose los subíndices  $s$  y  $t$  a las ondas sonoras y térmicas, respectivamente. Luego, podemos definir una longitud característica para el amortiguamiento (o amplificación) de las ondas sonoras y térmicas como

$$\tilde{l}_a \equiv \frac{l_a}{\lambda_a} = \frac{1}{2\pi} \frac{\tilde{k}_{a1}}{\tilde{k}_{a2}}, \quad a = s, t, \quad [10]$$

donde  $\lambda_a = 2\pi/\kappa_{a1}$  es la correspondiente longitud de onda. También, la velocidad de fase de la onda, normalizada a la velocidad isentrópica del sonido, estará dada por

$$\tilde{v}_a \equiv \frac{v_a}{c_s} = \frac{1}{2\pi} \frac{\zeta^{1/2}}{\tilde{k}_{a1}}, \quad a = s, t. \quad [11]$$

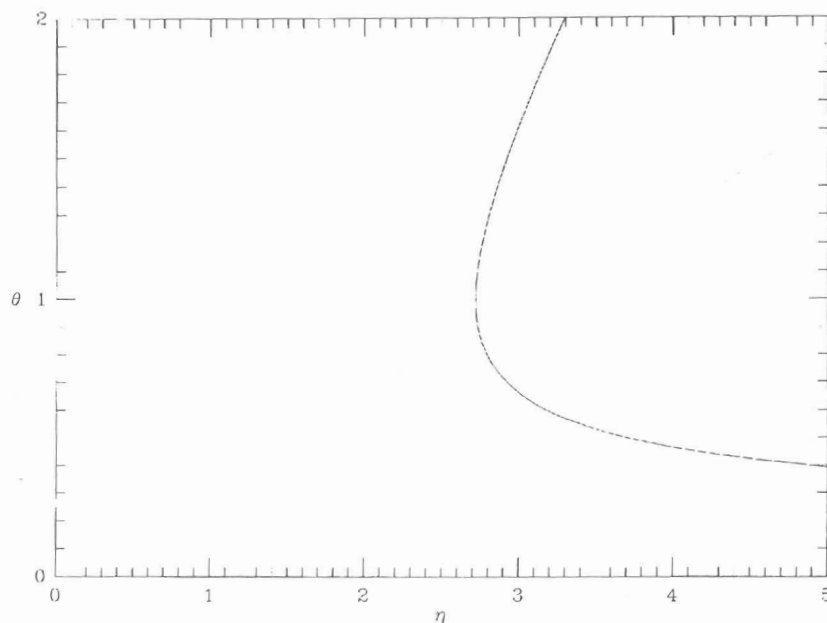


Figura 1: La temperatura  $\theta$  como función del parámetro  $\eta$  en el equilibrio térmico, para una estructura cuyo enfriamiento es expresable en la forma de la ecuación [14].

Por otro lado, representaremos la función de enfriamiento en la forma (5-7)

$$\Lambda = A \rho^2 e^{-\alpha/T} \quad [12]$$

donde  $A \approx 1.8 \cdot 10^{21}$  y  $\alpha \approx 110K$ . Además, supondremos que el calentamiento es debido principalmente a rayos cósmicos y a fotoelectrones de granos, i.e., (7-10)

$$\Gamma = B\rho, \quad [13]$$

donde  $B \approx 7.2 \cdot 10^{-2}$ . Estas formas funcionales para las tasas de enfriamiento y calentamiento caracterizan, en una primera aproximación, a nubes moleculares difusas con temperaturas del orden de  $10^2 K$  y densidades del orden de  $10^2$  átomos de hidrógeno por  $cm^3$ , las cuales son precursoras de nubes moleculares más densas (6). Luego, podemos escribir la función de enfriamiento neto  $L$ , ecuación [5], en la forma

$$L = A \rho e^{-\alpha/T} - B \quad [14]$$

Si hacemos  $\theta \equiv T/\alpha$ , y  $\eta \equiv (\mu A/\alpha RB)p$ , la condición de equilibrio térmico puede ser escrita en la forma

$$\theta e^{1/\theta} = \eta, \quad [15]$$

cuyas soluciones han sido graficadas en la Figura 1. Puede notarse que la ecuación [15] tiene soluciones solamente para  $\eta \geq e$ . De hecho, para  $\eta > e$  hay dos raíces para  $\theta$ , una menor que uno ( $T < \alpha$ ) y otra mayor que uno ( $T > \alpha$ ); es decir, para  $\eta > e$  existen dos estados de equilibrio diferentes, uno de baja y otro de alta temperatura. Para el estado de baja temperatura, pasar a un estado cercano de mayor temperatura equivale a pasar a un estado de menor presión. Para  $\eta = e$ , existe un solo estado de equilibrio en  $T = \alpha$ . Pero más interesante aún es el hecho de que la ecuación [15] no tiene soluciones para  $\eta < e$ , y este valor límite de  $\eta$  nos da el valor mínimo de la presión por debajo de la cual la nube molecular no puede existir en equilibrio térmico:  $(p/k_B)_{\min} \approx 6 \cdot 10^3 K \cdot cm^{-3}$  (7),

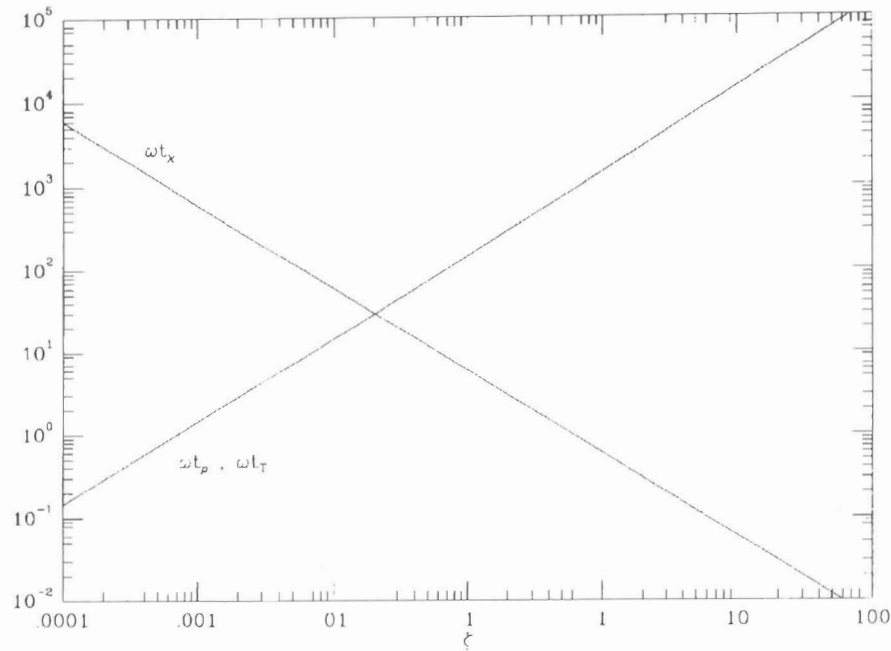


Figura 2: Los tiempos de relajación  $t_\chi$ ,  $t_T$ ,  $t_p$  como función de la frecuencia adimensional  $\zeta$ , para  $T = \alpha$ .

donde  $\kappa_B$  denota la constante de Boltzmann. En este trabajo estamos tratando con nubes para las cuales  $(p/\kappa_B) \approx 10^4 \text{ K} \cdot \text{cm}^{-3}$ .

Bajo el rango de densidades y temperaturas considerado, la difusión de calor es, básicamente, por partículas neutras. Entonces, el coeficiente de conducción térmica puede expresarse en la forma (11)

$$\kappa = \kappa_0 T^{1/2} \quad [16]$$

con  $\kappa_0 = 2.5 \cdot 10^3$ .

## Resultados y Discusión

Un gas ideal, térmicamente conductor, con una función de enfriamiento neto definida, tiene tres tiempos característicos: un tiempo característico de conducción térmica  $t_\chi$  y los tiempos de relajación para el calentamiento (o enfriamiento)  $t_T$  y  $t_p$ ; los cuales están relacionados con los paráme-

tros adimensionales  $\zeta$ ,  $\beta$ , y  $\epsilon$  por las ecuaciones (3)

$$\omega t_\chi = \frac{1}{\gamma \zeta}, \quad \omega t_T = \frac{1}{|\beta|}, \quad \omega t_p = \frac{1}{|1 - \epsilon||\beta|}. \quad [17]$$

En la Figura 2 hemos graficado estos tiempos en función de  $\zeta$  para  $T = \alpha$ . Para este ejemplo en particular se tiene que  $\epsilon = 0$ , de donde  $t_T = t_p = 1/|\omega\beta|$ . Puede verse que, para grandes valores de  $\zeta$ , la conducción térmica domina el transporte de calor ( $t_\chi < t_T = t_p$ ); mientras que cuando  $\zeta \ll 1$ , el calentamiento (o enfriamiento) se hace más importante que la conducción térmica ( $t_\chi > t_T = t_p$ ).

En general, la condición para la amplificación de ondas sonoras ( $\tilde{\kappa}_{s2} < 0$ ) en algún rango de frecuencias es (3)

$$0 < \frac{\beta(\gamma - \epsilon)}{\gamma(\gamma - 1)}, \quad [18]$$

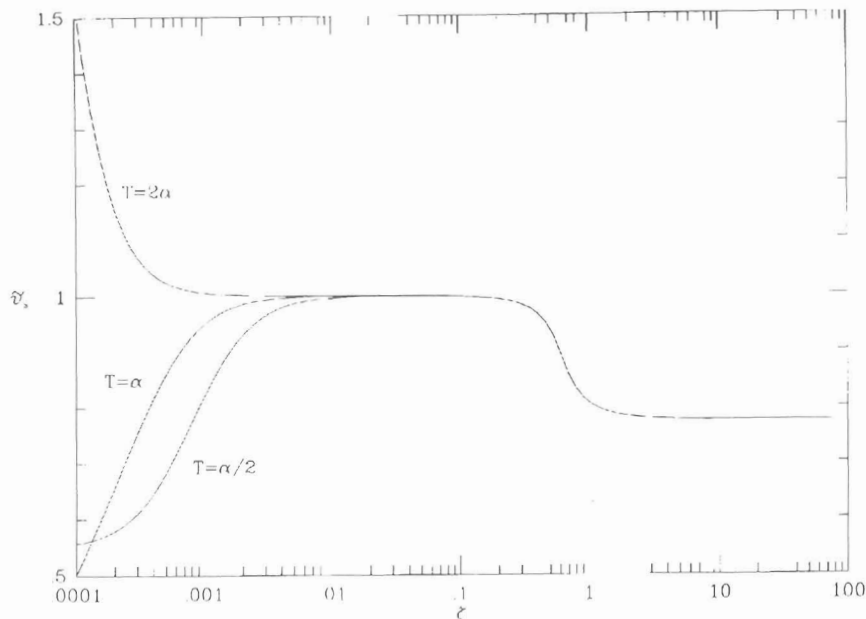


Figura 3: La velocidad de fase adimensional  $\tilde{v}_s$  de la onda sonora como función de  $\zeta$ , para las tres temperaturas indicadas.

que, para la función de enfriamiento neto bajo consideración, ecuación [14], queda de la forma

$$\frac{T}{\alpha} < 1 - \gamma. \tag{19}$$

Debido a que solamente se están considerando gases con  $\gamma > 1$ , podemos concluir que la relación [19] nunca se satisface, i.e., las ondas sonoras siempre se amortiguan para los mecanismos de calentamiento y enfriamiento considerados. Igualmente, las ondas térmicas son amortiguadas siempre ( $\tilde{k}_{t2} > 0$ ), como debería ser, a causa del papel estabilizador de la conducción térmica.

Para las temperaturas  $T = \alpha/2$ ,  $T = \alpha$  y  $T = 2\alpha$ , las velocidades de fase  $\tilde{v}_s$ ,  $\tilde{v}_t$ , y las longitudes características  $\tilde{l}_s$  y  $\tilde{l}_t$  de las ondas acústicas y térmicas han sido graficadas en las Figuras 3, 5, 4 y 6, respectivamente.

Puede verse en la Figura 3 que, para grandes valores de  $\zeta$ , las ondas se propagan con la velocidad isotérmica del sonido, i.e.,  $\tilde{v}_s = c_T/c_s = 1/\sqrt{\gamma} \approx 0.776$ . Esto es debido a que cuando  $\zeta \gg 1$ , entonces  $\omega t_\chi \ll 1$  (ver Figura 2), de aquí que el fluido se comporte de manera isotérmica. Al decrecer  $\zeta$ , el fluido cambia de un régimen isotérmico a adiabático en  $\zeta = 1/\gamma$ , como puede deducirse de la primera de las ecuaciones [17]; por ello la onda se propaga con la velocidad isentrópica del sonido ( $\tilde{v}_s = 1$ ) para  $\zeta < 1/\gamma$  (Figura 3). Sin embargo, cuando  $\zeta \leq \zeta_0$ , siendo  $\zeta_0$  el valor de  $\zeta$  donde  $t_\chi \approx t_p$  (si  $t_p < t_T$ ) o donde  $t_\chi \approx t_T$  (si  $t_T < t_p$ ), la velocidad de la onda sonora comienza a alejarse del valor isentrópico.

De la Figura 4 vemos que las ondas sonoras son débilmente amortiguadas ( $\tilde{l}_s$  grande) para  $\zeta$  grandes, aumentando el amortiguamiento (disminuyendo  $\tilde{l}_s$ ) a medida  $\zeta$  disminuye. El amortiguamiento se hace

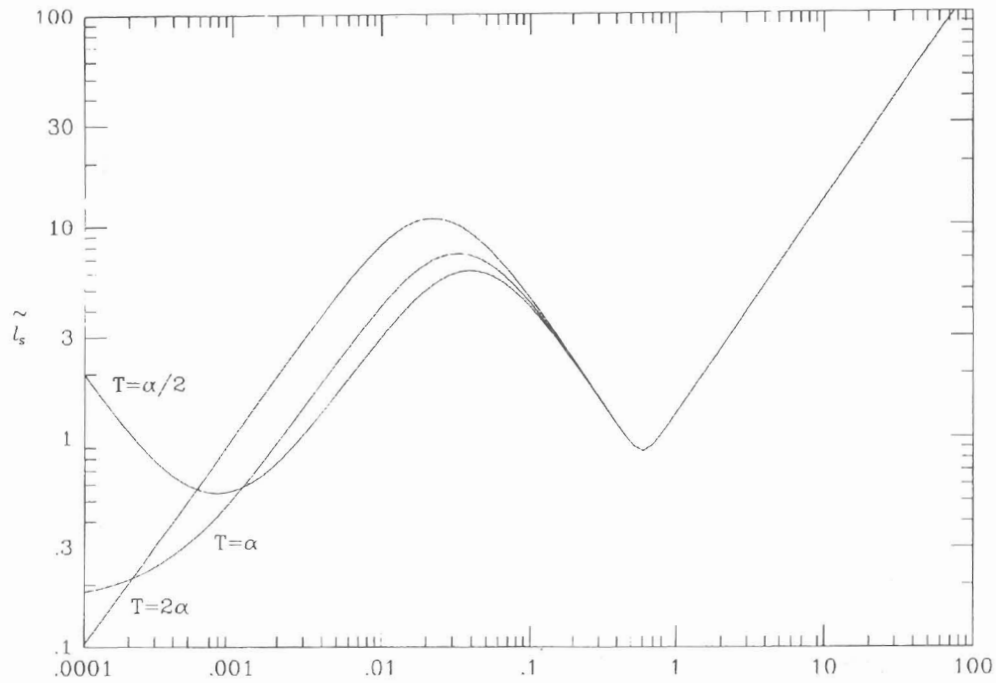


Figura 4: La escala espacial de amortiguamiento  $\tilde{l}_s$  de la onda sonora como función de  $\zeta$ , para las tres temperaturas indicadas.

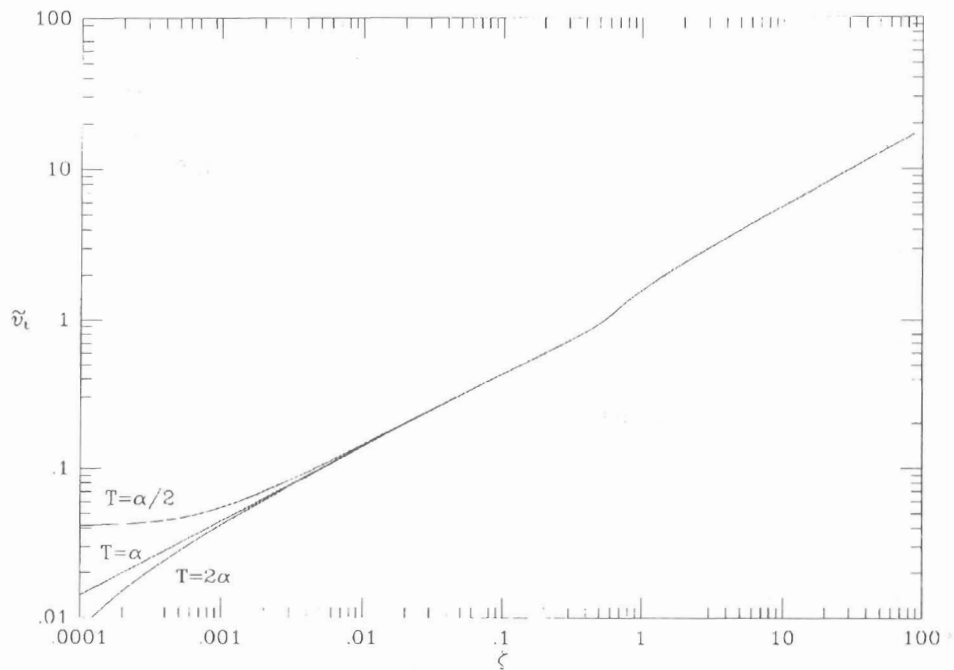


Figura 5: La velocidad de fase adimensional  $\tilde{v}_t$  de la onda térmica como función de  $\zeta$ , para las tres

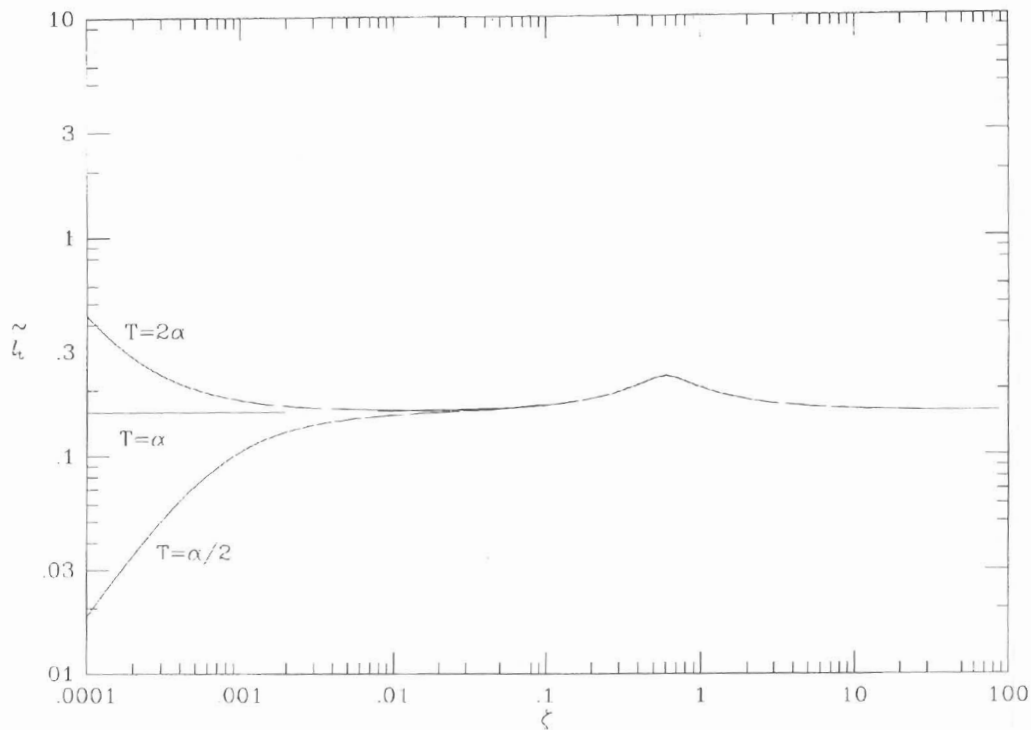


Figura 6: La escala espacial de amortiguamiento  $\tilde{t}_t$  de la onda térmica como función de  $\zeta$ , para las tres temperaturas indicadas.

máximo ( $\tilde{t}_s$  mínimo) en  $\zeta = 1/\gamma$ , para volver a decrecer (aumentar  $\tilde{t}_s$ ) a medida que  $\zeta$  disminuye aún más. Es interesante notar que el máximo amortiguamiento ocurre en el valor de  $\zeta$  donde el régimen cambia de isotérmico a isentrópico ( $\zeta = 1/\gamma$ ), resultado éste que ya había sido encontrado por otros autores (3,4,12). Para  $\zeta < 1/\gamma$ , las ondas sonoras muestran un mínimo local ( $\tilde{t}_s$  máximo) aproximadamente en  $\zeta = \zeta_0$ , donde el calentamiento (o enfriamiento) comienza a ser el mecanismo dominante en el transporte de calor. Si  $\zeta$  sigue disminuyendo,  $\tilde{t}_s$  puede presentar otro mínimo local para después volver a crecer (como en la curva para  $T = \alpha/2$  de la Figura 4) o se puede alcanzar un amortiguamiento muy fuerte ( $\tilde{t}_s \ll 1$ ) para  $\zeta \ll 1$  (tal es el caso cuando  $T = 2\alpha$ ). En esta última situación se tiene que, para frecuencias pequeñas, las ondas se amorti-

guan *in situ*, y no hay propagación de ondas sonoras.

Las ondas térmicas muestran su comportamiento usual (3,4,12). La velocidad de fase es una función creciente de la frecuencia (véase la Figura 5). Esto debía de ser así, puesto que a medida que  $\zeta$  crece,  $\omega t_\chi$  decrece (Figura 2), es decir, el transporte de calor por conducción térmica se va haciendo cada vez más eficiente ( $\tilde{v}_t$  aumenta). La escala espacial de amortiguamiento de las ondas térmicas se muestra en la Figura 6, donde se puede notar que el amortiguamiento presenta el mínimo típico ( $\tilde{t}_t$  máximo) en  $\zeta = 1/\gamma$ . Para el caso  $T = \alpha/2$ , puede verse que no hay propagación de ondas térmicas de baja frecuencia, i.e.,  $\tilde{t}_t \ll 1$  cuando  $\zeta \ll 1$ .

## Conclusiones

En resumen, se calcularon las velocidades de fase y las escalas espaciales de amortiguamiento de las ondas sonoras y térmicas que se propagan en una nube molecular difusa, como función de la frecuencia adimensional  $\zeta$ , i.e., la razón entre el período ( $1/\omega$ ) de la fluctuación y el tiempo de relajación por conducción térmica  $t_\chi$ . Los resultados se muestran en las Figuras 3-6.

Se encontró que las ondas sonoras y térmicas se amortiguan para todos los valores de  $\zeta$ , independientemente de la temperatura de la nube interestelar. Para  $\zeta > 1/\gamma$ , las ondas sonoras se comportan como ondas isotérmicamente amortiguadas, alcanzando el amortiguamiento un máximo en  $\zeta = 1/\gamma$ , donde el régimen cambia de isotérmico a isentrópico. Para  $\zeta < 1$  el amortiguamiento puede, dependiendo de la temperatura de la nube, crecer o decrecer a medida que  $\zeta$  disminuye. Las ondas térmicas muestran su comportamiento típico, i.e., siempre se amortiguan, presentando el amortiguamiento un mínimo en  $\zeta = 1/\gamma$ , y la velocidad de fase es una función creciente de la frecuencia.

## Agradecimiento

Este trabajo fue financiado parcialmente por el Consejo de Desarrollo Científico y Humanístico de la Universidad del Zulia (CONDES) a través del proyecto 1153-93. El autor está agradecido al Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Tecnológicas (CONICIT) por el proyecto F-139, y a Ingrid Inciarte por la colaboración prestada en la elaboración de las figuras.

## Referencias Bibliográficas

1. LANDAU L.D., LIFSHITZ E.M.: **Fluid Mechanics**. Pergamon, London (UK), 1959.
2. FIELD G.B.: Thermal Instability. **Ap J** 142(2):531-566, 1965.
3. IBAÑEZ M.H.: Sound and thermal waves in a fluid with an arbitrary heat-loss function. **Ap J** 290(1):33-46, 1985.
4. IBAÑEZ M.H., SANCHEZ N.M.: Propagation of sound and thermal waves in a plasma with solar abundances. **Ap J** 396(2):717-724, 1992.
5. GRAZIANI F.R., BLACK D.C.: Thermal instabilities in diffuse molecular clouds: formation of molecular cloud cores. **Astro Lett and Communications** 25:235-245, 1987.
6. TARAFDAR S.P., PRASAD S.S., HUNTER W.T.Jr., VILLERE K.R., BLACK D.C.: Chemistry in dynamically evolving clouds. **Ap J** 289(1):220-237, 1985.
7. IBAÑEZ M.H., PARRAVANO A.: On the thermal structure and stability of configurations with heat diffusion and a gain-loss function. III: Molecular clouds. **Ap J** 424(2):763-771, 1994.
8. SPITZER L.: **Physical Processes in the Interstellar Medium**. John Wiley & Sons. New York (USA), 1978, pp. 142-148.
9. GEROLA H., GLASSGOLD A.E.: Molecular evolution of contracting clouds: basic methods and initial results. **Ap J Suppl** 37(1):1-25, 1978.
10. DE JONG T., DALGARNO A., BOLAND W.: Hydrostatic models of molecular clouds. **Astron Astrophys** 91:68-84, 1980.
11. PARKER E.N.: Instability of thermal fields. **Ap J** 117:431-436, 1953.
12. MIHALAS D., MIHALAS B.W.: **Foundations of Radiation Hydrodynamics**, Oxford University Press, New York (USA), 1984.