

Bloques incompletos en los diseños de superficie de respuesta compuestos de Box y sus aplicaciones agronómicas

W. Gonzalez, F. Chacín, J. García, M. Ascanio y M. Cobo

Facultad de Agronomía, Universidad Central de Venezuela. Apartado Postal 4579, Maracay 2101, Estado Aragua.

Resumen

En el presente trabajo se propone una alternativa de diseño para la experimentación agrícola, que consiste en la repetición de los diseños compuestos de Box en bloques incompletos. Se discute el sistema de bloques incompletos en los diseños de Box repetidos y no repetidos, bajo el supuesto de que en el campo agronómico tales diseños ofrecen ventajas comparativas en la estimación de la varianza del error experimental, con respecto a los diseños sin sistema de bloque. Con tal fin, se analiza la estructura y eficiencia del diseño Compuesto Central Ortogonal (C.C.O) repetido y no repetido, Compuesto Central Rotable (C.C.R.) repetido y no repetido, C.C.O. en bloques incompletos repetidos y no repetidos y C.C.R. en bloques incompletos repetidos y no repetidos. Para tales diseños, se esquematizan los análisis de la varianza y las estimaciones de los coeficientes del modelo y se ilustran con un ejemplo práctico con datos correspondientes a un ensayo de fertilización de maíz (*Zea mays* L.) Finalmente se comparan los diseños en bloques incompletos con aquellos en bloques completos, concluyéndose como conveniente y favorable la alternativa de diseños compuestos de Box en bloques incompletos repetidos, bajo las condiciones del estudio.

Palabras clave: Bloques incompletos repetidos, Comparación de diseños, Diseño Compuesto Central Rotable, Diseño Compuesto Central Ortogonal, eficiencia relativa, varianza del error experimental, varianza de los coeficientes de regresión.

Introducción

En el campo industrial la metodología de la superficie de respuesta ha tomado un papel de singular importancia en la obtención de condiciones óptimas de operación. La meto-

dología de la superficie de respuesta surge como una alternativa de solución a la necesidad de superar los inconvenientes que se presentan en los diseños con arreglo factorial de trata-

mientos, cuando el número de factores y niveles crecen considerablemente. Chacín (4) cita al respecto, que la principal desventaja de los arreglos factoriales completos consiste en que al aumentar el número de factores o niveles de éstos, el número de tratamientos también se incrementa en forma sustancial, llegando incluso a imposibilitar la conducción de experimentos de campo.

Box y Wilson (1) conciben a los diseños compuestos para dar solución a problemas de experimentos que involucran un número de factores y niveles relativamente grande, fundamentalmente bajo condiciones que permiten un control adecuado del error experimental, sin embargo, es bien conocido que en la investigación agrícola, específicamente en la experimentación de campo, la variabilidad del material experimental es alta y no siempre es posible estimar adecuadamente el error experimental como en los procesos industriales y en consecuencia, tienden a ser comparativamente grandes. No obstante, se han hecho esfuerzos que han permitido que los diseños de superficie de respuesta compitan favorablemente cuando se pretende obtener un modelo que permita estudiar más eficientemente la superficie a fijar.

Para los diseños clásicos de superficie de respuesta, en los procesos donde el error experimental es controlado con bastante precisión, basta con la repetición del tratamiento central para obtener una estimación apropiada del error experimental. Por el contrario, en la experimentación en campo se ha pensado en la posibili-

dad de hacer repeticiones del conjunto completo de tratamientos con el objetivo de generar otra estimación del error.

Villasmil (13) comenta que ante el inconveniente de tener que repetir el tratamiento central para lograr la precisión uniforme, se estudiaron otros diseños de tratamientos, como el diseño San Cristóbal y el San Cristóbal ortogonalizado, hasta lograr compararlo con los diseños clásicos de la metodología de la superficie de respuesta, así nace la inquietud por generar un nuevo diseño que tenga mayores posibilidades de ser aplicado en la investigación agrícola, iniciándose el estudio del llamado Compuesto Central Ortogonal Doble Estrella. Este diseño superó los diseños central ortogonal, central rotatable y San Cristóbal Ortogonalizado utilizando el criterio de eficiencia, en la estimación de parámetros de segundo orden, mientras que en las interacciones superó solamente al San Cristóbal Ortogonalizado. También generó la menor varianza de las respuestas estimadas en las combinaciones del núcleo estrella y en términos generales, se puede considerar como el Diseño D-Optimal entre los diseños comparados.

Machado (7) realizó la comparación y aplicación práctica del Diseño Central Doble Estrella con un nuevo núcleo estrella en ensayos de fertilización. Luego, Díaz (5) generó los diseños de superficie de respuesta para estimar polinomios de tercer orden: Diseños Factoriales 4^k , Diseño Compuesto Central Ortogonal y Diseño Compuesto Central Rotatable, utilizan-

do ejemplos en cada uno de los casos planteados. Asimismo, Castellanos (3) analizó el comportamiento de los experimentos en parcelas divididas con los tratamientos principales dispuestos en un diseño compuesto central rotatable, determinando las esperanzas de los cuadrados medios para efectos fijos y aleatorios. Mas recientemente, Guerrero (6) logró generar un nuevo diseño denominado doble compuesto central ortogonal como una alternativa para estimar modelos polinómicos con dos y tres factores, el cual permite la utilización y estudio de 9 niveles de cada factor, lo que facilita un mejor estudio de la superficie generada. Este es un diseño D-optimal, lo que genera menores varianzas de los estimadores de los parámetros del modelo y las varianzas de las respuestas estimadas son las más bajas cuando se encuentra cerca del centro del diseño, aumentando a medida que nos alejamos de este.

En la presente investigación, se pretende abordar la metodología formal para el análisis e interpretación de los diseños compuestos de Box, cuando se arreglan en bloques incompletos, esperando que constituya una alternativa real para enfrentar el problema de la variabilidad que generalmente se presenta en investigaciones agrícolas a nivel de campo. Se desea controlar el error experimental, en aquellos casos en que es relativamente grande el número de tratamientos por ensayar y alojarlos en bloques completos daría lugar a la inclusión de un mayor nivel de heterogeneidad. Así como también para aquellos casos de experimentación secuencial,

aún cuando esta técnica es vista con reservas en la investigación de campo, eventualmente se puede implementar en experimentos preliminares y especialmente cuando un diseño de segundo orden se ensambla secuencialmente a partir de uno de primer orden y puede transcurrir considerable tiempo entre el desarrollo del diseño de primer orden y la ejecución de los experimentos complementarios requeridos para construir el diseño de segundo orden y durante este tiempo, las condiciones de prueba entre uno y otro pueden cambiar, haciendo necesaria la construcción de bloques. Se analiza en forma particular, la estructura y eficiencia del Diseño Compuesto Central Ortogonal y del Diseño Compuesto Central Rotatable en bloques incompletos repetidos y no repetidos.

La eficiencia de los diseños en bloques incompletos se obtendrá por medio de:

- a) La varianza del error experimental.
- b) La eficiencia relativa y
- c) La varianza de los coeficientes de regresión.

Estructura del diseño compuesto central: Box y Wilson (1) introducen este diseño y expresan razones para preferirlos cuando se desea estimar efecto de segundo orden. Señalan que el diseño consiste de n_c puntos en los vértices de un cubo correspondiente a un arreglo factorial 2^k o alguna fracción conveniente, con $(\pm 1, \pm 1, \dots, \pm 1)$, al mismo tiempo se le hace corresponder n_a puntos «estrella» con coordenadas $(\pm \alpha, 0, 0, \dots, 0)$, $(0, \pm \alpha, 0, 0, \dots, 0)$, $(0, 0, 0, \dots, \pm \alpha)$ y n_o

puntos en el centro con coordenadas (0,0,0,111,0). El número de tratamientos en un diseño compuesto central, cuando se usa el núcleo 2^k , se determina por la expresión siguiente: $N = 2^k + 2k + n_0$ donde k = número de factores, n_0 = número de repeticiones del tratamiento central. Villasmil (8) señala que el tratamiento central se repite para lograr: a) la estimación del error experimental, b) reducir la varianza de las estimaciones, $v(y)$ en el centro de la región experimental. El esquema geométrico del diseño compuesto central, para $k=3$, incluye ocho puntos correspondientes al factorial, corresponden a los vértices del cubo. El punto central del diseño corresponde al centro del cubo, los seis puntos "estrellas" están a una distancia $\pm \alpha$ del punto del centro del diseño sobre los ejes coordenados. En este trabajo se hará la selección de α para conferir al diseño: a) Ortogonalidad b) Rotabilidad c) Ortogonalidad y rotabilidad simultáneas.

Sin embargo, en la investigación agrícola y sobre todo en ensayos de campo, la variabilidad es muy alta y entre otros aspectos, factores como el clima, variaciones del suelo, variabilidad genética de las especies y hasta la conducción del mismo ensayo; dificultan la investigación. Es prudente entonces, que la estimación del error experimental a través de las repeticiones del tratamiento central en la investigación agrícola sea vista con detenimiento. Guerrero (6) comenta, que es necesario investigar alternativas de diseños que permitan realizar una mejor estimación del error expe-

rimental en vez de hacerlo con repeticiones del punto central y que pueda medirse adecuadamente la falta de ajuste del modelo, esto pudiera obtenerse con la repetición del conjunto total de puntos del diseño.

El sistema de bloqueo en los diseños compuestos de Box: El conjunto de puntos de los vértices del cubo y el conjunto de puntos axiales, proveen bases para una primera división del diseño compuesto en dos bloques. El bloqueo será ortogonal si es posible asignar los puntos centrales a las dos partes, de manera que el número total de puntos en cada bloqueo sea proporcional a la suma de cuadrados de cada variable que contribuye en el bloque.

Si n_{c0} es el número de puntos centrales asignados al bloque que contiene los puntos del cubo y n_{a0} es el número de puntos centrales asignados al bloque que contiene los puntos estrella, Box y Hunter (2) demostraron que para cualquier diseño compuesto, bajo la expresión siguiente:

$$\alpha = \left[\frac{n_c (n_a + n_{a0})}{2(n_c + n_{c0})} \right]^{1/2}$$

Se alcanza ortogonalidad y rotabilidad en el bloqueo mediante la escogencia de $\alpha = n_c^{1/4}$. También demostraron que para obtener simultáneamente bloqueo ortogonal y rotabilidad, debe cumplirse:

$$\frac{(n_c)^{1/2}}{2} = \frac{n_c + n_{c0}}{n_a + n_{a0}}$$

Es importante señalar que el conjunto de puntos estrellas no pueden ser divididos en subconjuntos, ya que los mismos refieren Box y Wilson (1) son diseños rotables de primer orden. Tal subdivisión es posible, no obstante, para el conjunto de puntos en los vértices del cubo, generado así, un sistema de confusión para los diseños factoriales 2^k de forma tal que todas las comparaciones confundidas corresponden a interacciones de más alto orden. Si esto es así, las comparaciones confundidas no podrán asociarse con las comparaciones utilizadas para estimar los coeficientes del polinomio. De esto se desprende que si el cubo es dividido en subconjuntos cada uno contiene el mismo número de puntos, entonces, de acuerdo con la expresión para obtener ortogonalidad anteriormente señalada, se debe añadir un número igual de puntos centrales a cada subconjunto para conservar la ortogonalidad.

Debe señalarse, que como el número de puntos centrales en cualquier bloque debe ser un entero positivo, no siempre se puede alcanzar ortogonalidad completa y rotabilidad exacta entre variables cuadráticas y bloque. Box y Hunter (2) expresan que a pesar de la labor extra envuelta en los cálculos, debido a la no ortogonalidad ligera, no es muy grande y la pérdida de eficiencia es despreciable, en la práctica se pueden utilizar diseños en los cuales los efectos de bloque son completamente ortogonales sacrificando un poco la condición de rotabilidad.

Repetición en los diseños

compuestos de Box.

Box y Wilson (1) conciben a los diseños compuestos para dar solución a los problemas de experimentos que involucran un número de factores y/o niveles relativamente grandes y tal como señala Martínez Garza (9) su mayor aplicación ha tenido lugar en las investigaciones industriales donde las condiciones permiten un control adecuado del error experimental. Chacín (4) señala que estos errores se pueden considerar bajos, si se compara con los errores que se pueden obtener en la investigación agrícola, específicamente en la experimentación de campo en donde no siempre es posible mantener a lo largo del experimento, un control uniforme del error experimental, contrario a como sucede en los procesos industriales.

Señala además, que como consecuencia de lo anterior, la forma de calcular el error experimental en los procesos de industria es a partir únicamente de las repeticiones de los tratamientos centrales. Sin embargo, se ha comprobado en los trabajos desarrollados por Villasmil (8), que en la investigación agrícola, trabajar con solo una repetición del núcleo básico de estos diseños puede conducir a subestimar o sobrestimar la variabilidad aleatoria real del campo, produciendo por consiguiente información carente de veracidad; ellos señalan que la inapropiada estimación del error experimental se debe a que ésta se realiza únicamente con las repeticiones del tratamiento central en un mismo bloque.

Surge con esto la alternativa de hacer repeticiones del núcleo básico

para así introducir una nueva fuente de error debida a la interacción de tratamientos por bloques y compararlo con el error debido a los tratamientos

centrales a fin de lograr una apropiada medición de la variabilidad aleatoria.

Materiales y métodos

Con el propósito de ilustrar la aplicación práctica de la metodología, se usaron datos provenientes de un ensayo en maíz donde se evaluó el efecto de los nutrimentos nitrógeno, fósforo y potasio sobre el rendimiento y el cual fue llevado a cabo en la estación Experimental de Santa Cruz de Aragua.

Localidad: El ensayo fue realizado en la Estación Experimental de Riego de Santa Cruz de Aragua, Distrito sucre, Estado Aragua, Venezuela. Ubicación: 10° 11' de latitud y 67° 30' de longitud y una altura de 444 msnm. Precipitación media anual: 956,19 mm. (período de 10 años 1970/1979). Temperatura media mensual: 25,1°C. Condiciones edafológicas: Los suelos son de desarrollo pedogenético formado a partir de sedimentos aluviales. Las texturas más comunes son los franco arcilla limosa y arcillosa. La capacidad de retención de humedad es alta. Permeabilidad lenta, infiltración moderadamente restringida. Suelos imperfectamente drenados con estructura blocosa subangular. Siembra: La siembra se realizó con el híbrido Obregón y fue cosechado a los 127 días. Se utilizaron 30 metros cuadrados de tratamiento, cosechándose como parcela efectiva 10 metros cuadrados de tratamiento. Diseño: Los diseños utilizados fueron: Compuesto Central Rotable, Com-

puesto Central Ortogonal, San Cristóbal Ortogonalizado y factorial 3³. Estos diseños fueron "superpuestos", esto de acuerdo con Chacín (4) se refiere a lo siguiente: "los diseños de superficie de respuesta tienen generalmente tratamientos comunes, por consiguiente, se pueden realizar los experimentos con tratamientos que se utilizan indistintamente en uno u otro diseño y se ubican en un diseño en bloques al azar que a su vez permitiría comparar los errores experimentales obtenidos con repeticiones en todo el conjunto de tratamientos o utilizar el diseño sin replicación".

En dicho experimento, los tratamientos correspondientes a los diseños compuesto central ortogonal y compuesto central rotatable, se arreglaron en dos bloques completos (repetición uno y repetición dos). Durante el desarrollo de este ejemplo, los bloques completos al azar se designan como repeticiones reservando el término bloque, para las divisiones del conjunto total de tratamientos dentro de cada repetición (bloques incompletos). Considérense los datos correspondientes a la repetición 1 del diseño compuesto central ortogonal, esta repetición es un bloque completo, que consta de 10 tratamientos distintos, de los cuales uno (el tratamiento central) se repite 6 veces, originando un total de 20 puntos experimentales. En este

ejemplo se supuso que estos 20 puntos fueron asignados a dos bloques incompletos, en el bloque uno se colocaron los $2^k + n_{co}$ tratamientos ; esto es: (-1-1-1, 1-1-1, -11-1, 11-1, -1-11, 1-11, -111, 111, 000, 000, 000) y en el bloque dos los $2k + n_{co}$ tratamientos , esto es: (- α 00, α 00, 0- α 0, 0 α 0, 00- α , 00 α , 000, 000, 000). En resumen, se dividió cada repetición en dos bloques ortogonales, a uno de los cuales se asignaron los puntos correspondientes al factorial y al restante, los puntos estrella. Los puntos centrales se repartieron entre ambos bloques en la proporción que garantizase ortogonalidad o rotabilidad según fuese el caso.

En el diseño ortogonal el valor de α en los $2k$ puntos axiales es 1,81; distinto al 1,524 correspondiente a los datos originales y en consecuencia distinta es también la respuesta en estos puntos, la razón de esto es que como se ha dicho, la construcción de bloques, bien sea tanto para el diseño compuesto central ortogonal como para el rotable, implica el cálculo de α que permita la deseable ortogonalidad entre los efectos de tratamiento y los efectos de bloque, por lo tanto, la respuesta en cada uno de los puntos que incluyen estos nuevos valores de α , se estimó por intermedio de los modelos de regresión generados con los datos originales. Esta circunstancia no afecta el cálculo del efecto de bloques, pues éste se obtiene exclusivamente a partir de la respuesta en los puntos centrales, aunque en honor a la verdad, debe decirse que si afecta la estimación.

Bloques Incompletos repeti-

dos en los Diseños Compuestos de Box.

Se quiere designar una alternativa de diseño consistente en repetir el conjunto total de los puntos de un diseño compuesto central, los cuales han sido previamente arreglados en bloques ortogonales, de manera que dentro de cada repetición completa se tiene un sistema de bloques incompletos. Esta propuesta se hace bajo el supuesto de que con tal arreglo, se lograría un mayor control de la alta variabilidad que involucra la experimentación en campo y en consecuencia una mejor estimación del error experimental. En otras palabras, se cree que no basta con la repetición del conjunto total de tratamientos, sino que adicionalmente, estos deben estar alojados en bloques. La metodología de análisis es similar al diseño compuesto central repetido en el sentido de que se generan dos fuentes de error, los cuales deben ser comparados a fin de definir cual se utilizará en las pruebas de hipótesis para los efectos de tratamiento, o si es válido agruparlos obteniendo un solo error. En cuanto a la estimación de los parámetros, ésta no sufre modificaciones.

Para el cumplimiento de los objetivos planteados, se centró la atención en los resultados del análisis de la varianza. Los mismos se presentan de la siguiente forma: a) Análisis de cada repetición por separado y b) Análisis conjunto de ambas repeticiones, tanto con bloqueo, como sin él y para cada uno de los diseños (ortogonal y rotable). Se compara en todos los casos, el error de los diseños con bloques respecto del error de los diseños sin

bloques, mediante el cálculo de la eficiencia relativa y se presentan además las estimaciones de los parámetros y sus respectivas varianzas para todos los modelos y finalmente, se comparan los diseños en bloques incompletos con los corres-

pondientes en bloques completos, en términos de la eficiencia relativa de las estimaciones, de acuerdo a la siguiente expresión: $E_{1:2} = [v(b_i)2^*N_2] / [v(b_i)1^*N_1]$ Myers (10) citado por Chacín (4).

Resultados y discusión

El cuadro 1 muestra el esquema análisis de varianza correspondiente al diseño compuesto central estándar donde b_0 , b_1 , b_{ii} y b_{ij} son las estimaciones de los parámetros.

Para el caso del diseño compuesto central rotatable el análisis es similar al mostrado, salvo por el hecho de que los términos cuadráticos no se desglosan debido a que no se estiman de manera independiente. Puede notarse en el cuadro 2 la reducción de los grados de libertad del error debido a la inclusión de bloques como una nueva fuente de variación. Debe señalarse, que los tratamientos centrales en los cuadros 3 y 4 no se consideran repeticiones al menos que se encuentren en el mismo bloque, por lo tanto la suma de cuadrados del error debe calcularse tomando en cuenta esta situación.

En los cuadros 5 a 8 se puede observar que todos los coeficientes de variación están dentro del rango apropiado (10-20%) y que hay un aumento considerable en la determinación de los modelos cuando se usan bloques incompletos. En los casos denotados como * la comparación del error debido a la interacción de tratamiento con bloque y el error debido a las repeticiones del tratamiento central a tra-

vés de la prueba de F, permitió establecer que ambos son estimadores de la misma varianza y fue posible agruparlos para obtener un error conjunto. Por el contrario en los casos denotados por **, la prueba de F refleja que existen diferencias y el error correspondiente a las repeticiones del tratamiento central es menor, por lo tanto en este error puede haber subestimación de la variabilidad real existente.

Comparación de los diseños a través de la eficiencia relativa.

En los cuadros siguientes, se comparan los diseños en términos de los cuadrados medios de sus errores experimentales, para tal efecto se calculó en todos los casos, la eficiencia del diseño con bloqueo respecto del correspondiente sin bloqueo, de acuerdo con la expresión siguiente:

$$ER = \frac{(n_1 + 1)(n_2 + 3)S_2^2}{(n_2 + 1)(n_1 + 3)S_1^2}$$

Esta expresión compara la eficiencia del diseño 1 con respecto al diseño 2 siendo:

n_1 = grados de libertad del error correspondiente al diseño con bloqueo
 n_2 = grados de libertad del error

Cuadro 1. Esquema del análisis de la varianza para el diseño compuesto central estándar.

F de V	g. l.	SC
Términos Lineales	k	$\sum_{i=1}^k b_i(iy)$
X_i	1	k
Términos Cuadráticos	k	$b_0(0y) + \sum_{i=1}^k b_{ii}(i^2y) - \left(\sum_{u=1}^N y_u\right)^2 / N$
X_{ii}	1	$b_0(0y) + b_{ii}(i^2y) - \left(\sum_{u=1}^N y_u\right)^2 / N$
Términos Cruzados	$\frac{k(k-1)}{2}$	$\sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^K b_{ij}(ijy)$ $i < j$
$X_i X_j$	1	$b_{ij}(ijy)$ $i < j$
Falta de Ajuste	$N - r_0 \frac{k(k+3)}{2}$	SC Total - SC regresión - SC Error
Error (T. C.)	$r_0 - 1$	$\sum_{u=1}^{r_0} y_{0u}^2 - \left(\sum_{u=1}^{r_0} y_{0u}\right)^2 / r_0$
Total	N - 1	$\sum_{u=1}^N y_u^2 - \left(\sum_{u=1}^N y_u\right)^2 / N$

correspondiente al diseño sin bloqueo

$S_1^2 =$ cuadrado medio del error del diseño con bloqueo

$S_2^2 =$ cuadrado medio del error del diseño sin bloqueo

El diseño con bloqueo será más

eficiente que el diseño sin bloqueo si ER resulta mayor que 1. Cuando se comparan los diseños sin repetición del núcleo básico de tratamientos se observa en ellos que sólo para el rotatable, la alternativa de diseño en

Cuadro 2. Esquema del análisis de la varianza para el diseño compuesto central en bloques incompletos.

F de V	g. l.	SC
Términos Lineales	k	$\sum_{i=1}^k b_i(iy)$
X_i	1	$b_i(iy)$
Términos Cuadráticos	k	$b_0(0y) + \sum_{i=1}^k b_{ii}(i^2y) - \frac{\left(\sum_{u=1}^N y_u\right)^2}{N}$
X_{ii}	1	$b_0(0y) + b_{ii}(i^2y) - \frac{\left(\sum_{u=1}^N y_u\right)^2}{N}$
Términos Cruzados	$\frac{k(k-1)}{2}$	$\sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^K b_{ij}(ijy)$ $i < j$
$X_i X_j$	1	$b_{ij}(ijy)$ $i < j$
Falta de Ajuste	$N - r_0 \frac{k(k+3)}{2}$	SC Total - SC regresión - SC Error - SC bloques
Bloque	m - 1	$\frac{\sum_{w=1}^m B_w^2}{n_w} - \frac{\left(\sum_{u=1}^{n_0} y_{0u}\right)^2}{n_0}$
Error (T. C.)	$n_0 - 2$	$\frac{\sum_{u=1}^{n_0} y_{0u}^2 - \left(\sum_{w=1}^m B_w^2\right)^2}{n_w}$
Total	N - 1	$\frac{\sum_{u=1}^N y_u^2 - \left(\sum_{u=1}^N y_u\right)^2}{N}$

Cuadro 3. Esquema del análisis de la varianza para el diseño compuesto central completamente repetido.

F de V	g. l.	SC
Términos Lineales	k	$\sum_{i=1}^k b_i(iy)$
X_i	1	$b_i(iy)$
Términos Cuadráticos	k	$b_0(0y) + \sum_{i=1}^k b_{ii}(i^2y) - \left(\sum_{u=1}^N y_u \right)^2 / N$
X_{ii}	1	k
Términos Cruzados	$\frac{k(k-1)}{2}$	$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k b_{ij}(ijy)$ $i < j$
$X_i X_j$	1	$b_{ij}(ijy)$ $i < j$
Falta de Ajuste	$N - r_0 \frac{k(k+3)}{2}$	SC Total - SC regresión - SC Error- SC bloques
REP	r - 1	$\sum_{u=1}^N y_u^2 / T - FC$
Error (T. C.)	$r(n_0 - 1)$	$\sum_{u=1}^{n_0} y_{0u}^2 - \left(\sum_{w=1}^m B_w^2 \right)^2 / n_w$
TRAT*REP	$(r-1)(T-1)$	SC Tot. - SC Trat. - SC Rep.
Total	rN - 1	$\sum_{u=1}^N \sum_{j=1}^r y_{uj}^2 - FC$

Cuadro 4. Esquema del análisis de la varianza para el diseño compuesto central en bloques incompletos repetidos.

F de V	g. l.	SC
Términos lineales	k	$\sum_{i=1}^k b_i(iy)$
X_i	1	$b_i(iy)$
Términos cuadráticos	k	$b_0(0y) + \sum_{i=1}^k b_{ii}(iyy) - \frac{\left(\sum_{u=1}^N y_u\right)^2}{N}$
X_{ii}	1	K
Términos cruzados	$\frac{k(k-1)}{2}$	$\sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^K b_{ij}(ijy)$ $i < j$
$N - r_0 \frac{k(k+3)X_j}{2}$	1	$b_{ij}(ijy)$ $i < j$
Falta de ajuste		SC Total - SC Regresión - SC Error
Bloques/REP	$r(m-1)$	$\frac{\sum_{l=1}^r \sum_{w=1}^m B_w^2}{n_w} - \frac{\left(\sum_{l=1}^r \sum_{w=1}^m B_w\right)^2}{mr}$
REP	$r-1$	$\frac{\sum_{u=1}^N y_u^2}{T} - Fc$
Error (T. C.)	$r(n_0-2)$	$\sum_{u=1}^{n_0} \sum_{k=1}^r y_{0uk}^2 - \sum_{k=1}^r \left(\frac{\left(\sum_{u=1}^{n_{ok}} y_{ou}\right)^2}{n_{ok}} \right)$
TRAT*REP	$(r-1)(T-1)$	SC Tot. - SC Trat. - SC Rep.
Total	$rN-1$	$\sum_{u=1}^N \sum_{j=1}^r y_{uj}^2 - Fc$

Cuadro 5. Análisis estadístico para el diseño ortogonal.

REP	R ²	C.V.	Raíz CME	Y Media
1	0,593	15,041	0,576	3,830
2	0,469	13,714	0,513	3,740
1 y 2 *	0,796	13,706	0,518	3,785

Cuadro 6. Análisis estadístico para el diseño rotable

REP	R ²	C.V.	Raíz CME	Y Media
1	0,751	12,429	0,486	3,914
2	0,419	16,049	0,592	3,688
1 y 2 *	0,832	13,650	0,518	3,801

Cuadro 7. Análisis estadístico para el diseño ortogonal en bloques incompletos.

REP	R ²	C.V.	Raíz CME	Y Media
1	0,960	17,270	0,651	3,773
2	0,924	11,955	0,425	3,558
1 y 2 **	0,954	15,011	0,550	3,666

Cuadro 8. Análisis estadístico para el diseño rotable en bloques incompletos.

REP	R ²	C.V.	Raíz CME	Y Media
1	0,975	12,182	0,489	4,017
2	0,974	8,776	0,298	3,405
1 y 2 **	0,976	10,926	0,405	3,711

bloques ortogonales resultó más eficiente que los correspondientes casos sin bloques, adicionalmente, solo en la repetición uno del ortogonal, el cuadrado medio del error para el caso con bloqueo es inferior al correspondien-

te sin bloqueo (cuadros 9 a 12). Estos resultados se consideran una respuesta favorable en términos de los objetivos y supuestos planteados en este trabajo.

En los cuadros 13 y 14 se com-

Cuadro 9. Varianzas del error y eficiencia relativa para el diseño compuesto central "ortogonal" no repetido (Repetición uno).

Repetición uno				
Estructura	Fuente	gl	Error	Eficiencia
Sin bloqueo	T. central	5	0,349380	0,783370430
Con bloqueo	T. central	4	0,424758	

Cuadro 10. Varianzas del error y eficiencia relativa para el diseño compuesto central "ortogonal" no repetido (Repetición dos).

Repetición dos				
Estructura	Fuente	gl	Error	Eficiencia
Sin bloqueo	T. central	5	0,189141	0,995134578
Con bloqueo	T. central	4	0,181015	

Cuadro 11. Varianzas del error y eficiencia relativa para el diseño compuesto central "rotable" no repetido (Repetición uno).

Repetición uno				
Estructura	Fuente	gl	Error	Eficiencia
Sin bloqueo	T. central	5	0,349380	1,388795310
Con bloqueo	T. central	4	0,239591	

Cuadro 12. Varianzas del error y eficiencia relativa para el diseño compuesto central "rotable" no repetido (Repetición dos).z

Repetición Dos				
Estructura	Fuente	gl	Error	Eficiencia
Sin bloqueo	T. central	5	0,189141	2,01679314
Con bloqueo	T. central	4	0,089317	

Cuadro 13. Varianza del error y eficiencia relativa para el diseño compuesto central "ortogonal" repetido.

Fuente	Sin Bloqueo	gl	Con bloqueo	gl	Eficiencia
Error (T. Central)	0,269260	10	0,30288685	8	0,859591107
Error (Trat. * Rep)	0,271097	14	0,86545044	14	0,313243817
Total Error	0,540357	24	1,168337729	22	0,499500927

Cuadro 14. Varianza del error y eficiencia relativa para el diseño compuesto central "rotatable" repetido.

Fuente	Sin Bloqueo	gl	Con bloqueo	gl	Eficiencia
Error (T. Central)	0,269260	10	0,16445439	8	1,583167484
Error (Trat. * Rep)	0,270225	14	0,70663637	14	0,382410262
Total Error	0,539485	24	0,87109076	22	0,615357573

para la alternativa de bloquear con respecto a la no bloquear en términos de las fuentes de error para cuando el núcleo básico del diseño compuesto es repetido, es decir, analizando en conjunto las repeticiones 1 y 2, del ortogonal y del rotatable respectivamente. Aquí, la alternativa de bloquear no se traduce en mayor eficiencia. Se observa que en casi todos los casos, los cuadrados medios del error para los diseños con bloqueo son mayores que los correspondientes sin ello. Se puede decir que al repetir, el núcleo básico de tratamientos que constituye a los diseños compuestos, origina una mejor estimación de la variabilidad aleatoria de los ensayos conducidos en campo, donde sabemos que la misma es alta.

Los cuadros 15 y 16 comparan

los diseños en bloques incompletos con el correspondiente sin bloqueo. Cuando se evalúan las repeticiones por separado, sólo en la repetición uno del diseño compuesto central rotatable, se manifiesta una mejor eficiencia del bloqueo incompleto, sin embargo para los diseños repetidos, se observa una clara superioridad del bloqueo incompleto.

Para el caso del compuesto central rotatable, la mayor eficiencia en la estimación de los coeficientes fue más marcada, llegando incluso a ser, más del 100% eficiente, en todos los términos del modelo. Se intuye de estos resultados que no basta con el bloqueo incompleto, sino además, que es preciso repetir el conjunto total de tratamientos.

Cuadro 15. Eficiencia relativa en términos de la varianza de los estimadores de los diseños en bloques incompletos vs la varianza de los estimadores en bloques completos (DCCO).

Efecto	Rep. 1	Rep. 2	Rep. 1 y 2
N	0,624033	0,837134	1,722352
P	0,624033	0,837134	1,722352
K	0,624033	0,837134	1,722352
N*N	0,429365	0,575951	1,184961
P*N	0,718186	0,963391	1,982104
P*P	0,429365	0,575951	1,184961
K*N	0,718186	0,963391	1,982104
K*P	0,718186	0,963391	1,982104
K*K	0,429365	0,575951	1,184961

Cuadro 16. Eficiencia relativa en términos de la varianza de los estimadores de los diseños en bloques incompletos versus la varianza de los estimadores en bloques completos (DCCR).

Efecto	Rep. 1	Rep. 2	Rep. 1 y 2
N	1,457207	0,71545	2,086764
P	1,457207	0,71545	2,086764
K	1,457207	0,71545	2,086764
N*N	1,128563	0,999346	2,333655
P*N	1,422559	0,698426	2,037126
P*P	1,552901	0,762425	2,223757
K*N	1,034205	0,915457	2,127784
K*P	1,422559	0,698426	2,037126
K*K	1,552901	0,762425	2,223757

Conclusiones

De acuerdo con los resultados obtenidos en este trabajo, la repetición del conjunto total de tratamientos en los diseños compuestos de Box, es conveniente para lograr estimaciones de los coeficientes más eficientes y lógicas, así como varianzas del error más consonas con la verdadera varia-

bilidad del campo agrícola, corroborando los resultados obtenidos por otros investigadores.

Desde el punto de vista teórico, y de acuerdo con los resultados del ejemplo ilustrativo, se piensa que la alternativa propuesta de combinar la repetición del núcleo básico de trata-

mientos, con el sistema de bloqueo ortogonal incompleto, dentro de cada repetición, es conveniente y favorable en la experimentación agrícola.

En el caso del diseño central ortogonal repetido; el bloqueo incompleto fue de un 18 hasta un 100% más eficiente en comparación con el mismo diseño, sin bloques incompletos. En diseño compuesto central rotatable; el bloqueo incompleto resultó en todos los casos 100% más eficiente.

La determinación de los modelos, fue marcadamente superior en los

diseños donde hubo bloqueo incompleto, respecto de aquellos donde no hubo. El bloqueo incompleto mejora el ajuste de los modelos.

El análisis estadístico para los diseños compuestos de Box en bloques incompletos repetidos, propuesto en el presente trabajo, permite medir eficientemente el control local que se ejerce con el bloqueo incompleto y además seleccionar el error experimental más adecuado para las pruebas de hipótesis de los coeficientes del modelo.

Literatura citada

1. Box, G.E.P. y K.B. Wilson. 1951. On the experimental attainment of optimum conditions. 13(1): 1-47
2. Box, G.E.P. y J.S. Hunter. 1957. Multifactor experimental designs for exploring response surface. Journal of royal statistical society. Serie B, vol 1: 195-241
3. Castellanos, H. J. 1999. Análisis de experimentos en parcelas divididas con los tratamientos principales dispuestos en un diseño compuesto central rotatable. Tesis de Maestría. Facultad de Agronomía. Universidad Central de Venezuela.
4. Chacín, L.F. 1998. Comparaciones teóricas y prácticas y análisis en tiempo y espacio de los diseños de superficie de respuesta. Revista Alcance N° 54. Facultad de Agronomía. Universidad Central de Venezuela. 189p.
5. Díaz, I. 1998. Diseños de superficie de respuesta para estimar polinomios de tercer orden. Tesis de Maestría. Facultad de Agronomía. Universidad Central de Venezuela.
6. Guerrero, J. A. 2001. Diseño doble compuesto central ortogonal. Construcción, propiedades y comparaciones. Tesis doctoral. Facultad de Agronomía. Universidad Central de Venezuela. 190p.
7. Machado, W. 1992. Comparación teórica y práctica de algunos diseños de tratamientos utilizados para estimar superficies de respuestas en ensayos de fertilización nitrogenada y densidad de siembra en cultivos de maíz (*Zea mays* L.) y su validación comercial. Trabajo de grado para ingeniero agrónomo.
8. Villasmil, J. J. 1978. Estructura y Eficiencia relativa y Análisis Estadístico del diseño San Cristóbal Ortogonalizado. Trabajo de Ascenso. Facultad de Agronomía. La Universidad del Zulia. Venezuela. 81p.
9. Martínez, G. A. 1988. Diseño de experimentos. Métodos y elementos de teoría. Editorial Trillas. Primera edición.
10. Myers, R. H. 1971. Response surface methodology. Allyn and Bacon Inc. Boston USA.
11. Villasmil, J. J. 1978a. Estructura y Eficiencia relativa y Análisis Estadístico del diseño San Cristóbal Ortogonalizado. Trabajo

- de Ascenso. Facultad de Agronomía. La Universidad del Zulia. Venezuela. 81p.
12. Villasmil, J. J. 1978b. El diseño compuesto central ortogonal. Trabajo de Ascenso. Facultad de Agronomía. La Universidad del Zulia. Venezuela. 81p.
13. Villasmil, J.J. 1986. Construcción, propiedades y comparaciones del diseño Compuesto Central Rotable Doble Estrella. Trabajo de Ascenso. Facultad de Agronomía. La Universidad del Zulia. Venezuela. 60p.